Математички омнибус

КНИГА 10

Трудови за наставата по математика од Петтиот семинар „Математика и примени“

Институт за математика

Природно-математички факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

СКОПЈЕ, 2022

Трудови за наставата по математика од Петтиот семинар „Математика и примени“

Институт за математика
Природно-математички факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје
Скопје, Р. Северна Македонија
2022

ТРУДОВИ ЗА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД ПЕТТИОТ СЕМИНАР
„МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНИ“

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС
Едиција на Институтот за математика при ПМФ
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Издавач:
Природно-математички факултет, Скопје

Уредници:

Д-р Весна Целакоска-Јорданова,
редовен професор на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Д-р Ирена Стојковска,
редовен професор на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Рецензенти:

Д-р Валентина Миовска,
редовен професор на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Д-р Слаѓана Јакимовиќ,
редовен професор на Педагошкиот факултет во Скопје

Д-р Анета Гацовска-Барандовска,
вонреден професор на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Д-р Емилија Целакоска,
редовен професор на Машинскиот факултет во Скопје

Д-р Соња Геговска-Зајкова,
редовен професор на ФЕИТ во Скопје

Д-р Валентина Гоговска,
вонреден професор на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Д-р Билјана Начевска Настовска,
редовен професор на ФЕИТ во Скопје

Д-р Петар Соколоски,
доцент на Институтот за математика на ПМФ во Скопје

Техничко уредување и обработка:

Д-р Весна Целакоска-Јорданова

© 2022 Сите права за ова издание се заштитени со закон. Забрането е копирање, умножување и објавување на делови или на целото издание во печатени и електронски медиуми или за друг вид јавна употреба или изведба без согласност на издавачот и на авторите.

ПРЕДГОВОР КОН ЕДИЦИЈАТА МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС

Математичките идеи и структури се користат и се заслужни за развојот на природните и на некои од општествените науки. Добро е познато дека математиката во поголема или во помала мера се користи во природните науки. Но, понекогаш се случува некои математички откритија да бидат инспирирани од природните науки, а со тоа и да им претходат на некои технолошки иновации.

Денес математика поставува нови стандарди на современиот начин на живеење. Таа е дисциплина самата за себе и е најдобар пример за човечката упорност и истрајност во стекнување знаења. Таа е прилагодлива и има способност да ги поврзе областите коишто изгледаат многу различни. Таа разновидност од математички идеи, а истовремено и обединетост, планираме да биде во основата на едицијата Математички омнибус. Книгите во рамките на оваа едиција се со научно-популарни содржини од областа на чистата и применетата математика, како и содржини за наставата по математика. Наменети се за наставниците и професорите по математика, студентите, учениците и сите вљубеници во математиката, но и за оние кои сè уште го откриваат нејзиното значење.

Од уредниците

Скопје,
24.7.2017

Оваа страница намерно е оставена празна

ПРЕДГОВОР КОН КНИГА 10

Петтиот семинар „Математика и примени“ се одржа на 5 и на 6 март 2021 година во вид на вебинар, а беше организиран од Институтот за математика при Природно-математичкиот факултет во Скопје. Целта Семинарот е преку збир од научно-популарни предавања и предавања за наставата по математика да придонесе за популаризација на математиката меѓу младите и пошироката јавност, но и за ширење и размена на добрите наставни практики.

За успешниот тек на Семинарот беа заслужни и водителите на секциите: проф. д-р Валентина Миовска, проф. д-р Анета Гацовска-Барандовска, проф. д-р Невена Серафимова, проф. д-р Ѓорѓи Маркоски, проф. д-р Весна Целакоска-Јорданова, проф. д-р Слаѓана Јакимовиќ, проф. д-р Ирена Стојковска, проф. д-р Валентина Гоговска и проф. д-р Марија Михова. За техничката поддршка беа заслужни м-р Марко Димовски и демонстраторите Стефан Мирчевски и Ерблина Зеќири.

Наставниот дел од Семинарот се состоеше од 20 предавања, при што наставниците добија можност да ги пренесат своите искуства стекнати во текот на изведувањето настава на далечина во услови на пандемија (онлајн настава), за користењето на разни дигитални алатки, како и за критериумите на избор на дигиталните ресурси и за методологијата по која се креираат електронски прашања со автоматско оценување, но и слободно да дискутираат за улогата и важноста на туторството, за користење open middle проблеми во наставата и за конкретни теми, како што се комплексните броеви во наставата по физика, за корелација меѓу математиката и медицината, за египетски дропки, за решавање линеарни равенки и неравенки под апсолутна вредност и за некои други теми. Во оваа книга се содржани дел од трудовите од одржаните предавања за наставата по математика.

Од уредниците

Скопје,
13.4.2022

Оваа страница намерно е оставена празна

СОДРЖИНА

Лиле Сарваноска, Билјана Стојановска	*Предностите и предизвиците на наставата по математика од далечина во услови на пандемија*	1 – 25
Силвана Јакимовска Бинова	*Модел на онлајн наставен час применет во настава по математика во основно образование*	27 – 50
Ана Доневска-Тодорова, Анкица Спасова, Викторија Илиеска	*Користење на дигитални алатки во наставата по математика пред и за време на кризата со пандемија*	51 – 67
Јасмина Вета Буралиева, Елица Буралиева	*Некои недостатоци во учебниците по математика за основно образование по адаптираната наставна програма од 2015 и 2016 година за темата броеви*	69 – 87
Ана Доневска-Тодорова	*Критериуми за избор и начини на комбинирање дигитални и аналогни ресурси во наставата по математика*	89 – 106
Маријана Тошевска Мартиновиќ	*Египетски дропки*	107 – 119
Анкица Спасова, Викторија Илиеска, Методија Јанчески	*Улогата, примената и важноста на туторството во образованието на 21 век*	121 – 139
Даниела Стојановска	*Критичко размислување, ефективна комуникација и решавање проблеми*	141 – 146
Марија Шопова Граматковска	*Можности за примена на современата технологија во наставата по математика*	147 – 167
Стојан Манолев	*Примена на комплексните броеви во наставата по физика*	169 – 178

Марија Михова	*Методологија за креирање електронски прашања со автоматско оценување*	179 – 203
Лидија Кондинска, Снежана Ристовска	*Интеграција во наставните програми*	179 – 203
Игор Богданоски, Моника Богданоска	*Open Middle проблеми во наставата по математика во основното и средното образование*	215 – 235
Весна Димитриевска Ристовска, Емил Станков, Петар Секуловски	*Споредбена анализа на класичната настава и наставата преку системи за далечинско образование во услови на корона-криза, за некои математички универзитетски курсеви*	237 – 254

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 1 – 25
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

ПРЕДНОСТИТЕ И ПРЕДИЗВИЦИТЕ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД ДАЛЕЧИНА ВО УСЛОВИ НА ПАНДЕМИЈА

Лиле Сарваноска [1]

Билјана Стојановска [1]

ВОВЕД

Образованието подразбира предавање и учење специфични вештини, изградба на знаење, добро расудување и мудрост. Тоа е фундаментално човеково право кое им овозможува моќ на децата, младите и на возрасните, критички да размислуваат, да прават избор и да си го подобрат животот. Притоа го разбива затворениот круг на сиромаштијата, заради што е клучен елемент на економскиот и на социјалниот развој, [1].

Образованието претставува процес на промена на личноста во посакуваната насока со усвојување различни содржини, во зависност од возраста и потребите на поединецот. Покрај образовните содржини, во образовниот процес се вклучени и воспитните содржини што на најважната образовна институција, училиштето, му дава образовно-воспитен карактер. Со развитокот на системот за комуникација, образованието станува глобален процес, кој исклучително тешко се насочува само во саканиот правец на одредена социјална заедница.

На децата им треба квалитетно образование што ќе им помогне да се развијат во учтиви, самоуверени, критични и добро интегрирани луѓе во општеството. Најмногу од сè, на децата им треба квалитетно образование што ќе биде лесно пристапно за сите, како што би рекол и нобеловецот Нелсон Мандела: „Образованието е најмоќното оружје што можете да го употребите за да го промените светот.“

1. ТЕОРИСКИТЕ ОСНОВИ НА НАСТАВАТА ОД ДАЛЕЧИНА

Учење на далечина претставува процес во кој наставниците презентираат одредени наставни содржини со примена на различни методи, стратегии и форми на работа со користење на информациско-комуникациска технологија и на тој начин на учениците им овозможуваат

стекнување на нови знаења. Е-учењето е интерактивен или двонасочен процес помеѓу наставникот и ученикот со помош на електронски медиум при што е нагласен процесот на учење, додека медиумот е само помошно средство за реализација на тој процес.

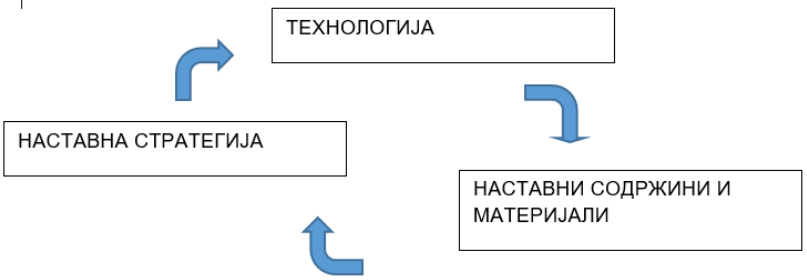
Благодарение на новата технологија, наставните содржини се достапни за учениците на секое место, во секое време, во различнен облик овозможувајќи им перманентност во учењето. Online наставата вклучува:

– Технологија;

– Наставни содржини и материјали;

– Наставна стратегија;

Сите три компоненти се преплетуваат и меѓусебно се дополнуваат (види Слика 1).



Слика 1. Елементи на Online наставата.

Е-учењето има свои предности и недостатоци. Негови предности се:

– Временска и просторна флексибилност;

– Интеракцијата меѓу ученикот и наставникот е олеснета (се реализира преку ИТ уреди);

– Прашањата се поставуваат послободно (ова важи за посрамежливите ученици, кои при online наставата се охрабруваат и поставуваат прашања);

– Комуникацијата и групната работа на заеднички проекти меѓу учениците;

– Користење интерактивни содржини и различни апликации (покрај стекнување на планираните исходи, учениците ги унапредуваат и ИТ компетенциите);

– Да се задаваат прилагодени содржини за одредени ученици.

Недостатоци на е-учењето се:

- Мотивацијата на учениците;
- Ангажирање на наставник-ментор кој ќе внимава на мотивацијата на ученикот и ќе го следи неговиот напредок (ова посебно за учениците со посебни образовни потреби);
- Се јавува чувство на осаменост и издвоеност заради недостигот на комуникација;
- Посебно треба да се внимава на изборот на интерактивни и мултимедијални содржини за учење;
- Реализацијата на часовите зависи од технологијата;
- Некои ученици немаат соодветна опрема за следење на online наставата, односно немаат електронски уреди како компјутер, телефони и камера;
- Бројот на уредите најчесто е лимитиран во домаќинствата и online часовите се случуваат истовремено во повеќедетните семејства;
- проблеми поврзани со менаџирање на времето при online наставата.

Работата на наставникот при традиционалната реализација на наставата подразбира поседување на соодветни педагошки компетенции. Истите компетенции се основа и за изведување на online настава. Препорачливи се компетенциите од трите области и тоа:подготовка на online активности:

– реализација на online активностите;

– online оценување на учениците, [2], [3].

2. ПРЕДИЗВИЦИТЕ НА НАСТАВАТА ОД ДАЛЕЧИНА ПО МАТЕМАТИКА ВО УСЛОВИ НА ПАНДЕМИЈА

Како во многу земји, така и кај нас борбата против КОВИД-19 ја попречи редовната настава во училиштата и нормалното вообичаено

живеење воопшто. Сега, online училницата стана скоро единствено безбедно пријатно катче за социјализација на ученикот со соучениците и наставникот. Во државава, второто полугодие од учебната 2019/2020 година сите ученици го завршија со настава на далечина. Новата учебна година 2020/2021 продолжи со хибриден модел и тоа за учениците од I до III одд, според изборот на родителите online или со физичко присуство, а за сите ученици од IV до IX одделение, учењето се одвива на далечина.

За да се унапреди процесот на online поучување, со цел постигнување повисоки резултати, трајни и применливи знаења, планиравме и го спроведовме ова истражување воопштено, а потоа и конкретно за математиката како наставен предмет, која игра клучна улога во развојот на критичкото мислење на учениците и нивниот понатамошен професионален развој.

Цел на истражувањето: да се изведат заклучоци за квалитетот на реализацијата на online наставата, како и да се добијат насоки за нејзино унапредување. Наставниците својата работа ја оценуваат врз основа на добиените резултати по спроведениот прашалник меѓу учениците на кои им предаваат. Квалитетот на online наставата се анализира во однос на подготвените online активности кои им се понудени на учениците во текот на наставата во оваа учебна година, нивната реализација и online оценување на учениците.

3. АНАЛИЗА НА СПРОВЕДЕНИОТ АНКЕТЕН ПРАШАЛНИК

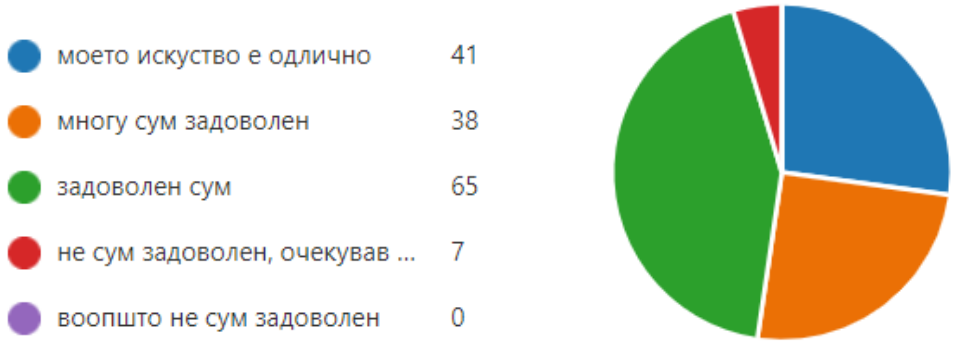
Истражувањето е спроведено од самите предметни наставници по математика за да извршат анализа на сопствената работа, со цел собраните информации и изведените заклучоци да им послужат во насока на подобрување на процесот на поучување на учениците на кои им предаваат. Истражувањето е спроведено на почетокот на второто полугодие од учебната 2020/21 на ученици од VI–IX одделение во паралелки со кои наставниците работат. Земени се цели паралелки без разлика на пол, етничка и социјална припадност припадност, како и без разлика на успехот кој го постигнуваат во училиштето. Да напоменеме дека сите ученици (без исклучок) во овие паралелки кои се анкетирани, имаат основни услови за работа, односно имаат пристап до интернет

мрежа и ИТ уред. Прашалникот беше изработен во forms.com, а дистрибуиран до учениците со помош на Microsoft Teams каде што се реализира и редовната настава. Тоа беше олеснителна околност за да се земе популацијата во целост. Учеството на учениците во истражувањето беше анонимно и на доброволна основа.

Прашалникот е структуриран во два дела. Првиот дел се однесува на реализацијата на наставата од далечина во училиштето, а вториот дел е осврт од реализацијата на наставата и оценувањето на постигнувањето на учениците по математика. Прашалникот го пополнија 151 ученик: 6 одд. – 16 ученици, 7 одд. – 51 ученик, 8 одд. – 18 ученици и 9 одд. – 65 ученици. [4], [5], [6].

I дел – ОСВРТ ОД РЕАЛИЗАЦИЈАТА НА НАСТАВАТА ОД ДАЛЕЧИНА

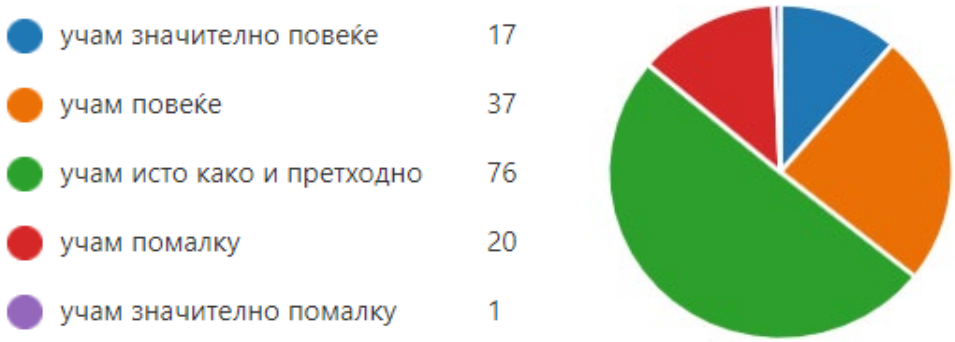
1. *Какво е твоето искуство од досегашната настава од далечина? Слика 2.*



Слика 2. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 1.

Добиените податоци по првото прашање за искуството на учениците од наставата по далечина се следните: 95% од учениците се изјасниле дека се задоволни од досегашната online настава, од кои скоро по една третина од нив се многу задоволни или нивното искуство е одлично. Тоа укажува на фактот дека сите наставници целосно се вложуваат во тоа образованието на далечина биде успешно и пријатно за најголем дел од учениците.

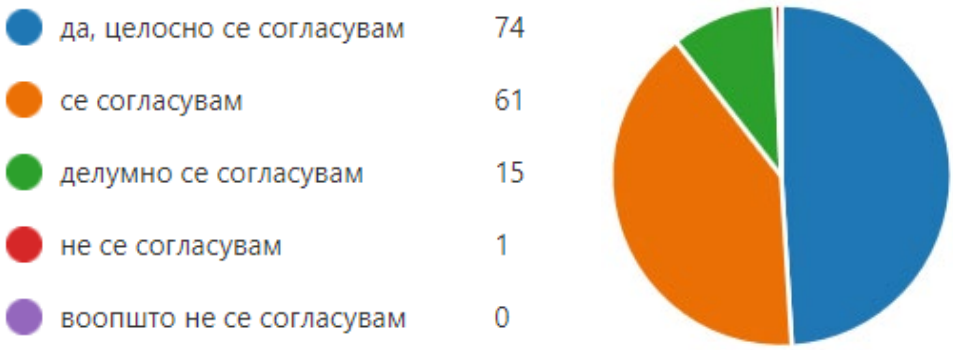
2. *Дали учиш исто како и пред Covid - 19 пандемијата? Слика 3.*



Слика 3. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 2.

Анализирајќи го сопствено учење пред и за време на пандемијата половина од испитаниците одговориле дека учат исто, една четвртина учат повеќе, 11% учат значително повеќе што е особено мотивирачки водејќи се од возраста на учениците.

3. Дали вашите наставници ви овозможуваат различни начини да го прикажете вашето знаење? Слика 4.



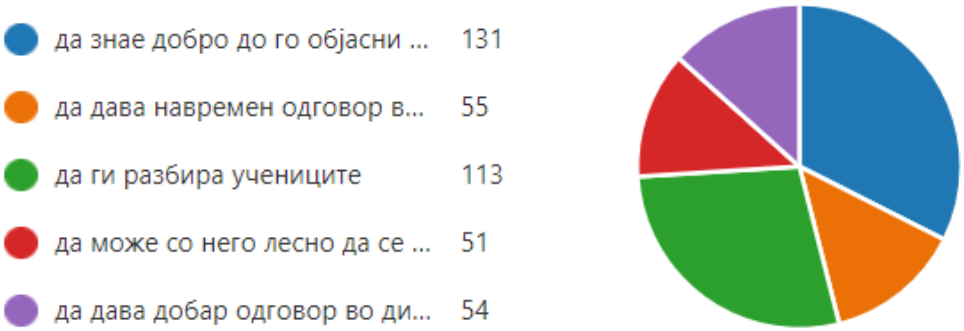
Слика 4. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 3.

На прашањето дали наставниците кои им предаваат им овозможуваат различни начини да го прикажат сопственото знаење резултатите се особено задоволувачки, земајќи во обsир дека се опфатени ученици од сите одделенија од предметна настава и скоро сите предметни наставници во училиштето. Имено, 90% од учениците се согласуваат

дека ја имаат оваа можност, од кои повеќе од половина од нив во целост се согласуваат.

3. *Кои особини ги почитувате кај наставникот во процесот на учење од далечина?*
   (МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ) *Слика 5.*

– да знае добро до го објасни материјалот
– да дава навремен одговор во врска со домашната задача
– да ги разбира учениците
– да може со него лесно да се контактира
– да дава добар одговор во дирекните контакти.



Слика 5. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 4.

Од дијаграмот се воочува дека најзначен фактор за добар наставник според учениците е способноста и подготвеноста на наставникот добро да го предава наставниот материјал (се изјасниле 87% од испитаниците) и да биде емпатичен (се изјасниле 75% од испитаниците). Секој трет ученик навел дека кај наставникот почитува кога: дава навремен одговор во врска со домашната задача, да може со него лесно да се контактира или да дава добар одговор во дирекните контакти.

4. *Кои особини сметаш дека ги подобри кај себе при реализацијата на наставата од далечина?*

5. РАНГИРАЈ ОД 1 ДО 5 (*Слика 6*) ако:

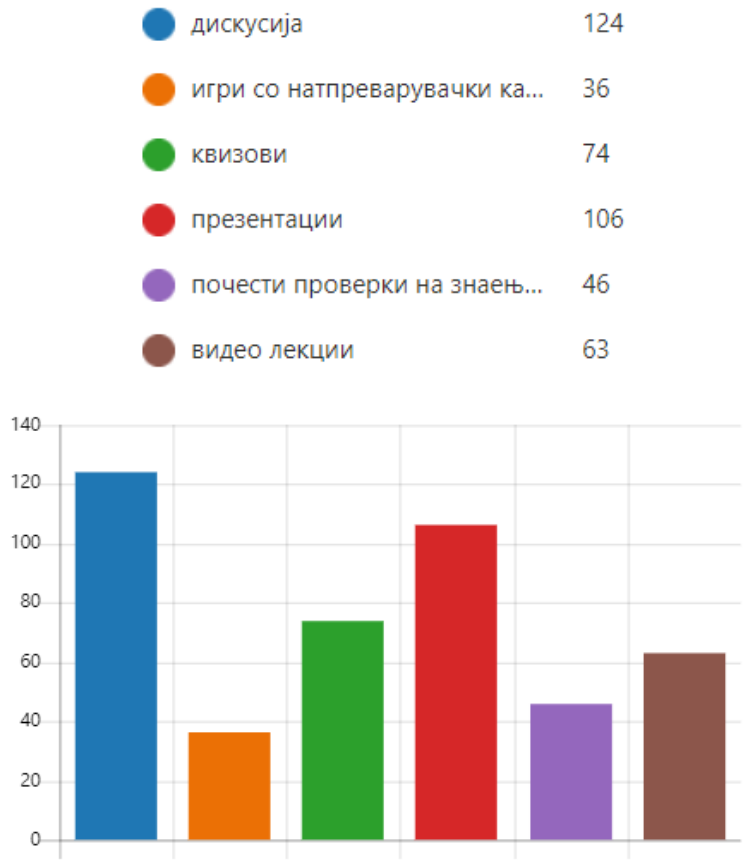
   1 - воопшто не, 2 – малку, 3 - доволно подобрено, 4- многу,
   5 - значително многу

Слика 6. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 5.

При анализата на дијаграмот за подобрени способности кај себе, 60% од учениците ги истакнуваат како значително подобрени вештините во користење технологија, по 35% од нив се изјасниле дека многу е подобрена нивната концентрација и способноста за подобрено учење и писмено изразување, околу 30% од учениците сметаат дека доволно ја

подобриле кај себе способноста да учат и работат под притисок и да прифаќаат конструктивна критика.

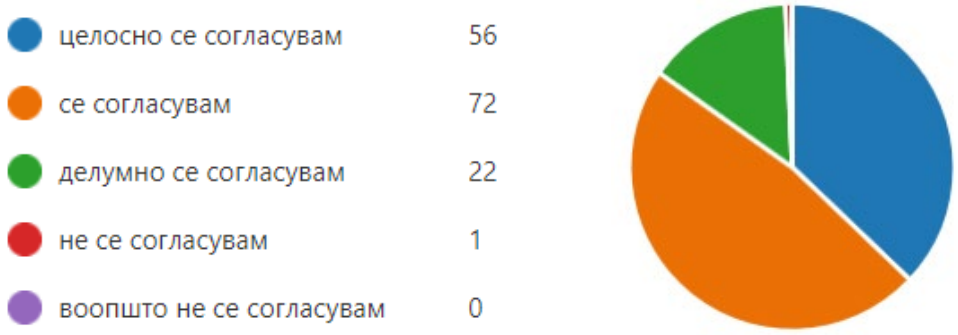
6. *Поучувањето е продуктивно ако е ориентирано на:* (МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ) *Слика 7.*



Слика 7. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 6.

Кога станува збор за самото поучување на наставникот, најголем дел од учениците сметаат дека е најпродуктивно кога ја има непосредната комуникација меѓу наставник – ученик, ученик – ученик, односно дискусијата. Исто така, според учениците (конкретно 70%) сметаат дека особено е продуктивно кога предавањето има и дигитална презентација како и со видео лекции (конкретно 42%), што е особено важно при асинхроното учење. На половина од учениците им се допаѓаат квизовите како метод на поучување.

7. *Наставниците во училиштето се залагаат за фер и транспарентно оценување на постигањата на учениците. Слика 8.*



Слика 8. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 7.

Оценувањето на наставниците согледано од страна на учениците во нашето училиште е предмет на анкета низа години наназад. Резултатите покажуваат дека и во услови на настава од далечина нема некои особени разлики. Имено, 48% од учениците се согласуваат дека е фер и транспарентно, 37% целосно се согласуваат со тврдењето и 15% делумно се согласуваат.

II дел – ОСВРТ ОД РЕАЛИЗАЦИЈАТА НА НАСТАВАТА ОД ДАЛЕЧИНА ПО МАТЕМАТИКА

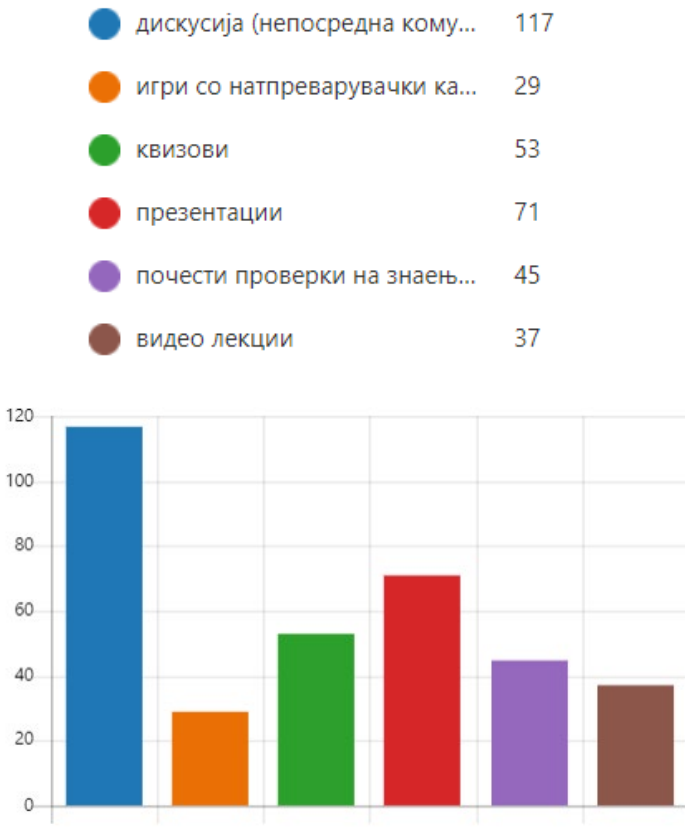
II.1 Од реализацијата на активностите по математика

8. *Дали по предметот математика одвојуваш повеќе време за совладување на содржините сега, во време на Covid - 19 пандемијата, во однос на минатите години? Слика 9.*

Анализирајќи го сопствено учење по предметот математика, пред и за време на пандемијата скоро половина од испитаниците одговориле дека учат исто, 30% учат повеќе, што е за 17 ученици повеќе во однос на останатите предмети, 19% учат значително повеќе или 11 ученици повеќе во однос на бројот на дадени одговори за општо сите предмети кои ги изучуваат. Предметните наставници по математика успеале да ја задржат кондицијата за учење, а и да ги мотивираат учениците за проширување и продлабочување на сопствено знаење.

Слика 9. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 8.

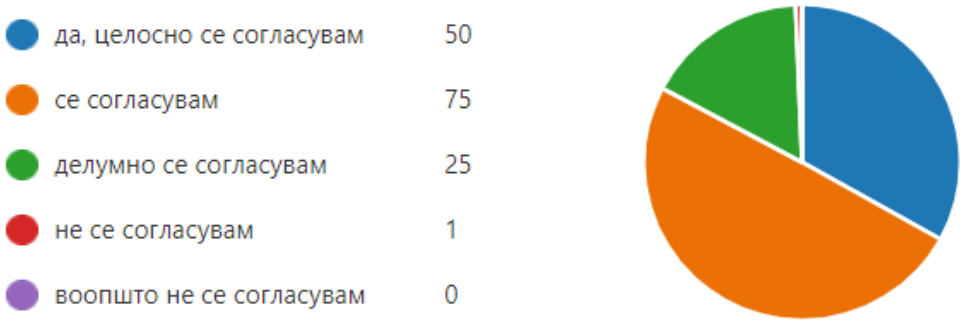
9. *По математика најлесно и најбрзо учам преку:* (МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ) *Слика 10.*



Слика 10. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 9.

Кога математиката е во прашање учениците најлесно и најбрзо учат преку непосредната комуникација наставник – ученик, а особено кога тоа е и визуелно поддржано со презентација. На скоро една третина од учениците им се допаѓаат квизовите и почестите проверки на знаења и сметаат дека им помагаат во учењето.

10. *Новите поими и содржините кои се обработуваат на часот по математика ги разбирам во целост. Слика 11.*

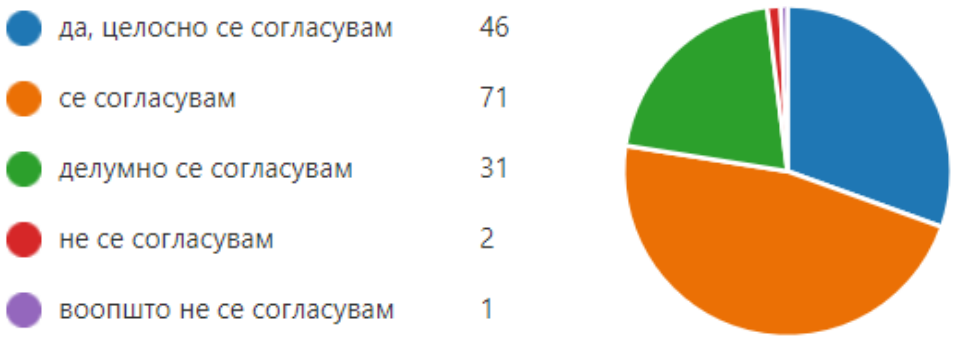


Слика 11. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 10.

Online наставата по математика најголем дел од учениците ја разбираат. Конкретно една третина во целост ги владеат новите наставни содржини, повеќе од половина од учениците се согласуваат дека наставата е јасна и 17% од испитаниците делумно се согласуваат што е очекувано.

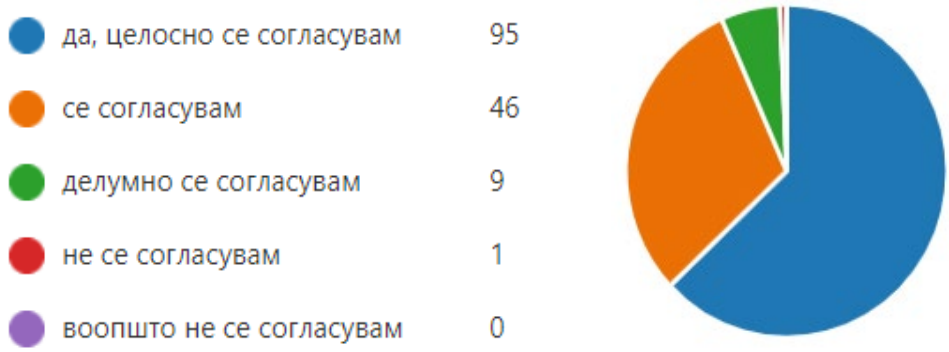
11. *Начинот на реализирањето на online наставата по математика ми овозможува да се стекнам со трајни знаења за дадената содржина. Слика 12.*

Оспособување на учениците да стекнат трајни знаења е приоритет на секој квалитетен и професионален наставник. Според резултатите, 77% од учениците сметаат дека се стекнале со трајни знаења по математика од кои 46 ученика сметаат дека во целост се успешни во тоа. 21% од учениците делумно се согласуваат со тврдењето, што секако треба да е предизвик на предметните наставници по математика бројот на оваа група ученици биде помал во периодот кој следува.



Слика 12. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 11.

12. *Доколку внимавам на online-часовите, потоа ми треба помалку време за да ја напишам домашната задача. Слика 13.*



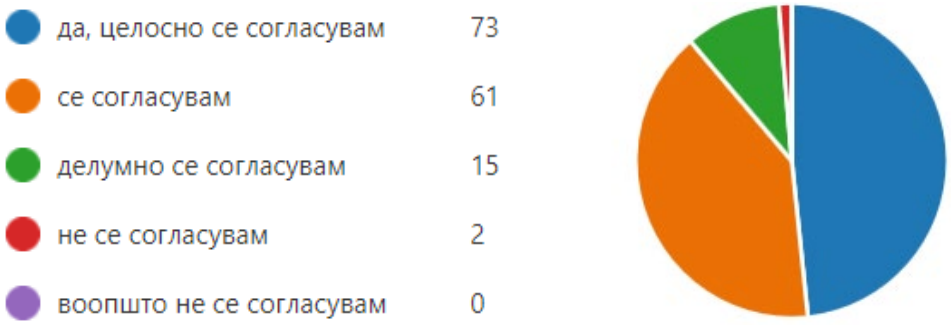
Слика 13. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 12.

Клучна алка во совладувањето на наставните содржини е самата организација и реализација на часот. Успешен час подразбира поучување по кое ученикот ќе биде оспособен за самостојност и редовност во извршувањето на домашните задачи. Тоа впрочем го покажува мислењето на учениците претставено на дијаграмот.

13. *Дали вашите наставници по математика ви овозможуваат различни начини да го прикажете вашето знаење? Слика 14.*

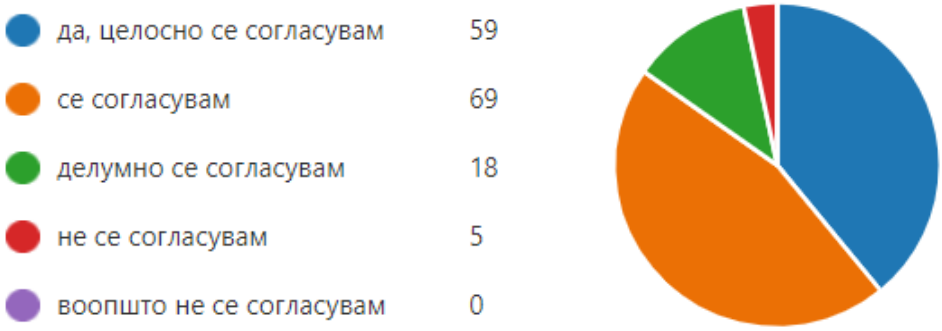
На прашањето дали наставниците по математика им овозможуваат различни начини да го прикажат сопственото знаења, учениците се изјасниле идентично како и за сите предметни наставници. 90% од нив се

согласуваат дека ја имаат оваа можност, од кои повеќе од половина од нив во целост се согласуваат.



Слика 14. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 13.

14. *Почести проверки на знаењата (усни и писмени – дискусии, квизови, анализа на домашни задачи) ги подобруваат и продлабочуваат моите знаења по математика. Слика 15.*

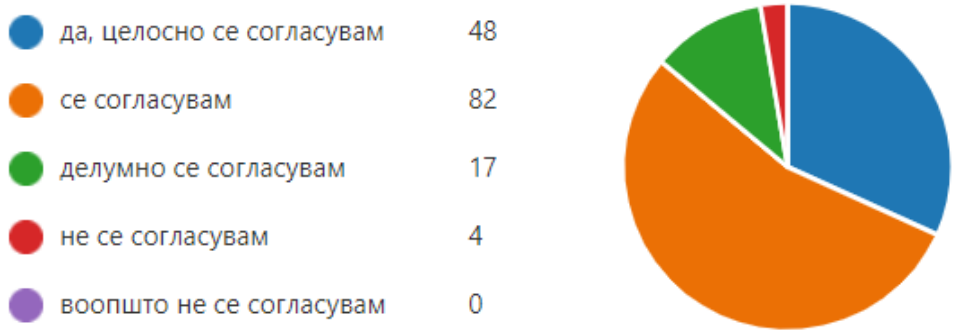


Слика 15. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 13.

За 85% од учениците почестите проверки на знаења сметаат дека им ги подобруваат и продлабочуваат знаењата по математика, а за 59 ученика тоа во целост им помага да се успешни по предметот.

II.2 Од оценувањето на постигнувањата на учениците по предметот математика

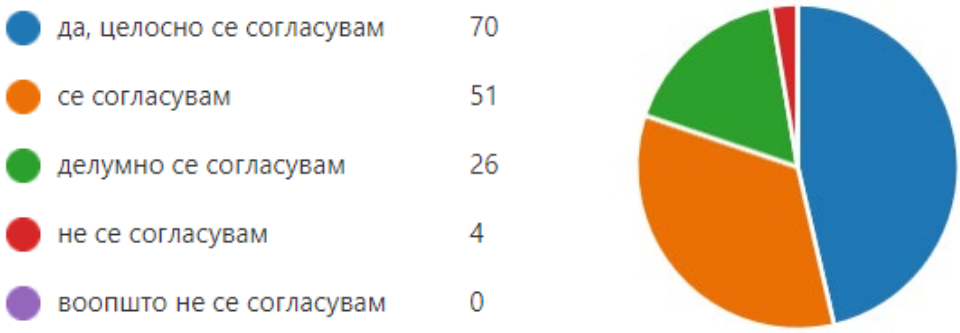
15. *Оценувањето на учениците е во согласност со етичкиот кодекс на оценување и за време на online наставата; Слика 16.*



Слика 16. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 15.

Континуирано во нашето училиште оценувањето на учениците се спроведува согласно етичкиот кодекс на оценување донесен на ниво на училиште. Дијаграмот покажува дека и во услови на пандемија истиот се почитува. Половина од учениците се согласуваат, една третина целосно се согласуваат и 11% сметаат дека истиот делумно се применува.

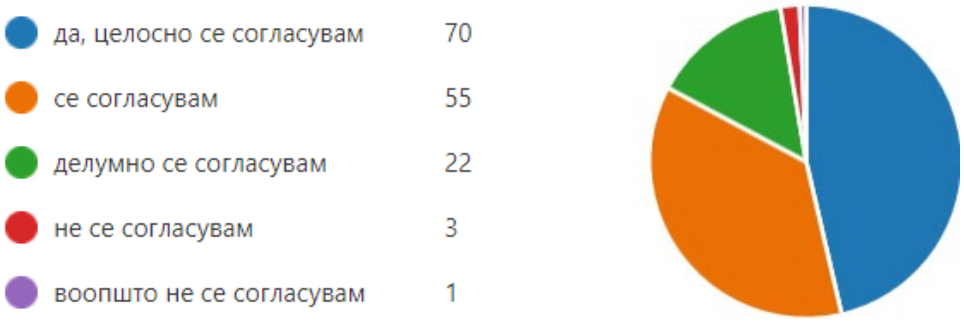
16. *Наставниците на почетокот на секоја тема ве информираат за критериумите и стандардите кои треба да се постигнат за да се добие посакуваниот резултат (оценка). Слика 17.*



Слика 17. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 16.

46% од учениците целосно се согласуваат по наведеното тврдење, 34% се согласуваат дека навремено се информирани за критериумите и стандардите по кои ќе бидат оценети, додека 15% делумно се согласуваат.

17. *Наставникот кога ја соопштува постигнатата оценката на ученикот ја образложува истата и дава насоки за подобрување во иднина. Слика 18.*



Слика 18. Процентуална застапеност на секој од одговорите во прашањето број 17.

Квалитетната повратна информација за постигањата на ученикот е клучна за неговиот личен напредок. Резултатите од спроведениот прашалник по ова прашање се дека скоро половина од испитаниците во целост се согласуваат дека постигнатата оценката наставникот им ја образложува и дава насоки за подобрување во иднина, 36% се согласуваат, додека 11 % од учениците делумно се согласуваат за наведеното тврдење.

Последните прашања во прашалникот беа од отворен тип и учениците беа во можност да го искажат своето мислење за реализацијата на наставата како и процесот на проверување и оценување на стекнатите знаења при наставата од далечина. Свое видување на овие прашања дале повеќе од 80 % од учениците.

18. *Според тебе, што би издвоил како позитивни страни во online наставата!* (126 одговори.)

Во најголем дел од одговорите учениците како позитивни го сметаат непречениот тек на наставата, затоа што и во услови на пендемија, најден е начин да се заштити здравјето на сите, и на учениците и на наставниците и другите вработени, а сепак образовниот процес тече континуирано. Овој вид на настава заштедува во време, децата се дома, имаат повеќе време за учење, домашната атмосфера е поопуштена, исто

така и работната атмосфера е поволна ако се има предвид дека ја нема „вревата“ при редовната настава. Подобрени се ИТ компетенциите кај учениците, поредовни се учениците на часовите, нема многу доцнење, учењето е исто како и во училиште. Позитивно е што материјалите од работата на часовите им се достапни на учениците во секое време и имаат можност да ги гледаат повторно. Додека пак за концентрацијата при следењето на наставата и учењето поделени се мислењата. За некои ученици наставата од дома им овозможува подобрена концентрација и посветеност, а други пак сметаат дека тоа е недостаток, односно дека следењето на часовите пред компјутер е напорно и им опаѓа концентрацијата.

19. *Според тебе, што би издвоил како негативност во online наставата?* (127 одговори)

Во однос на на негативностите, речиси сите се согласни дека на овој начин е запоставена социјализацијата, дружењето со соучениците, намалена е физичка активност и практичната изведба на активностите за кои е неопходно физичко присуство во училиштето. Им недостига дирекната комуникација со другарите, но и со наставниците. Учениците сметаат дека предолгото седење пред компјутер, телефон или друг ИТ уред, на долг рок е штетно по здравјето. Половината од нив потенцираат дека понекогаш главна пречка за следење на наставата може да бидат технички проблеми од видот слаба интернет врска, немање струја, и за тоа бараат поголемо разбирање од наставниците. Една третина од учениците сметаат дека времето за писменото проверување е кратко, и бараат да се намали бројот на зададените задачи. Мал дел од нив, го потенцираат проблемот со како што велат самите ученици „мамењето“ на тестовите.

20. *Наведи твои препораки за да се подобри online наставата во иднина!* (118 одговори)

На ова прашање учениците не дадоа конкретни препораки околу начинот на реализацијата на часот, го изразија своето задоволство и сметаат секојдневната работа е во вистинска насока и дека она што секојдневно им се нуди е соодветно и разбирливо.

4. ЗАКЛУЧОК

Предизвикот пред кој бевме исправени сите чинители во образовниот процес ученици, наставници и родители на стартот на пандемијата, според погоре изнесеното го прифативме и го надминуваме во секоја смисла. Најголема заслуга за тоа има свесноста на учениците за новонастанатата состојба, нивното прифаќање на новиот начин на реализација на наставата и лесната адаптација. Учениците го почитуваат трудот на наставниците и нивната заложба за непречено поучување и од далечина, како најприфатлива можноста за континуитет на нивното образование.

Предметните наставници по математика успеваат да ја задржат кондицијата за учење, а и да ги мотивираат учениците за проширување и продлабочување на нивното знаење. Големо значење учениците ѝ даваат на дискусијата, усните презентации, демонстрации на решенијата и постапките на задачите. Конкретните, јасните и насочените барања што ги даваат наставниците, за учениците се од клучна важност во совладување на математичките содржини, а пред сè за развивање на нивното критичкото размислување. Квалитетната повратна информација и честите проверки на стекнатите знаења придонесуваат за поголема исполнителност и точност во изработката на домашните задачи. Учениците даваат поддршка на различните методи и алатки кои се користат во оценувањето. Согласни се дека оценувањето е транспарентно, јавно, а пред сè објективно. Факт е дека изминува една година од „новото нормално“ и нашата емпатичност кон учениците треба да биде на високо ниво. Она што ние, како наставници треба да го имаме во предвид во претстојниот период, а и во иднина е:

- да се ставиме во улога на учениците и да го олесниме притисокот од неизвесноста за нивното понатамошно образование;
- да покажеме разбирање за техничките проблеми;
- да ги прилагодуваме нашите барања согласно расположливото време;
- да продолжиме со ентузијастичкиот приод и понатаму да ги мотивираме учениците да стекнуваат што подлабоки и потрајни знаења, секој час да биде инспирација и поттик за нив;

- да го одржуваме нивото на концентрација и посветеност кон учењето;
- да ја будиме кај учениците страста кон учењето секојдневно, за да се изградат во одговорни и успешни граѓани на нашето општество.

ПРИЛОЗИ

ПРИЛОГ 1

Анкетен прашалник

ПРЕДНОСТИТЕ И ПРЕДИЗВИЦИТЕ НА ONLINE НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО УСЛОВИ НА ПАНДЕМИЈА

I дел – ОСВРТ ОД РЕАЛИЗАЦИЈАТА НА НАСТАВАТА ОД ДАЛЕЧИНА

1. Какво е твоето искуство од досегашната настава од далечина?

- моето искуство е одлично
- многу сум задоволен
- задоволен сум
- не сум задоволен, очекував повеќе
- воопшто не сум задоволен

2. Дали учиш исто како и пред Covid - 19 пандемијата?

- учам значително повеќе
- учам повеќе
- учам исто како и претходно
- учам помалку
- учам значително помалку

3. Дали вашите наставници ви овозможуваат различни начини да го прикажете вашето знаење?

- да, целосно се согласувам
- се согласувам
- делумно се согласувам

– не се согласувам
– воопшто не се согласувам

4. Кои особини ги почитувате кај наставникот во процесот на учење од далечина?
(МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ)
– да знае добро до го објасни материјалот
– да дава навремен одговор во врска со домашната задача
– да ги разбира учениците
– да може со него лесно да се контактира
– да дава добар одговор во дирекните контакти

5. Кои особини сметаш дека ги подобри кај себе при реализацијата на наставата од далечина?
РАНГИРАЈ ОД 1 ДО 5 ако:
1 - воопшто не, 2 - малку 3 - доволно подобрено 4- многу 5 - значително многу
– зголемена концентрација
– способност да се учи и работи под притисок
– способност да се прифаќа конструктивна критика
– способност за подобрено учење и писмено изразување\
– подобрени вештини во користење на технологија

6. Поучувањето е продуктивно ако е ориентирано на:
(МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ)
– Дискусија
– игри со натпреварувачки карактер
– квизови
– презентации
– почести проверки на знаењата (усни и писмени)
– видео лекции

7. Наставниците во училиштето се залагаат за фер и транспарентно оценување на постигањата на учениците

- да, целосно се согласувам
- се согласувам
- делумно се согласувам
- не се согласувам
- воопшто не се согласувам.

II дел – ОСВРТ ОД РЕАЛИЗАЦИЈАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД ДАЛЕЧИНА

II.1 Од реализацијата на активностите по математика

8. Дали по предметот математика одвојуваш повеќе време за совладување на содржините сега, во време на Covid - 19 пандемијата, во однос на минатите години?

- учам значително повеќе
- учам повеќе
- учам исто како и претходно
- учам помалку
- учам значително помалку

9. По математика најлесно и најбрзо учам преку:
(МОЖЕТЕ ДА ИЗБЕРЕТЕ ПОВЕЌЕ ОДГОВОРИ)
   - Дискусија (непосредна комуникација со наставникот и соучениците)
   - игри со натпреварувачки карактер
   - квизови
   - презентации
   - почести проверки на знаењата (усни и писмени)
   - видео лекции

10. Новите поими и содржините кои се обработуваат на часот по математика ги разбирам во целост.

- да, целосно се согласувам
- се согласувам

– делумно се согласувам
– не се согласувам
– воопшто не се согласувам

11. Начинот на реализирањето на online наставата по математика ми овозможува да се стекнам со трајни знаења за дадената содржина.
– да, целосно се согласувам
– се согласувам
– делумно се согласувам
– не се согласувам
– воопшто не се согласувам

12. Доколку внимавам на online-часовите по математика, потоа ми треба помалку време за да ја напишам домашната задача.
– да, целосно се согласувам
– се согласувам
– делумно се согласувам
– не се согласувам
– воопшто не се согласувам

13. Дали вашите наставници по математика ви овозможуваат различни начини да го прикажете вашето знаење?
– да, целосно се согласувам
– се согласувам
– делумно се согласувам
– не се согласувам
– воопшто не се согласувам

14. Почести проверки на знаењата (усни и писмени – дискусии, квизови, анализа на домашни задачи) ги подобруваат/продлабочуваат моите знаења по математика.
– да, целосно се согласувам
– се согласувам

- делумно се согласувам
- не се согласувам
- воопшто не се согласувам

II.2 Од оценувањето на постигнувањата на учениците по предметот математика

15. Оценувањето на учениците е во согласност со етичкиот кодекс на оценување и за време на online наставата:

- да, целосно се согласувам
- се согласувам
- делумно се согласувам
- не се согласувам
- воопшто не се согласувам

16. Наставниците на почетокот на секоја тема ве информираат за критериумите и стандардите кои треба да се постигнат за да се добие посакуваниот резултат (оценка).

- да, целосно се согласувам
- се согласувам
- делумно се согласувам
- не се согласувам
- воопшто не се согласувам

17. Наставникот кога ја соопштува постигнатата оценката на ученикот ја образложува истата и дава насоки за подобрување во иднина

- да, целосно се согласувам
- се согласувам
- делумно се согласувам
- не се согласувам
- воопшто не се согласувам

18. Според тебе, што би издвоил како позитивни страни во online наставата!

_____
_____.

19. Според тебе, што би издвоил како негативност во online наставата!

_____
_____.

20. Наведи твои препораки за да се подобри online наставата во иднина!

_____
_____
_____
_____.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Unicef – За секое дете, Онлајн настава: Проблеми и решенија* https://www.unicef.org/northmacedonia/mk/online-nastava

[2] *Centar za Afirmaciju i Razvoj, Prednosti online nastave* https://www.centarzaafirmacijuirazvoj.org/2020/04/07/5-prednosti-online-nastave/

[3] T. Miladinović, *UČENJE NA DALJINU - E – UČENJE* https://vts.edu.rs/wp-content/uploads/2019/04/e-ucenje-1.pdf

[4] University of Wisconsin UW MILWAUKEE – *Distance-Learning in the time of COVID-19* https://uwm.edu/sreed/distance-learning/

[5] QuestionPro – *Top 10 distance learning survey questions for students with examples* https://www.google.com/amp/s/www.questionpro.com/blog/distance-learning-survey-questions-for-students/amp/

[6] Student Remote Learning Survey
https://cdn-blob-prd.azureedge.net/prd-pws/docs/default-source/default-document-library/student-remote-learning-survey.pdf

[1] ООУ„Дане Крапчев“
ул. Маџари бр. 9, 1000 Скопје, Р. Северна Македонија

e-mail: l_sarvanoska@yahoo.com
e-mail: biljanastojanovska2020@gmail.com

Примен: 12.3.2021
Поправен: 12.4.2021
Одобрен: 13.4.2021
Објавен на интернет: 2.6.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 27 – 50
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

МОДЕЛ НА ОНЛАЈН НАСТАВЕН ЧАС ПРИМЕНЕТ ВО НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ

Силвана Јакимовска Бинова

Начинот на којшто се реализира наставата во оваа учебна година постави огромен предизвик пред наставниците – да се адаптираат на нов и непознат начин на работа, да го одржат нивото на квалитет на наставата високо и да ги задржат учениците ангажирани. Иако еволуцијата на технологиите денес овозможува работи за кои сè уште не можеме да поверуваме дека се возможни, преминот кон онлајн учење бара посветеност на наставникот и кон учење на новите технологии, но и кон педагошко и методско надградување.

Целта на овој труд е да прикаже модел за реализација на наставен час со активности во три дела (активности пред часот-асинхрони, активности за време на часот-синхрони и активности по часот-асинхрони) со користење интерактивни дигитални ресурси, кој е базиран на чекорите во математичкиот процес за решавање проблеми според рамката на PISA21 (Programme for International Student Assesement). Прикажаниот модел се однесува на цели од наставната програма за IX одделение од темата Алгебра и решавање проблеми, а очекуваниот исход е учениците да ја „откријат“ Пиковата теорема. Таа се однесува на формула за пресметување плоштина на многуаголник во квадратна мрежа (како да е нацртан во тератка со квадратчиња) чии темиња се со целобројни координати (наречени јазли). Плоштината на многуаголникот се пресметува по формулата $P = i + \frac{p}{2} - 1$, каде што i е бројот на точки од решетката коишто се во внатрешноста на многуаголникот и p е бројот на точки од решетката што лежат на рабовите, т.е. на „границата“ на многуаголникот.

Дигиталните ресурси кои го насочуваат и поддржуваат учењето се креирани на платформата Genially, во комбинација со други алатки. Учениците активно беа вклучени во активностите на часот, успешно ги завршија поставените задачи и ја открија зависноста на плоштината на многуаголникот од бројот на соодветни точки од решетката, со што

реализираниот наставен час ги постигна очекуваните исходи. Учениците го евалуираа часот со висока оценка, што ја оправдува примената на ваков модел во наставата.

1. ВОВЕД – ОНЛАЈН УЧЕЊЕ И СОСТОЈБАТА КАЈ НАС

Учење од далечина е „планирано учење кое се случува на место различно од она каде е предавањето и бара посебни техники на дизајнирање на содржинит и активностите, специјални инструкциски техники, специјални методи на комуникација со електронски и други технологии, како и организациски и административни аранжмани“, [9]. При учење од далечина до учениците се доставуваат материјали и ресурси за учење, а учениците имаат задача да завршат дадени задачи за одредено време. Најчесто единствениот контакт со наставникот е кога треба да се достават решените задачи за оценување, [7].

Онлајн учењето е „учење со инструкции преку Интернет. Инструкциите може да бидат синхрони или асинхрони и при тоа се користат различни технологии при посредување во процесот на учење“, [6]. И учењето од далечина и онлајн учењето бараат исти онлајн алатки, но овде нивната сличност завршува. Трите најзначајни разлики помеѓу нив се однесуваат на местото каде се учи, интеракцијата помеѓу учесниците и намерата, [10]. Во однос на местото, онлајн учењето се случува во виртуелна училница, каде што учениците водени од наставникот работат на дигитални лекции и задачи. Онлајн учењето вклучува директна интеракција на наставникот со учениците. Тоа е дизајнирано да се користи со директни наставни методи, како начин за обезбедување дополнителни можности за учење.

Образованието од далечина (или наставата и учењето од далечина), иако има релативно долга традиција, стана исклучително актуелно во првата половина од 2020 година кога, речиси, сите земји во светот поради здравствената криза со корона вирусот предизвикувач на болеста COVID-19, наеднаш преминаа на далечинско учење во сите степени на образованието. Во нашата држава досега речиси да немаше искуства со образование од далечина во сферата на задолжителното образование. Во изминатите години беа донесени релативно голем број стратешки документи за подигнување на квалитетот на дигиталните вештини и кај

учениците и кај наставниците. Предвидени беа значаен број мерки во кои се „насетува“ учењето од далечина, но во ниту еден документ немаше предвидено конкретни активности, односно не беа развиени стандарди за учење од далечина и е-учење. Неколкумесечните искуства со образованието од далечина во нашава земја во прв план ги истакнаа следниве предизвици: недостиг на стратешки и нормативни документи; недоволни теоретски и практични педагошки знаења за настава од далечина на сите вклучени во образовниот процес; недоволни дигитални компетенции кај најголемиот број чинители во образовниот процес од далечина и лоша ИКТ-опременост. (Констатациите се извлечени врз основа на реакциите на социјалните медиуми, изразувањето на јавното и стручното мислење во медиумите, испитувањата од помал обем за одделни состојби и не се направени/објавени системски истражувања, [11].)

Во тек на здравствената криза, изработен е Концепт за развивање системи за образование од далечина во основните и средните училишта (јули 2020); воспоставена е Национална платформа за учење од далечина (септември 2020) и објавени се упатства како што се: Упатство за реализација на скратени наставни програми (септември 2020), Упатство за реализација на воннаставни активности преку платформи за учење на далечина во основно образование (јануари 2021), Упатство за реализација на клубови и секции на далечина во учебната 2020-21 (јануари 2021) и Упатство за методика на наставата на далечина во основното и средното образование (јануари 2021) (од страна на БРО); воспоставена е и национална веб-платформа за образование ЕДУИНО, [12], како колективен портал за дигитални содржини, соработка и професионален развој на којшто, заедно со децата, едукаторите и родителите креираат, проверуваат и објавуваат ресурси и материјали за учење, но достапни се и ресурси за образовен кадар во форма на видео упатства за подобро спроведување на онлајн наставата, како и алатки за интерактивно пренесување на знаењата, (од ЕДУИНО).

Наспроти преземените чекори со цел системски приод кон наставата од далечина кои во најголем дел се од теоретска и техничка природа, пред наставниците и наставата од далечина сè уште стојат предизвици како што се избор на ефективна педагогија, креирање и организира-

ње ресурси и нивна ефективна примена. Според препораките, учењето на далечина подразбира прилагодување на педагогијата и методиката на настава. Важно е и наставниците постепено да се надградуваат, да експериментираат, но и да бидат отворени за учење од сопствените обиди и грешки. Обезбедувањето содветни дигитални ресурси (материјали и алатки) е еден од клучните фактори за успешна реализација на час на далечина. Тие може да бидат презентација, инфографик, слика или постер за илустрација, видеозапис, прашалници, игри, веб-алатки, итн. Заради недостаток на соодветни и квалитетни ресурси на македонски јазик наставниците се насочени кон нивно креирање, [14].

2. КРЕИРАЊЕ ДИГИТАЛНИ РЕСУРСИ

Креирањето и организирањето ресурси и нивната ефективна примена е предизвик за секој посветен и професионално одговорен наставник. Квалитетните ресурси за учење и нивна ефективна примена значат обезбедување на клучните елементи на успешна настава од далечина, а тоа се социјално и когнитивно присуство и интерактивност.

Како почетна точка, при креирање на дигитални ресурси за учење (паралелно со планирање на нивната примена за време на час) се предлага да бидат седумте принципи за конструктивистички дизајн, [1]: „Јасно обезбедете можности учениците да го конструираат знаењето”; „Обезбедете можности за различни перспективи”; „Учењето нека биде вгнездено во реален и релевантен контекст”; „Потикнете чувство на сопственост над учењето и изразување размислувања и идеи”; „Во учењето обезбедете можности за соработка”; „Охрабрете употреба на различни начини на претставување на идеите и решенијата”; „Охрабрете свесност при конструкција на знаењето”.

Внимателно избрани веб алатки за дизајнирање на ресурсите можат да ги засилат ефектите на овие принципи и да овозможат дизајнирање на содржини со кои ќе се постигнат целите на учење. На пример, мултимедијални содржини можат да обезбедат различни модели на разменување и претставување на информациите како поддршка на различните стилови на учење. Симулациите и визуелните претставувања може да го обезбедат процесот на конструкција на знаењето. Со решавање реални проблеми од секојдневие преку соработка во виртуелна

средина може да се обезбеди учење во реален и релевантен контекст, како и чувство на сопственост над учењето и самосвесност за процесот на конструкција на знаењата, [8]. Со кратки прешалници може дијагностички да се провери предзнаењето на учениците како и стекнатите знаења за време на часот и во исто време и учениците и наставникот да добијат информација.

Заради огромната понуда на веб алатки, наставникот внимателно мора да одбере неколку, најсоодветни во однос на достапност и ограничувања, едноставност за креирање на ресурси и нивно користење и сл. Веб алатките се корисни за подобрување на објаснувањата и моделирањата, нудат начини за подобрување на квалитетот на работа на учениците, како и оценувањето и повратната информација, но најефективни се кога се користат во комбинација и како збогатување на наставата. Нивната примена треба да е секогаш педагошки оправдана и проверена пред да се употреби со учениците. Не треба да се очекува дека тие во целост ќе ја завршат и работата на наставникот. Не треба да се претерува во бројот на различни веб алатки кои се применуваат, бидејќи ризикот би бил тие да станат цел на учење, наместо да бидат алатки кон остварување на целите на учење од наставниот предмет.

3. ОД НАСТАВНАТА ПРАКСА – ИНТЕРАКТИВНИ ДИГИТАЛНИ РЕСУРСИ

Дигиталните ресурси прикажани во овој труд се креирани како компилација од дигитални материјали за учење во еден пакет кој нуди: мотивација и поттикнување за учење, содржини и активности за учење во кое ученикот има централна улога, можност за вежбање, проверка на разбирањето и повратна информација, активности за развивање вештини од повисоки нивоа. Овие ресурси се однесуваат на содржини од наставната програма по математика за IX одделение од темата Алгебра и решавање проблеми. Наменети се за постигнување на целите: учениците да изведуваат едноставни формули, да го истражуваат ефектот со различни вредности на променливата со цел да направат генерализација и да презентираат концизни поткрепени аргументи за да ги образложат решенијата или генрализациите, користејќи симболи, дијаграми или графици. Очекуваниот исход е учениците да го истражуваат ефектот на

двете променливи (број на внатрешни и надворешни точки на многуаголник во квадратна мрежа од точки) во однос на плоштината на многуаголникот и да генерализираат заклучоци, да презентираат концизни и поткрепени аргументи за своите заклучоци, користејќи ги добиените резултати во табелите, но и да ја изведат Пиковата формула.

За подготовка на дигиталните ресурси користени на онлајн часот прикажан во овој труд се користени следниве веб алатки:

– Genially (https://www.genial.ly/) – алатка за креирање презентации со можности за интерактивност, анимации и интегрирање други алатки во неа.
– MS Forms – алатка за креирање прашалници и квизови.
– Geoboard (https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/) – алатка за цртање на 2Д форми и истражување на нивните својства, која нуди можност работата да биде зачувана како слика или да се сподели како линк.
– LiveWorksheets (https://www.liveworksheets.com/) – алатка со која традиционалните листови се трансформираат во интерактивни работни листови кои откако ќе ги решат учениците ќе добијат повратна информација за точноста на решенијата и можат да бидат испратени до наставникот.

Сите веб алатки кои беа користени при креирање на ресурсите за учење се во бесплатна верзија, не бараат кориснички сметки при користење на ресурсите, достапни се и на мобилен телефон, на таблет и на лаптоп, лесни за достава до учениците преку линк.

При планирање на активностите и креирање на ресурсите во предвид се имаше потребата наставата да биде ориентирана кон развој на клучните компетенции (релевантно знаење, вештини и ставови), наспроти настава ориентирана само кон усвојување знаења, [2], и покрај специфичните услови во кои се реализира. Во прв план е математичката компетенција која во скоро сите интернационални документи кои ги дефинираат клучните компетенции се дефинира како способност да се развие и примени математичко размислување со цел да се реши проблем од реален контекст. Планираните активности и креираните ресурси за реализација на онлајн часот се насочени кон развој на математичката компетенција и се во насока на поддршка на очекуваниот тек

на математичкиот процес (според PISA 2021 рамката за оценување математичка писменост) при решавање проблем во три фази: математичко формулирање, примена на математички концепти, факти и разбирање, како и интерпретација и вреднување на резултатите, [13].

Ресурсите кои беа изработени се следниве:

1. **Интерактивната презентација за асинхрони активности Пикова теорема - Пред часот** којашто го содржи големото прашање и проблем од секојдневието со кој учениците се насочуваат кон решавање на големото прашање; матрица со прашања која го насочува ученикот кон разбирање на проблемот и Прашалник 1 (даден во Прилог) со кој учениците ќе го проверат и покажат правилното разбирање на проблемот, [3].

Со оваа интерактивна презантација учениците на почетокот се запознаваат со големото прашање, со целите на учење преку интерактивниот елемент „Што ќе научиш“ и со постапката на решавање на проблемот преку интерактивниот елемент „Како ќе решаваш“, (Слика 1).

Слика 1. Вовед во големото прашање, целите на учење и начинот на работа.

Заради потикнување и мотивација на учење, ова големо математичко прашање е преформулирано како проблем од реален контекст за кое е понуден илустративен приказ со Геотабла, (Слика 2).

Слика 2. Проблем преку кој треба да се добие одговорот .

Со цел поддршка и насочување на учениците во секоја од фазите на математичкиот процес, интерактивната презентација Пикова теорема – Пред часот, содржи *матрица со прашања* со кои е поддржано основното разбирање на проблемот, а потоа и прашањето за поддршка на секоја од трите фази на математичкиот процес при решавање проблеми (според рамката на PISA21): математичко формулирање, примена на математички концепти и разбирање и интерпретација на решението и вреднување. Зад секој број на слајдот (Слика 3) кој е искористен како интерактивен елемент стои прашање за поддршка во соодветната фаза од решавање на проблемот.

Во целост прашањата за поддршка од Матрицата на прашања се дадени во продолжение.

– Прашања за поддршка на разбирање на проблемот се: „Што се случило?”; „Што се планира да се направи за да се надомести штетата?”; „Како се планира да се изврши садењето на новите садници?”; „Кои услови мора да се почитуваат при садењето?”; „Што е потребно да се одреди пред да се почне со садењето? ”.

– Прашања за поддршка на математичкото формулирање на проблемот се: „Кои математички поими ги препознаваш во проблемот?”; „Како може да се илустрира проблемот? Која алатка е најсоодветна?”; „Во каква математичка форма ќе го претставиш конечното решение на

проблемот?“; „Колку променливи ќе користиш?“; „Кој математички поим одговара на главната променлива?“; „Од што зависи таа?“; „Како ќе ги означиш променливите?“; „Како можеш да ја одредиш зависноста на глевната – зависната од независните променливи?“; „За една вредност на зависната променлива, дали се можни различни претставувања/скици?“; „Како можеш да ја тестираш главната променлива кога таа зависи од две променливи?“; „Како ќе ги одредуваш/пресметуваш вредностите на главната променлива?“; „Како ќе ги бележиш добиените резултати?“.

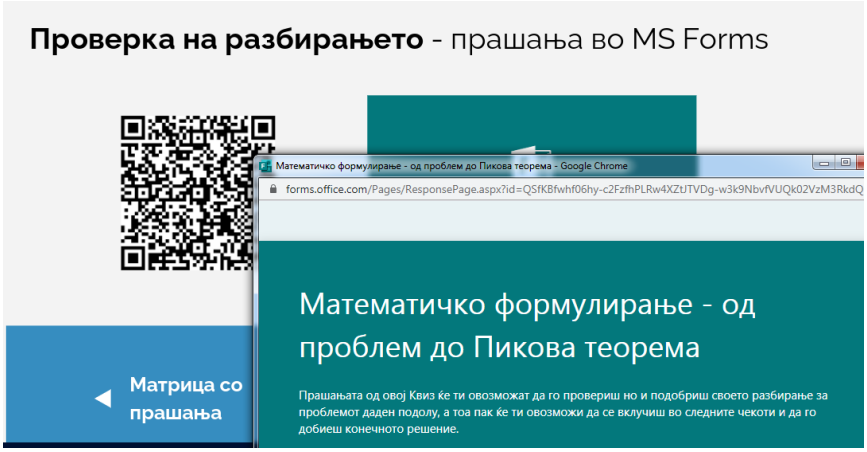
Слика 3. Матрица на прашања за поддршка при решавање на проблемот.

– Прашања и насоки за поддршка при примена на математичките концепти и разбирање се: „Почнувајќи од наједноставниот случај за најмали вредности на независните променливи изработи скици за можните случаи со помош на Геотабла.“; „За секоја од изработените скици за соодветни вредности на независните променливи, пресметај ја вредноста на плоштината.“; „Добиените вредности уредно запиши ги во табели.“; „Дали оградената површина зависи само од бројот на засадени дрвца?“; „Дали оградената површина зависи само од бројот на потпорни точки на оградата?“; „Дали ако го знаеме бројот на потпорни точки на оградата и бројот на засадени дрвца, можеме точно да ја одредиме површината?”; „Која е зависноста на оградената површина од бројот на засадени дрвца?“; „Која е зависноста на оградената површина

од бројот на потпорни точки на оградата?“; „Која е формулата со која може да се претстави зависноста?“.

– Прашања и насоки за поддршка при интерпретација и вреднување на решението се: „Провери ја точноста на формулата за случајно избрани вредности на независните променливи.“; „Дали добиеното математичко решение има смисла во реалниот контекст на проблемот?“; „Има ли некои ограничувања начинот на решавање кој го користевте?“; „Имаш ли предлог за подобрување на процесот на решавање?“.

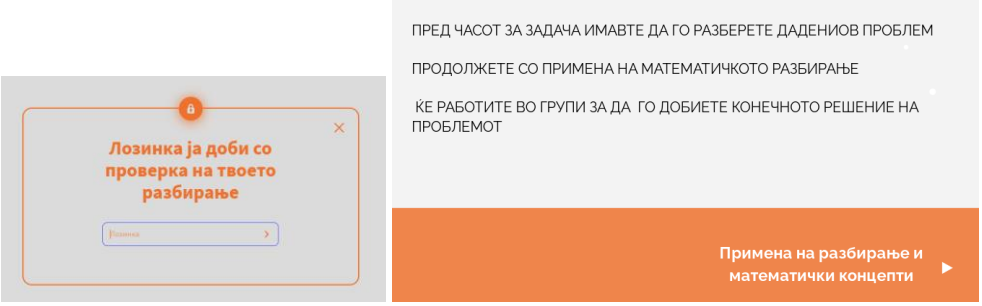
Заради проверка на разбирањето во презентацијата е вгнезден прашалник во MS Forms, Математичко формулирање – од проблем до Пикова теорема кој ги содржи прашањата од матрицата на прашања за фазите разбирање и математичко формулирање. Целта е ученикот да добие повратна информација за точноста на сопственото разбирање на проблемот, но и наставникот да добие информација заради дијагностицирање на степенот на разбирање и насочување на активностите за време на часот, (Слика 4). Со одговарање на прашањата од прашалникот учениците добиваат влезна лозинка за продолжување со активностите во тек на онлајн часот.



Слика 4. Линк до прашалник за проверка на разбирање на проблемот

2. **Интерактивна презентација за синхрони активности Пикова теорема - За време на часот** која содржи насоки и линкови кон Геотабли и табели за работата во групи, [4].

Оваа интерактивна презентација се користи за време на онлајн часот. Со добиената влезна лозинка учениците се вклучуваат во синхроните активности за време на часот, (Слика 5).



Слика 5. Влез со лозинка во активностите за време на онлајн часот.

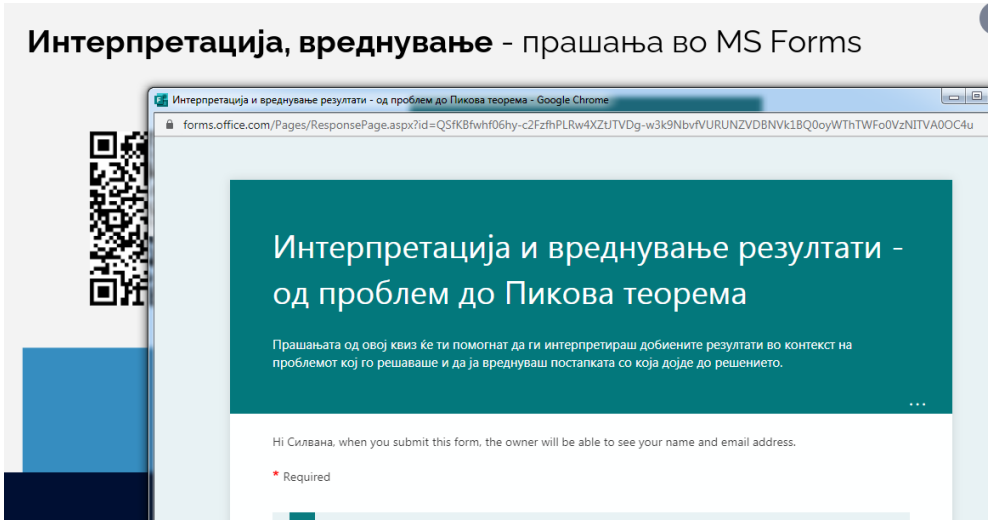
Во фазата примена на математички концепти и разбирање, на учениците им е обезбедена можност за соработка преку работа во групи. Секоја од групите има конкретна задача и на слајдот (Слика 6) за секоја од групите е обезбеден линк до Геотабла и Табела за бележење на резултатите.

Слика 6. Линкови до ресурси за работа во групи.

3. **Интерактивна презентација за асинхрони активности Пикова теорема - После часот** која содржи: Прашалник 2 (Прилог), со кој

ученикот ќе го интерпретира добиеното решение и ќе ја вреднува работата; Прашалник 3 за евалуација на активностите од часот, [5].

Третата интерактивна презентација ги води и ги поддржува учениците во асинхроните активности по часот. Заради интерпретација и вреднување резултати од работата во групи, учениците одговараат краток прашалник во MS Forms кој треба да покаже колку ја откриле Пиковата теорема и како ги интерпретираат и вреднуваат резултатите и начинот на решавање, (Слика 7).



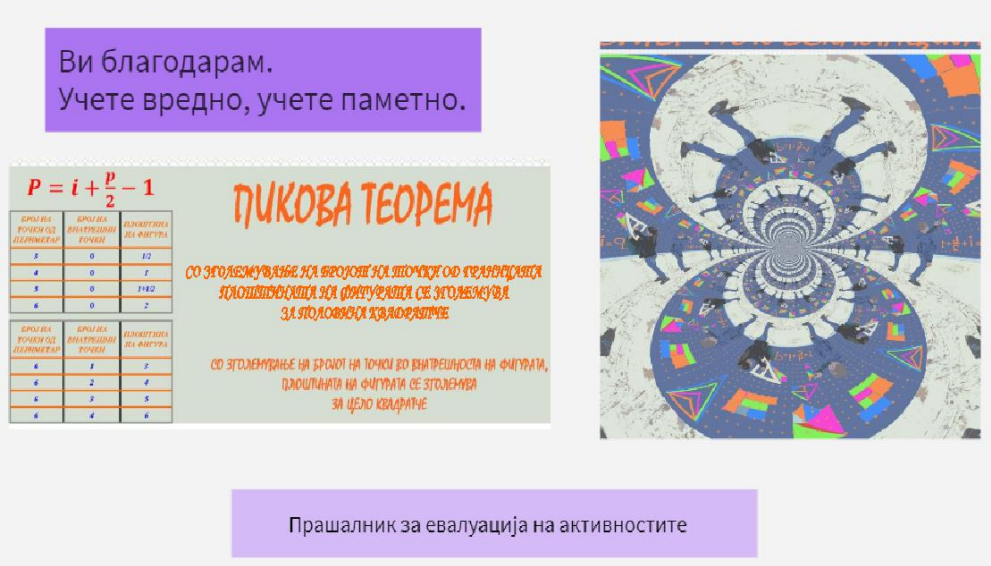
Слика 7. Прашалник за интерпретација и вреднување резултати.

По одговарање на прашалникот добиваат нова лозинка како влез до слајдот на кој се претставени заклучоците од решавањето и Пиковата формула, (Слика 8).

4. ОД НАСТАВНАТА ПРАКСА – РЕФЛЕКСИЈА ОД РЕАЛИЗИРАН ОНЛАЈН ЧАС

Со прикажаните интерактивни дигитални ресурси беше реализиран онлајн наставен час со активности во три дела: активности пред часот-асинхрони, активности за време на часот-синхрони, и активности после часот-асинхрони. Претходниот час на учениците им беше споделен линк од **Интерактивната презентација за асинхрони активности Пикова теорема - Пред часот** како и кратко упатство за

нејзино користење. Задачите кои требаше учениците да ги заврашат пред онлајн часот се: да се запознаат со големото прашање и поставениот проблем кој треба да се реши, да ја разгледаат матрицата со прашања и да размислат за одговорите на прашањата, а своето разбирање да го покажат и проверат со одговарање на прашалникот Математичко формулирање – од проблем до Пикова теорема. По одговарањето на прашалникот учениците веднаш добија повратна информација за степенот на разбирање, но и повратна информација за тоа каде треба да се подобрат. Со анализа на добиените резултати од прашалникот и наставникот добива информација за разбирањето на учениците и насока како да ги планира активностите за време на часот.



Слика 8. Заклучоци и Пикова формула.

Онлајн виртуелниот час се реализираше преку MS Teams. Часот започна со дискусија за разбирањето и математичкото формулирање на поставениот проблем според одговорите на учениците на прашалникот. Со тоа се разјаснија дилемите. Потоа учениците поделени во четири групи со алатката BreakOut Rooms работеа на поставените задачи, соодветно за нивната група. Две групи имаа за задача да цртаат скици и пресметуваат плоштини на многуаголници кај кои бројот на внатрешни точки е фиксен, а се менува бројот на точки од границата. Другите две групи на ученици имаа иста задача, но за многуаголници кај кои бројот

на точки од границата е фиксен, а се менува бројот на внатрешни точки. Во рамки на групите еден ученик имаше за задача да ги црта скиците на споделена Геотабла, а друг резултатите од пресметаните плоштини да ги запишува во табела изработена во LiveWorksheets која беше вметната како подготвен ресурс. При одредување на плоштините, во зависност од многуаголникот, учениците беа охрабрени да вршат проценка на плоштината на многуаголникот со броење на квадратчиња (во едноставни случаи), плоштината да ја пресметаат со формула (доколку многуаголникот е триаголник, квадрат, правоаголник, паралелограм, трапез или делтоид и потребните должини за пресметување може да ги одредат) или многуаголникот да го поделат на многуаголници чии плоштини можат да ги пресметаат на еден од претходните два начини, а неговата плоштина да ја добијат со алгебарски пресметки од плоштините на деловите. Сите членови во групата ја подржуваа работата – цртањето и пресметките. После завршувањето на работата во групи имаа задача цртежите на Геотабла да ги сочуваат како слика, а табелата по е-пошта да ја испратат до наставникот. За време на работата во групи наставникот ја следеше и поддржуваше работата на сите групи. Пред крајот на онлајн часот групите накратко ја презентираа својата работа и заклучоците и беа споделени насоки за реализација на асинхроните активности после часот.

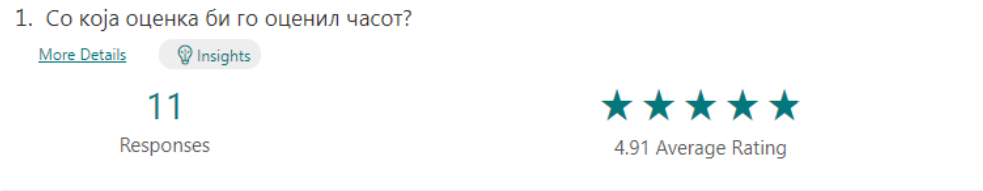
По завршување на онлајн часот, работата на учениците беше водена и поддржана со **Интерактивна презентација за асинхрони активности Пикова теорема - После часот**. Учениците прецизно ги формулираа заклучоците од работата во групи и требаше да ја откријат Пиковата формула. Постигањата ги прикажаа со одговарање на прашалникот Интерпретација и вреднување на резултати – од проблем до Пикова теорема.

Учениците беа мотивирани и активно вклучени во планираните активности. Според анализа на одговорите од прашалниците за учениците најголем предизвик беше активноста После часот која се однесува на интерпретација и вреднување на резултатите. Прашалникот 2 не беше одговорен од сите ученици. Според добиените одговори учениците успешно ја одредија промената на плоштината на многуаголникот при промена на бројот на внатрешни точки за една или пак при промена на

бројот на точки од границата за една и ја препознаа Пиковата формула од понудените одговори во прашалникот. Но, предизвик им беше самите да ја конструираат формулата, да дадат подетален одговор на прашањата за ограничувања при решавање на проблемот и примена на решението во реален контекст и да дадат предлози за друг начин за решавање на проблемот. На овие прашања учениците дадоа кратки одговори „Да” или „Не” без дополнително да ги споделат своите идеи. Со цел надминување на овој предизвик со учениците дополнително се дискутираше за важноста да даваат образложение на своите одговори, потребата секогаш дополнително да се разгледа примената на математичкото решение на проблемот во реалниот контекст од кој произлегол проблемот како и можноста за решавање на проблемот на друг начин. Заради надминување на овие предизвици дополнително ќе се работи со учениците и во иднина при решавање на слични проблеми.

Активностите беа реализирани во рамки на еден наставен час во три дела (асинхрони активности – пред и по часот и синхрони активности за време на онлајн час). Идеално би било кога дополнително би се реализирал уште еден онлајн час со активности заради надминување на погоре споменатите предизвици.

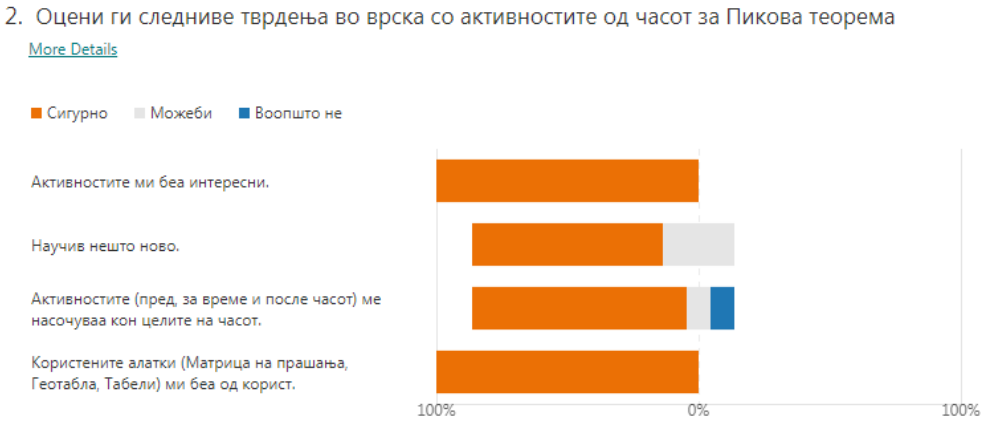
За рефлексија на реализираните активности учениците одговорија на прашалник од 7 прашања. Во продолжение е сумативен приказ на нивните одговори. Просечната оценка за часот е 4,91 од максимална 5, (Слика 9).



Слика 9. Резултат од рефлексија на ученици – просечна оценка за часот.

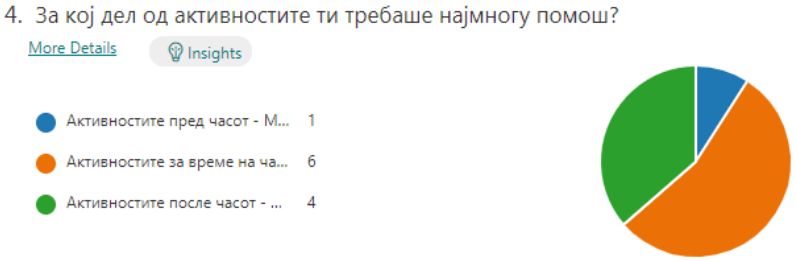
За 100% од учениците активностите биле корисни и користените алатки им биле од помош. 72,7% од учениците сигурно научиле нешто ново. 81,8% од учениците активностите ги воделе кон постигнување на целите на часот, (Слика 10). Најинтересна активност за најголем број од учениците била работата во групи, а најмалку интересно им било беле-

жењето на резултатите во интерактивните табели, (Слика 11). Најмногу помош им била потребна за активностите за време на часот, а најмалку за активностите пред часот, (Слика 12).



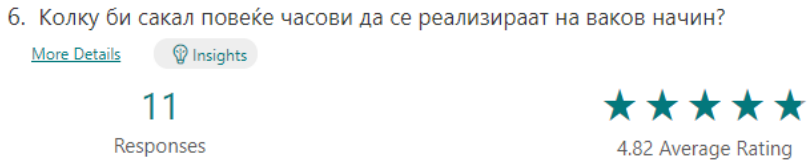
Слика 10. Оценка на активностите за време на час.

Слика 11. Најкорисни/најинтересни активности.



Слика 12. Потреба од помош за време на час.

Со оценка 4,82 од максимална 5 учениците ја оценија идејата часовите да се реализираат на ваков начин, (Слика 13).



Слика 13. Реализација часовите на ваков начин во иднина.

Сметам дека високата оценка за часот реализиран според прикажаниот модел е резултат на видот на активности кои се реализираа – математичко истражување, но и дигиталните ресурси и дигиталните алатки интегрирани во нив, кои ги водеа учениците при реализацијата на активностите. Сметам дека посебно ја издвоија работата во групи заради можноста и во виртуелна училница да работат во групи, а во исто време нивната работа да биде следена и поддржана од наставникот. Најмногу помош им требаше за време на часот, бидејќи синхроните активности за време на часот од нив бараа користење на Геотабли и интерактивни табели – веб алатки кои се едноставни за користење, но со кои учениците првпат се сретнаа. Со нивна примена требаше да ги постигнат очекуваните исходи на часот, но и внимателно да ги сочуваат и да ги испратат до наставникот како доказ за постигањата. Сметам дека идејата за часовите да се реализираат на ваков начин е оценета со висока оценка заради тоа што инерактивните дигитални ресурси им овозможија поинакво, позитивно искуство за учење од далечина.

5. КАКО ЗАКЛУЧОК

Креираните интерактивни ресурси и нивната примена за време на часот прикажани во овој труд се засновани на теоретски препораки и согледувања, како и лични согледувања од анализа на ресурси со докажана ефективност и може да бидат разгледани како модел на тоа какви ресурси навистина ни се потребни. Предлагам истражување за степенот на ефективност од нивна примена. Со оглед на тоа што нивното креирање од една страна бара многу предуслови, но од друга страна тие се неопходен елемент на квалитетна онлајн настава, би требало системски да се пристапи кон нивно обезбедување на ниво на држава.

За моменталната состојба со учењето од далечина и онлајн учењето во нашата држава најдобра слика ни дава изреката на Аристотел – „Работите коишто треба да ги научиме пред да можеме да ги правиме, најдобро ги учиме правејќи ги”. За да се има успешна онлајн настава мора навреме да се планираат и многу задачи, како на пример: развој на вештини, советување и поддршка и на учениците и на наставниците, развој на содржини и ресурси за учење и нивна испорака и начини на оценување. Најважни од сѐ се позитивниот став и подготвеноста да се учи.

ПРИЛОЗИ

Прашалник 1

Математичко формулирање - од проблем до Пикова теорема (16 Points)

Прашањата од овој Квиз ќе ти овозможат да го провериш но и подобриш своето разбирање за проблемот даден подолу, а тоа пак ќе ти овозможи да се вклучиш во следните чекоти и да го добиеш конечното решение.

Проблем:
После пожарот во блиската шума, граѓаните самоиницијативно сакаат да организираат акција за пошумување. Новите садници сакаат да ги посадат прецизно, како во квадратна мрежа од точки така што растојанието помеѓу било кои посадени садници што се еден до друг е 1 метар. Заради сигурност сакаат посадените садници да бидат оградени со жица, а потпорни точки на оградата да се точките од квадратната мрежа. Формата на заградената површина не им е важна. Потребно им е да ја одредат површината што ќе биде оградена и посадена, зависно од бројот на посадените садници и искористените потпорни точки за оградување.

Внимателно прочитај го проблемот, и одговори на дадените прашања.
Кога ќе завршиш со одговарањето, испрати ги одговорите (Submit).

Ќе добиеш повратна информација но и лозинка со која ќе можеш да преминеш во следниот чекор од решавањето на проблемот.

Среќно!

1. Што се случило? *
(1 Point)

- Пожар во блиската шума ✓
- Поплава во соседниот град

2. Што се планира да се направи? *
(1 Point)

- Пошумување ✓
- Асфалтирање

3. Како се планира да се изврши пошумувањето? *
(1 Point)

- Прецизно ✓
- Произволно

4. Како мора да бидат засадени садниците? (повеќе од еден точен одговор) *
(1 Point)

- [ ] како во квадратна мрежа од точки ✓
- [ ] на растојание од 0.5метри
- [ ] во парцела од кружна форма
- [ ] не е важна формата на парцелата ✓
- [ ] садниците/парцелата да биде оградена

5. Што сакаат да одредат пред да почнат со садењето? *
(1 Point)

- Колкава е површина што ќе треба да ја оградат ако го знаат бројот на садници и потпорни точки на оградата ✓
- Колку садници им се потребни ако ја знаат површината
- Колку метри жица им е потребна ако ја знаат површината и бројот на садници

6. Кои математички поими/концепти ги препознаваш во зададениот проблем? (повеќе од еден точен одговор) *
(1 Point)

- [ ] плоштина ✓
- [ ] променливи ✓
- [ ] формула ✓
- [ ] равенка
- [ ] степен

7. Која алатка може да ти помогне при илустрирање на проблемот? *
(1 Point)

- Геотабла ✓
- Агломер
- Бројна оска

8. Во каква форма ќе го запишеш конечното решение? *
(1 Point)

- Формула ✓
- Равенка
- Броен резултат

9. Колку вкупно променливи ќе користиш при решавањето? *
(1 Point)

- една
- две
- три ✓

10. Кој математички поим одговара на "главната" променлива чија формула сакаме да ја одредиме? *
(1 Point)

- плоштина ✓
- периметар
- волумен

11. Кои се останатите променливи од кои зависи таа? *
(1 Point)

- големината на аглите на многуаголникот-парцелата
- бројот на внатрешни точки-садници и бројот на потпорните точки на оградата ✓
- должините на страните на парцелата

12. Како можеме да ја одредиме зависноста/формулата? *
(1 Point)

- со систематско истражување почнувајќи од едноставни примери ✓
- со експериментирање со случајно избрани примери
- со обиди и откривање грешки

13. Дали се можни различни геометриски претставувања за една вредност на "главната" променлива? *
(1 Point)

- да ✓
- не

14. Како може да постапиме во истражувањето кога имаме зависност од две променливи? *
(1 Point)

- за одредена-фиксна вредност на едната променлива ќе менуваме вредности кај другата ✓
- истовремено ќе ги менуваме двете променливи
- наизменично ќе ја менуваме едната па другата променлива

15. Како ќе ги вршиме пресметките на вредноста на "главната" променлива за дадени вредности на променливите? *
(1 Point)

- од скица со примена на формули за плоштина и плоштина на сложени фигури ✓
- од скица со броење на квадратчиња

16. Кој е најсоодветен начин за бележење на добиените вредности-резултатите? *
(1 Point)

- во табела со три колони ✓
- во дијаграм
- во табела со две колони

Прашалник 2

Интерпретација и вреднување резултати - од проблем до Пикова теорема

Прашањата од овој квиз ќе ти помогнат да ги интерпретираш добиените резултати во контекст на проблемот кој го решаваше и да ја вреднуваш постапката со која дојде до решението.

1

Која е точната формула со која е изразена зависноста на површината од бројот на внатрешни точки и потпорни точки? (Ознаките се P-плоштина, p-број на точки од граница, i-број на внатрешни точки)

а. $P = i + \frac{p}{2} - 1$ **б.** $P = 1 + \frac{p}{2} - i$ **в.** $P = i + p - 1$

- а ✓
- б
- в

2

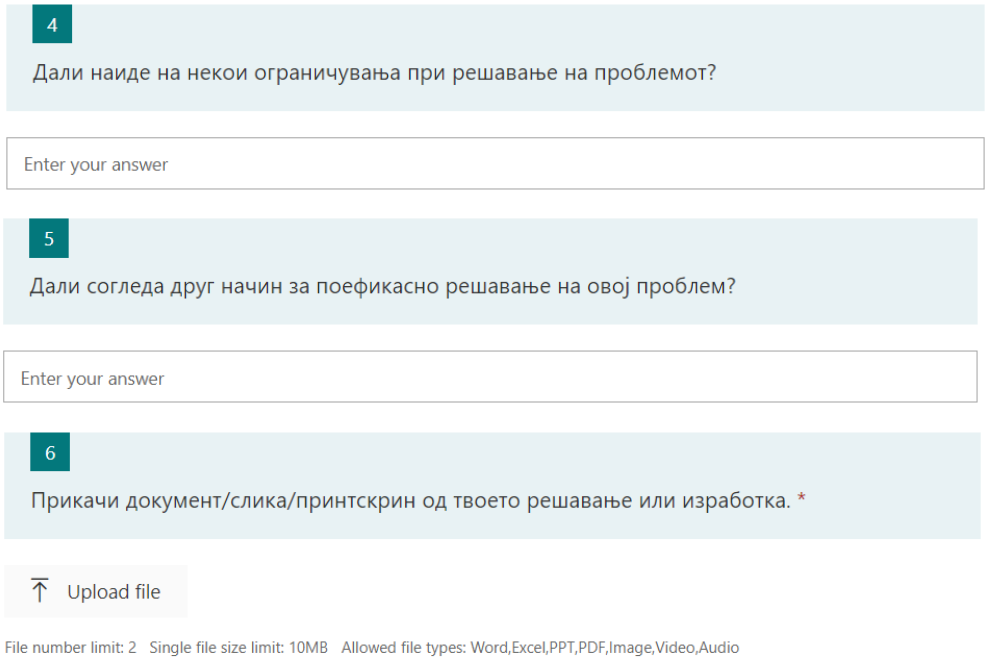
За колку се зголемува оградената површина ако бројот на внатрешни точки се зголеми за една?

- за еден ✓
- за половина
- за два

3

За колку се зголемува оградената површина ако бројот на потпорни точки (од границата) се зголеми за една?

- за еден
- за половина ✓
- за два



ЛИТЕРАТУРА

[1] W. G. Abramson, T. Boyle, *Design for multimedia learning*, CCE Faculty Articles. *315* (1997) https://nsuworks.nova.edu/gscis_facarticles/315

[2] С. Ј. Бинова, *Образование базирано на компетенци – потреба и предизвик во наставата по математика во основно образование*, Зборник на трудови Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и сродни науки (2019), 363-373

[3] С. Ј. Бинова, Интерактивен дигитален ресурс – *Пикова теорема пред часот* https://view.genial.ly/602168154df7870d969b7bda/presentation-pikova-teorema-pred-chasot

[4] С. Ј. Бинова, Интерактивен дигитален ресурс – *Пикова теорема за време на часот* https://view.genial.ly/60216d890cab2e0dae9c0844/presentation-pikova-teorema-za-vreme-na-chasot

[5] С. Ј. Бинова, Интерактивен дигитален ресурс – *Пикова теорема после часот* https://view.genial.ly/602174424b89fb0da14aabf9/presentation-pikova-teorema-posle-chasot

[6] N. Dabbagh, B. Bannan-Ritland, *Online learning: Concepts, strategies, and applications* Pearson Education, Upper Saddle River (2005)

[7] G. L. Frantz, K. W. James, *The Distance Education Learning Model (DEL)*, Faculty Publications: Agricultural Leadership, Education & Communication Department (2000), 47.

[8] A. Mikropoulos, *On the pedagogy of open and distance learning systems*, Department of Primary Education, University of Illinois, Hellas (2000).

[9] M. Moore, G. Kearsley, *Distance education: A systems view. Belmont*, CA: Wadsworth (1996).

[10] B. Stauffer, *What's the Difference Between Online Learning and Distance Learning?* https://www.aeseducation.com/blog/online-learning-vs-distance-learning

[11] М. Чешларов и др., *Концепт за развивање на систем за образование од далечина во основните и средните училишта во Република Северна Македонија* https://mon.gov.mk/stored/document/Koncept%20za%20dalecinsko%20obrazovanie-design-MK-with%20logos.pdf

[12] *ЕДУИНО - колективен портал за дигитални образовни содржини, соработка и професионален развој на едукатори* http://www.eduino.gov.mk/

[13] *PISA 2021 mathematics framework*, https://pisa2021-maths.oecd.org/

[14] *Упатство за методика на наставата на далечина во основното и средното образование* https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2021/01/Упатство-за-методика-на-настава-на-далечина-финално.pdf

[1] ООУ Страшо Пинџур, Карбинци, Р. Северна Македонија
e-mail: jakimovska.silvana@yahoo.com

Примен: 11.3.2021
Поправен: 30.4.2021
Одобрен: 4.5.2021
Објавен на интернет: 3.6.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 51 – 67
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

КОРИСТЕЊЕ НА ДИГИТАЛНИ АЛАТКИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ПРЕД И ЗА ВРЕМЕ НА КРИЗАТА СО ПАНДЕМИЈА

Ана Доневска-Тодорова[1]
Анкица Спасова[2]
Викторија Илиеска[3]

Математичко образование кое е динамично и адаптибилно на реалните животни ситуации може да ги промовира вредноста и значењето на математиката во општеството. Овој труд има за цел да ги прикаже добиените резултати од спроведено емпириско истражување кое се однесува на предметната настава со учење на далечина по математика во основните училишта во Македонија пред и за време на кризата со пандемијата во 2020 година. Цел на истражувањето е да се понуди реална слика за наставните практики при користење на дигитални алатки од страна на наставниците по математика во земјата како би можело да се овозможи понатамошно планирање и усовршување според нивните потреби. Понатаму, направена е и споредба со резултати од слични научни истражувања надвор од земјата, во конкретниов случај со Сојузна Република Германија и Кралството Холандија.

1. ВОВЕД

Светската здравствена организација ја прогласи COVID-19 пандемијата официјално на 11 март 2020 година. Оваа пандемија го погоди човештвото и секојдневниот живот ненадејно. Заразните болести претходно биле најчесто поврзувани со неразвиените земји и сиромаштијата. Сепак, ова криза се покажа поинаква и докажа дека вирусот не знае за границите. Бидејќи ги погоди и високо развиените економски и индустриски региони и општества, требаше веднаш да се преземат конкретни активности. Затоа од интерес е да се направи рефлексија на состојбата во која кризата ја затекна наставата по математика во Македонија, брзите реакции кои следеа, моменталната состојба, како и да се размисли за понатамошни чекори. Иако, GeoGebra и KBruch беа достапни во сите училишта во Македонија со воведување на проектот за ЕдуБунту во наставата во 2010/2011 година, наложен од МОН за задолжителни 30%

ИКТ во наставата, колку и како истите се користеа? Во тој период наставниците се соочува со проблеми од техничка природа (недостаток на компјутер, лап топ, LCD-проектор, бавен училишен интернет, итн.), но и со недостаток на соодветни дигитално-базирани дидактички материјали специфични за наставата по математика.

Но, по прогласувањето на пандемијата немаше време за долготрајна бирократија и административни процеси. Промените мораа да се случат веднаш и првата реакција беше таканареченото (анг.) emergancy remote teaching, потоа remote teaching, hybrid teaching, учење на далечина, итн. Нешто што се сметаше за дигитално знаење на универзитетско ниво, стана дигитална писменост за учениците од основните и средните училишта за само два месеци. Бевме сведоци на огромна промена во развојот на потребните знаења и вештини за учење на далечина на сите нивоа на образование. Очекувањата како од учениците така и од наставниците одеднаш се променија. Како реагираше секторот за образование? Бирото за развој на образованието при Министерството за образование и наука изготви неколку документи за наставата на далечина, меѓу кои и Упатство за наставниците за начинот на оценување на учениците во периодот на реализација на наставата преку учење од далечина. За прв пат беше креиран колективен портал за дигитални содржини Едуино, [7] по сите наставни предмети вклучително и математика, каде наставниците поставуваа видео лекции. Кај наставниците се појави зголемена тенденција на користење на дигитални алатки, која секако во одреден дел се должеше на работата од дома, каде наставниците веќе имаа пристап до интернет и можност да ги покажат своите вештини и креативност како наставници во смисла на користење на ИКТ алатки. Наставниците по математика и природните науки организирано ги споделуваа меѓу себе добрите практики и изучени алатки. Тоа не застана на ова ниво, туку настана вмрежување со Србија, Црна гора, Словенија и Хрватска во мрежа ЕДУБалкан, [6] каде што се споделуваа материјали, вебинари и обуки на доброволна основа.

Во септември се воведе Националната платформа како задолжителен и унифициран приод за учење од далечина. Наставниците беа обврзани со обуки пред почетокот на учебната 2020 / 2021 година, во месец

октомври. Ова како да поттикна голем дел од наставниците на понатамошно самоусовршување и активно развивање на нови дигитални вештини преку користење и на други платформи и софтвери како MS Teams. Желбата и нужноста за промена, ги натера наставниците брзо да учат, да споделуваат, да се вмрежуваат и да соработуваат. Во текот на самата настава која мораа да ја спроведуваат, еднаш или два пати неделно беа запознавани со видеоматеријали, туторијали за различни дигитални алатки, но и различни методи на работа за учење од далечина, преку вебинари и обуки организирани од страна на националното министерство.

Сепак, имајќи го предвид фактот дека не постои идеална програма за наставата по математика, која е толку флуидна и беспрекорно прилагодлива за да може да обезбеди непречена итна педагошка трансформација на математичкото образование во целина, неопходни се бројни и интензивни научни истражувања. Токму затоа, *целта* на овој труд е да понуди преглед на научни студии за користење на ИКТ во наставата по математика спроведени надвор од границите на нашата земја, да овозможи адекватно теренско истражување за наставата на далечина и да обезбеди сознанија за моменталните состојби во нашата земја, а со тоа да извлече заклучоци кои би биле корисни за понатамошни истражувања, планирања и темелни промени во математичкото образование и пошироко.

2. АКТУЕЛНИ НАУЧНИ ИСТРАЖУВАЊА НА ТЕМАТА ВО ЕВРОПА

За време на пандемијата COVID-19 и услови кога наставата се одвива во домовите, дигиталните образовни ресурси стануваат критични и суштински за наставата и учењето. Ова создава одлична можност да се поттикнат и истражат можностите за користење на ИКТ во наставата конкретно базирана на дигитални алатки за сите наставни предмети. Една од тие можности во Германија беше засилено спроведување на „Стратегијата за образование во дигиталниот свет“, [5] донесена од страна на Министерството за култура во декември 2016 и актуализирана во декември 2017 година, на која претходно се гледаше со недоволна доверба. Таа се однесува вклучително и на математичкото образование на сите нивоа. Ова се одрази и во универзитетските и научните кругови и предизвика бура од реакции и нови научни истражувања. Така, користењето на дигиталните технологии при дизајнирање задачи за едукација

по математика беа главна област на истражување во образованието по математика, [9]. Нови автентични математички задачи инспирирани од распространувањето на вирусот и со користење на германски реални бази со податоци беа моделирани, креирани и тестирани во рамките на предметот „Дидактика на математичка анализа“ за студенти по математика од наставна насока на Гете-Универзитетот во Франкфурт на Мајна, [4], [8]. Некои од прашањата на интерес беа следниве: Кои математички законитости најдобро го опишуваат ширењето на вирусот? Како социјалното дистанцирање влијае на намалување на брзината на неговото распространување? Кога ќе се постигне колективен имунитет при одредени услови на вакцинирање? Две прашања што исто така често се поставуваат во оваа област на истражување се како да се дизајнираат дигитални платформи што би можеле да ги премостат разликите помеѓу повеќе научни дисциплини и како дигиталните артефакти можат да играат критична улога во процесот на стекнување знаења од областа на математиката? Една научна студија за наставните практики по математика беше спроведена во контекст на (анг.) lockdown во Франција, Германија, Израел и Италија, [1]. Исто така Trouche, L. (2020) ги истражуваше дигиталните практики на 13 наставници по математика во основните училишта во Шангај и утврди зголемено користење на анимирани видеа, видео конференции и онлајн колаборација помеѓу учениците, [3].

Научната студија Предавање математика на далечина, [2] за време на (анг.) lockdown се занимаваше главно со две прашања: што се случува со наставата по математика за време на COVID кризата и што можеме да сториме во врска со тоа. Студијата била спроведена во периодот од март до јуни 2020. Конкретни истражувачки прашања во неа се: Кои практики на далечина во средното математичко образование се појавија во Фландрија (област во Белгија), Германија и Холандија во периодот кога училиштата се затворени и како со тоа се справија наставниците. Во студијата партиципирале 384 наставници од Фландрија, 1131 од Германија и 204 од Холандија или вкупно 1719 испитаници. Резултатите од оваа студија покажаа дека она што актуелно се случува за време на кризата е следново:

- Наставниците масовно се вклучуваат во видео конференции

- Наставниците користат повеќе општи образовни алатки отколку математички алатки
- Наставниците се фокусираат на повторување и вежби (помалку на предавање нови содржини), но и на темелно разбирање
- Интеракциите се чинат ограничени
- Постои опасност наставниците да го занемарат фокусот на важни дидактички идеи и аспекти од математичкото образование за сметка на обезбедување комуникација.

Други детали од оваа студија ќе ги презентираме во рамките на нашата понатамошна анализа во споредба со резултатите од теренот на нашата земја во соодветниот параграф подолу во текстот.

3. ИСТРАЖУВАЧКИ ПРАШАЊА, ФОКУС ГРУПА И МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕ

Истражувањето беше организирано и спроведено со цел да понуди одговори на следниве истражувачки прашања.

1. Кои дигитални алатки и со која честота ги користи наставниот кадар по математика од шесто до деветто одделение во основните училишта во Македонија пред и за време на пандемијата во споредба со трите други држави (добиени од студијата Предавање математика на далечина, [2])?
2. За какви наставни активности се користат дигиталните алатки во наставата по математика од шесто до деветто одделение во основните училишта пред и за време на пандемијата во Македонија?
3. На кои начини се извршува проверка и оценување на постигнувањата на учениците во наставата по математика од шесто до деветто одделение во основните училишта во услови кога тие се затворени?
4. Кои дигитални алатки би ги користеле наставниците во понатамошната наставата по математика после кризата?

Истражувањето беше спроведено на целна група наставници по математика од шесто до деветто одделение во основните училишта во Р. Северна Македонија. Беа опфатени 75 наставници од различни возрасни

групи без разлика на пол, возраст или јазик во училиштата во 24 општини на територијата на целата земја. Со помош на претходно подготвен „Прашалник за користење на дигитални алатки во наставата по математика пред и за време на кризата со пандемијата во 2020 година“, наставниците имаа можност да го дадат своето мислење анонимно, преку онлајн линк во времетраење од две седмици во јануари оваа година. Прашалникот содржи 35 прашања со понудени опции според 1-5, 1-6 или 1-7 Likert скалата. Истиот е структуриран така да може да обезбеди одговори на горе поставените истражувачки прашања. Прашањата суштински се однесуваат на содржини од областа на користењето на ИКТ во наставата по математика во основните училишта, но се лесно прилагодливи и за наставата по математика во средното образование, а и за примената на ИКТ во наставата по други предмети.

4. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

Во овој дел од трудот се претставени резултатите добиени од емпириското истражување. Пред се, од интерес беше кои точно дигитални алатки ги користеле наставниците пред и за време на кризата и дали и каква промени предизвикала кризата и каков е односот на резултатите во однос на споменатите земји. Ова соодветствува на првото истражувачко прашање и резултатите ги презентираме во следната табела 1.

Податоците (прва редица во Табела 1) покажуваат дека наставниците во Германија најмалку (55,9%) користеле софтвери за онлајн комуникација и настава (пр. MS Teams, Zoom). Ова значи дека синхрониот начин на настава бил помалку застапен во Германија во споредба со другите земји, а во Македонија тој бил најчестиот начин на настава (100%). Ова секако може да се должи и на образовните политики на националните министерства и соодветни центри за професионални обуки на наставниците, што отвара можност за понатамошни истражувања. Во сите земји е покажан пораст на користењето на овие алатки по појавата на кризата, што во голема мера е и очекувано. Драстична разлика постои во однос на користењето на социјалните мрежи чие користење во трите земји и по појавата на кризата останува под 10%, за разлика од нашата земја каде тој процент е високи 93,3% (втора редица во Табела1).

	Фландрија N=384		Германија N=1131		Холандија N=204		Македонија N=75	
Дигитални алатки	пред кризата (%)	за време на кризата (%)	пред кризата (%)	за време на кризата (%)	пред кризата (%)	за време на кризата (%)	пред кризата (%)	за време на кризата (%)
Софтвери за онлајн комуникација и настава (пр. MS Teams, Zoom)	6,5	86,7	3,6	55,9	9,4	96,6	30,7	100
Социјални мрежи	17,2	6,0	6,7	9,4	21,2	6,9	80	93,3
Менаџмент системи за учење (learning management systems пр. Moodle, национална платформа)	68,5	68,2	39,5	56,3	96,6	74,5	26,7	94,7
Професионални онлајн видеа	45,3	40,6	70,6	61,1	80,9	59,3	70,7	97,3
„Домашни” видеа (неофицијални, од наставникот или од учениците)	19,3	66,7	16,3	33,3	26,2	27,5	52	82,7
Онлајн вежби и работни листови	56,5	18,8	23,0	19,1	53,9	13,7	62,7	98,7
Специјализирани програми за учење математика (пр. GeoGebra и др.)	75,8	25,0	65,8	26,2	64,7	16,2	92	96
Audience response systems	45,8	12,5	31,2	9,7	53,2	26,5	17,3	52
Е-учебници	/	/	/	/	/	/	60	80

Табела 1. Преглед на користените дигитални алатки пред и за време на кризата во четирите земји (според [9]).

Интересно е дека во две земји процентот пред и по појавата на кризата се намалил, но во Германија малку, а во нашата земја значително се зголемил (втора редица во Табела 1). Последнава констатација се однесува и на користењето на менаџмент-системите за учење (learning management systems пр. Moodle, национална платформа, трета редица во Табела 1). Значителниот пораст на користење на националната платформа за учење во Македонија би можел да се аргументира со фактот што истата всушност се појави и беше креирана токму како реакција на појавата на пандемијата. Во останатите три земји, националните платформи датираат од многу претходно и разбирливо е дека нивното користење е намалено (освен во Германија, каде е минимално зголемено) за сметка на примената на зголемена разновидност при изборот на алатките. Постојат разлики и во користењето на видеа во наставата во трите земји каде процентот на користење на професионални видеа се намалил, во споредба со нашата земја каде тој се зголемил. Истовремено, процентот на користење на аматерски видеа во четирите земји се зголемил, а во Фландрија и Македонија тој пораст е најзначителен (Табела 1). Ова покажува дека наставниците во овие две земји го поттикнале креирањето на нови видеа од страна на учениците, без да се исклучат самите себе, по цена дури и видеата да не бидат совршено квалитетни, со што го ставиле ученикот во центарот на наставата (сам или со помош да креира). Понатаму, користењето на онлајн вежби и работни листови, наставниците од трите земји го намалиле, а наставниците од Македонија го зголемиле (шеста редица во Табела 1). Оваа констатација се однесува и на користењето на Audience response systems (осма редица во Табела 1). По однос на примената на специјализирани програми за учење математика (пр. GeoGebra и др.) нема значителни разлики помеѓу трите земјите, но има разлика со нашата земја (седма редица во Табела 1). Ова опаѓање на процентот на користење на експлоративните и динамични математички софтвери од типот на GeoGebra во трите земји е загрижувачко за понатамошната онлајн настава по математика и неопходно е да му се посвети внимание. Исто така ова отвара ново прашање за истражување за тоа како поточно наставниците во Македонија успеале да го зголемат процентот на користење на сите наведени дигитални алатки без исклучок. Дали таа ефикасност се должи на темелни, долгочасовни вебинари, семинари, обуки и работилници организирани од националното министерство во

кои биле вклучени наставниците од Македонија од почетокот во септември 2020 и понатамошно планирано и временски-детерминирано практично имплементирање на секоја од алатките во наставата по претходно изведена обука? Што се однесува до прашањето дали наставниците од Македонија користат е-учебници [10] нивниот број се зголемил од 60% пред кризата на 80% за време на кризата, што покажува дека потреба од е-учебници постои и истите би биле користени во голема мера. Понатамошна споредбена анализа на податоците за наставниците од четирите земји се однесува на тоа какви активности имаат за време на наставата на далечина во услови кога училиштата се затворени. Резултатите за ова прашање се прикажани на следниов График 1.

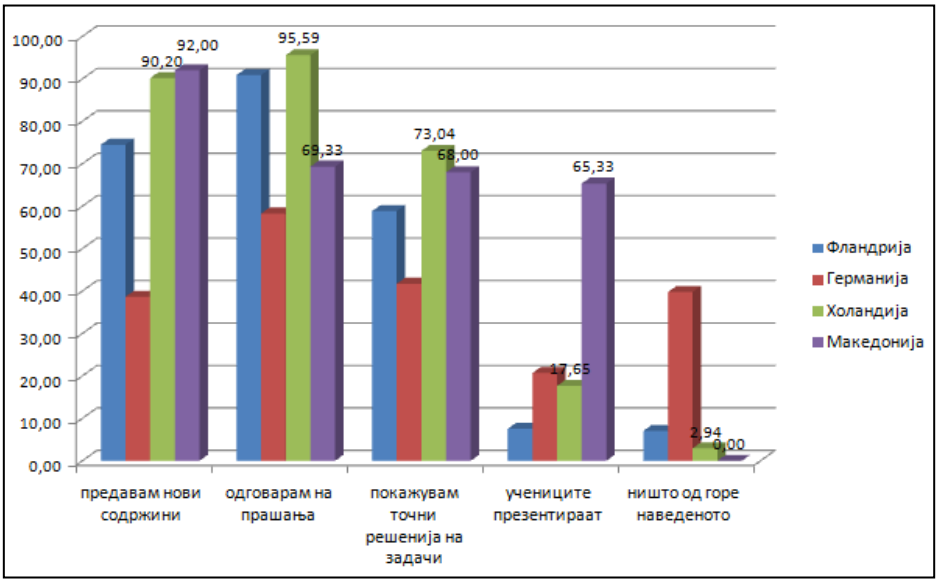


График 1. Преглед на активностите со дигитални алатки за време на кризата во четирите земји (во проценти).

Според податоците прикажани на графикот, над 90% од испитаниците од Македонија и Холандија, за разлика на пример од оние во Германија, дигиталните алатки ги користеле за предавање на нови наставни содржини. Понатаму, висок процент од испитаниците во Македонија, односно над 65% од испитаниците ги користат алатките за одговарање на прашања поставени од страна на учениците како и за покажување на точни решенија на задачи. Ова се активности кои го ставаат наставникот во центарот на наставниот процес и овие проценти за наставниците од Германија се пониски од 60%. Изненадувачки, дури

65,33% од испитаниците од Македонија изјавиле дека алатките ги користат и за да им дадат можност на учениците да ја презентираат својата работа. Ова е активност која го става ученикот во центарот на наставниот процес и ја поттикнува нивната активност. За споредба, овој процент во секоја од трите други земји е значително понизок и изнесува помалку од 20%.

4.1 ПОНАТАМОШНА АНАЛИЗА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ЗА МАКЕДОНИЈА

Овој дел се однесува на анализа на резултатите добиени од по однос на прашањето за користење на софтвери за онлајн комуникација и синхрона настава, како на пример MS Teams, Zoom, итн. Резултатите покажуваат дека пред кризата наставниците никогаш не користеле вакви алатки, а за време на кризата 67 од испитаниците многу често ги користеле овие алатки (График 2).

График 2. Честота на користење на системи за синхрона настава по математика пред и за време на кризата во Македонија.

Исто така, користење на менаџмент системи за учење од типот на Moodle или национална платформа скоро и не биле користени за потребите на наставата по математика пред појавата на кризата со пандемијата. Бројот на наставници кои често, многу често и секогаш користат вакви системи за наставата значително се зголемил за време на кризата (График 3). Овие резултати се во согласност со очекувањата имајќи ги предвид новитетите кои се случија со основање на националната платформа во Македонија, што исто така е во согласност со состојбите по ова прашање во другите три земји (Табела 1).

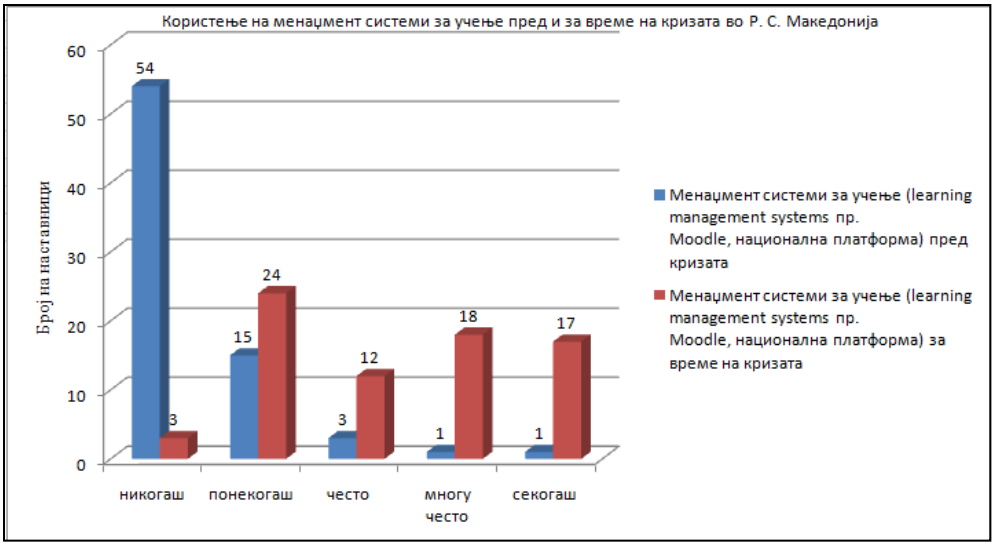


График 3. Честота на користење на менаџмент системи за учење како Moodle или национална платформа пред и за време на кризата во Македонија.

За тоа какви поточно активности имаат наставниците при наставата на далечина во Македонија пред и за време на кризата со пандемијата поставивме и додатни прашања во анкетниот прашалник. Резултати од одговорите на ова прашање се прикажани на График 4.

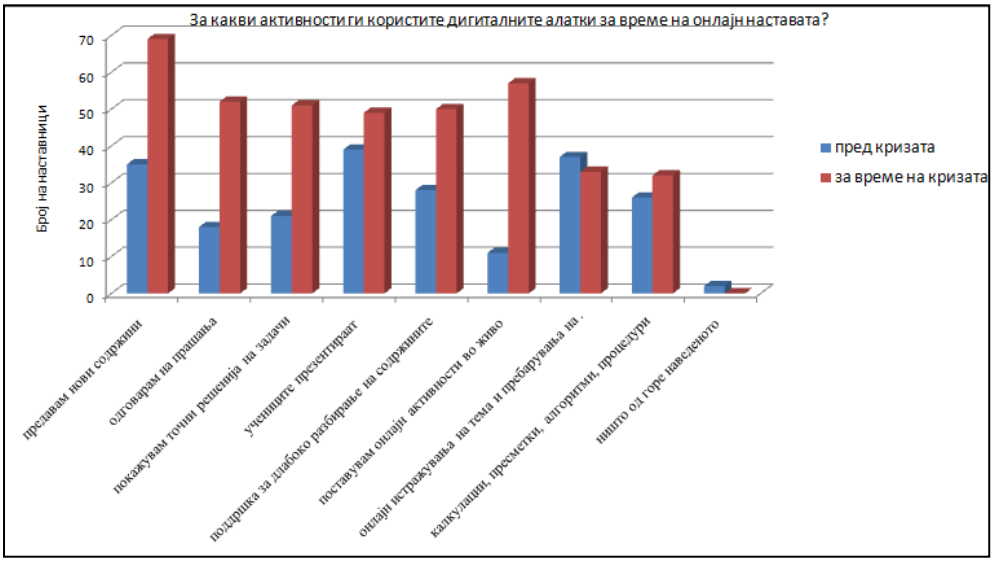


График 4. Преглед на активностите со дигитални алатки пред и за време на кризата во Македонија.

Различните активности на наставниците се однесуваат на второто истражувачко прашање (погоре во овој текст). Резултатите покажуваат дека наставниците со зголемен интензитет по појавата на кризата ги користат дигиталните алатки како за предавање на нови наставни содржини, така и за активности кои го ставаат ученикот во центарот на наставата (учениците презентираат во График 4). Кратка споредба со резултатите во однос на другите земји (График 1) покажува дека ова зголемување е навистина најголемо за учениците во Македонија. Други активности кои го ставаат ученикот во центарот на образовниот процес при асинхрона настава се на пример активности поврзани со учество во форум или блог. Во врска со ова прашање 43 од вкупно 75 испитаници одговориле дека најмалку еднаш месечно практикуваат ваква активност. Ова отвора нови прашања и перспективи за тоа како примената на дигиталните ресурси може уште повеќе да придонесе за зголемување на активноста на ученикот во наставата преку нови алатки или активности.

Друг важен аспект во наставата по математика е секако проверката на стекнатите знаења и вештини. Во врска со различните типови на формативното и сумативното оценување, прашањето конкретно се однесуваше на инструментите користени за проверка на постигнувањата на учениците при учење на далечина во Македонија и резултатите се прикажани на График 5.

Овие резултати овозможуваат одговор на третото истражувачко прашање (параграф 3 во овој текст). Што се однесува до објективноста на оценувањето сеуште нема истражувања со релевантни докази. Според тестовите на наставниците по математика, од направениот анкетен прашалник може да се увиди, дека 55 од вкупно 75 наставници во тестовите користат отворени прашања, а останатите се со понудени одговори што остава простор за прашања дали тие се целосно, делумно или воопшто не се покриени со усни проверки и проекти, за да се добие објективна слика за знаењата на учениците.

Во интерес на истражувањето поставивме и некои афективни аспекти на наставата. Затоа на наставниците им беше дадена можност да дадат свое видување во врска со сопствените очекувања. Така на прашањето дали учениците учествуваа онолку активно во наставата на далечина колку што вие очекувавте, потврдно одговориле 57 од 75 наставници. Останатите 18 наставници одговориле одречно на ова прашање.

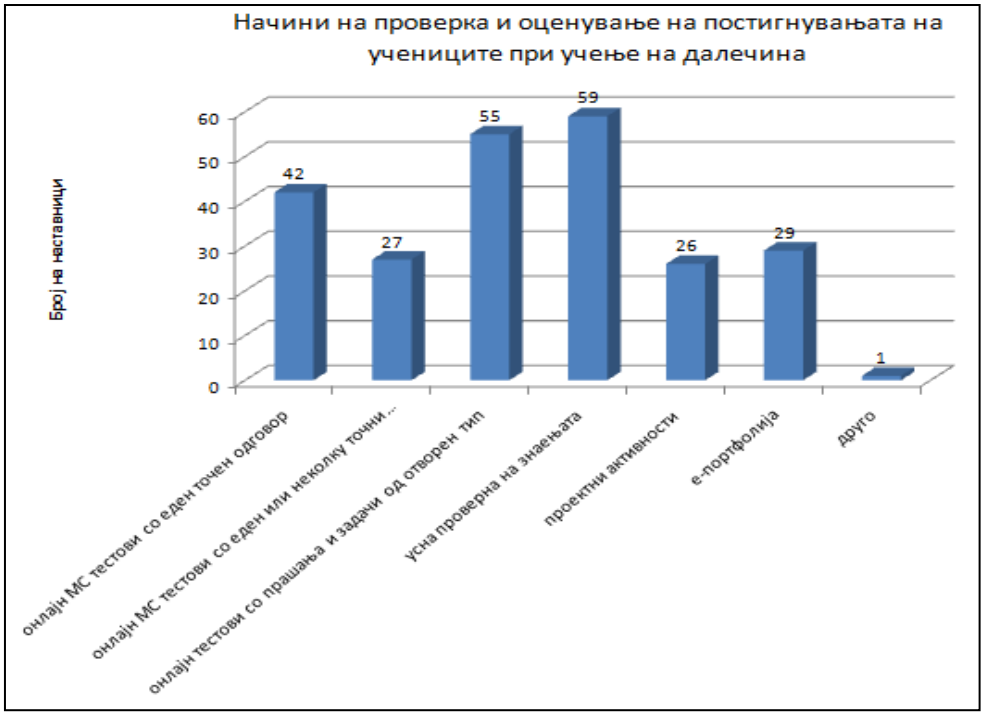


График 5. Преглед на начините за проверка на знаењата на учениците за време на кризата во Македонија.

За да им се даде можност на наставниците да дадат свои предлози и да ги искажат своите потреби и желби во врска со примената на дигиталните алатки во наставата по математика во иднина, прашалникот вклучуваше и прашања од отворен тип. Едно од нив се однесуваше на типовите на дигитални алатки за настава и за тоа за какви активности би ги користеле истите и по кризата со пандемијата, што е непосредно поврзано со четвртото истражувачко прашање (параграфот 3 во овој труд).

Во врска со тоа кои од дигиталните алатки за настава би ги користеле и по кризата со пандемијата, најголем дел од испитаниците наведуваат дека и понатаму би ги користеле скоро сите од наведените, со најголем акцент на: Ms Teams, Онлајн вежби, Е-учебници, но, не е безначаен бројот и на оние кои за нови лекции и истражувања би ги користеле професионалните онлајн видеа, и „домашните” видеа.

За воведување на нови наставни содржини, голем процент од наставниците би ги применувале и презентациите во форма на Power Point, а значајно е да се истакне и ентузијазмот за употребата на Google-classroom, Eduino, Zoom, Geogebra, Whiteboads, Google Meet итн.

За повторување на наставните содржини наставниците би продолжиле со употреба на онлајн вежбите, онлајн тестовите, квизовите и би ја задржале комуникацијата преку електронска пошта, со исклучок на еден наставник-испитаник, има дадено одговор дека и сега и понатаму ќе користи само свои видеа и презентации (без Едуино, без материјали во каков и да било облик од други професори).

Што се однесува кокретно за користење на дигиталните алатки во наставата по математика, најголем дел од испитаниците се согласуваат и без двоумење ја потенцираат нивната употреба при усвојување на нова наставна содржина (предавања), преку видеа и демонстрирање со помош на разни апликации, потоа за решавање задачи и поттикнување на логичко размислување преку задачи за формативно оценување, како и за дискусии, комуникација и презентации од самите ученици.

Повеќето несомнено како воведен дел од часот, за кратка проверка на усвоени знаења од претходниот час или во завршниот дел по изучување на нова наставна содржина би користеле онлајн активности во живо, онлајн вежби, игри и квизови. Но, не ја изоставаат и употребата за поддршка на подлабоко разбирање на наставната содржина. Голем е бројот и на наставници кои планираат да ги користат дигиталните алатки и за следење на стекнатите знаења кај ученикот, преку домашни задачи и самостојно решавање задачи, зададени во форма на проектни активности, истражувања, презентации и тимска работа.

Најмногу "се кршат копјата" кај темата Геометрија, каде што одговорите се дијаметрално спротивни: од целосна покриеност на темата со апликации и програми за цртање и конструкции, до ненаоѓање никаква примена во областите на Геометријата и Мерења.

Не е мал ни процентот на наставници кои планираат да ги користат дигиталните алатки по математика за дополнување на редовната настава, како за дополнителна, така и за додатна настава. Само еден испитаник навел и дека би ги искористил дигиталните алатки за студии на случај.

5. ЗАКЛУЧОК И ПЕРСПЕКТИВИ ЗА ПОНАТАМОШНИ ИСТРАЖУВАЊА

Целата на овој труд е да ги истражи состојбите поврзани со користење на дигиталните технологии во наставата по математика пред и за време на појавата на кризата со пандемија во Македонија и во споредба

со состојбите во други три земји. Резултатите од емпириското истражување на практиките на наставниците укажуваат на тоа дека наставниците во Македонија, во споредба со другите три земји, значително повеќе користеле синхрон тип на настава. Утврдено е дека во сите четири земји постои зголемено користење на различни дигитални алатки, но користењето на социјалните мрежи во наставата по математика во Македонија е значително најголема. Разлики постојат и во користење на националните платформи, професионални видеа и видеа креирани од страна на самите наставници и ученици, користење на онлајн работни листови и вежби, а и специјализирани софтвери за математика од типот на GeoGebra (Табела 1 во врска со истражувачко прашање 1), кои мора да се земат во предвид во понатамошните обуки на наставниците.

Понатаму, постојат разлики и во однос на активностите за кои овие алатки се користат (График 1 и График 4 во врска со истражувачко прашање 2), при што позитивен е трендот на зголемено презентирање од страна на учениците во Македонија. Инаку во четирите земји алатките најмногу се користат за предавање на нови наставни содржини, а во Македонија алатките се користат и за одговарање на поставени прашања од учениците, покажување решенија на задачи, поддршка за продлабочување на знаењата на учениците, онлајн истражувања на одредена тема и пребарување на литература, калкулации, пресметки и алгоритми, итн. Во однос на проверката на знаења и третото истражувачко прашање, резултатите покажуваат дека 55 од вкупно 75 испитаници користат онлајн тестови со прашања од отворен тип, 59 усна проверка, а 26 од вкупниот број на испитаници оценувањето го вршат и преку проектни активности (График 5). Очекувањата се дека резултатите од целокупната ангажираност на наставниците може да бидат повидливи на крајот на тековната учебна година.

Прашања кои остануваат отворени за понатамошни истражувања се како поточно се менуваат дидактичките пристапи и практики при наставата на делечина, кои точно дигитални алатки и активности придонесуваат за зголемување на активноста и интерактивноста на учениците или пак, кои формати за оценување со помош на дигитални алатки се најадекватни и можат да обезбедат најсоодветни податоци за постигнувањата на учениците.

ЛИТЕРАТУРА

[1] G. Aldon, *L'enseignement des maths pendant le confinement en allemagne, france, israël et italie* http://revue.sesamath.net/spip.php?article1360

[2] A. Donevska-Todorova, *Towards a Theoretical Foundation for Quality Tablet App-Enriched Learning Environments in Primary School Mathematics Education*, International Journal for Technology in Mathematics Education, 26(3) (2019), 121-129.

[3] A. Donevska-Todorova, J. Trgalova, C. Schreiber, T. Rojano, *Quality of task-design in technology-enhanced resources for teaching and learning mathematics*, In A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, H.-G. Weigand (Eds.), Mathematics Education in the Digital Age. Learning, Practice and Theory, Routledge, Taylor & Francis Group (2021), 23-41.

[4] P. Drijvers, *Distance Mathematics Teaching During COVID-19 Lockdown* „Part 1 of a 3-part series, "Moving Forward in the Midst of a Pandemic: International Lessons for Math Teachers," sponsored by the USNC/MI", Freudenthal Institute of Utrecht University's Science Faculty https://www.nationalacademies.org/event/07-09-2020/math-distance-distance-mathematics-teaching-during-covid-19-lockdown

[5] A. Leung, A. Baccaglini-Frank (Eds.), *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks – Potential and Pitfalls (Mathematics Education in the Digital Era Book Series).* Berlin: Springer, 2017.

[6] L. Trouche, *Comment Shanghai répond aux défis de l'enseignement des maths à distance* http://www.cafepedagogique.net/LEXPRESSO/Pages/2020/06/09062020Article637272874349312877.aspx?actId=ebwp0YMB8s1_OGEGSsDRkNUcvuQDVN7aFZ1E4yS5hsazRMcXqUKFtBhuJnfkdKdY&actCampaignType=CAMPAIGN_MAIL&actSource=503258

[7] *Едуино, националната веб-платформа за образование* www.eduino.gov.mk

[8] Kultusministerkonferenz (KMK), *Bildung in der digitalen Welt Strategie*, 2017.

[9] *Nastavnička mreža, Balkanska ambasadorska nastavnička mreža* https://edubalkan.com/mod/page/view.php?id=37

[10] *Портал за електронски учебници на Министерството за образование и наука на Република Северна Македонија* https://www.e-ucebnici.mon.gov.mk/

[1] Гете Универзитет Франкфурт на Мајна, Германија
e-mail: todorova@math.uni-frankfurt.de

[2] ООУ „Тихомир Милошевски”,
ул. 1, бр. 62, Ѓорче Петров,1000, Скопје, Р. Северна Македонија
e-mail: a_kaladziska@yahoo.com

[3] ООУ„Коле Неделковски”
ул. Антоније Грубишиќ, бр.8, 1000, Скопје, Р. Северна Македонија
e-mail: vikiiki@gmail.com

Примен: 31.3.2021
Поправен: 10.5.2021
Одобрен: 12.5.2021
Објавен на интернет: 4.6.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 69 – 87
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

НЕКОИ НЕДОСТАТОЦИ ВО УЧЕБНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ ПО АДАПТИРАНАТА НАСТАВНА ПРОГРАМАТА ОД 2015 И 2016 ГОДИНА ЗА ТЕМАТА БРОЕВИ

Јасмина Вета Буралиева [1]

Елица Буралиева [2]

Ќе започнеме со добро позната фраза "Математиката е гимнастика на умот". Етимолошки погледнато, поимот гимнастика потекнува од грчките зборови "γυμναστική", "*γυμνάσια*" и "*γυμνός*" што во превод значат фонд на физички вежби, вежба и гол, соодветно. Оттука, таа претставува изведување на физички вежби со голо тело, која го оспособува телото за работа со различни физички активности. Според тоа, толкувањето на фразата би било дека математиката го оспособува умот за работа со различни проблеми. Како што редоследот во изведување на физички вежби е важен за правилно оспособување на телото, така и редоследот при изучувањето на математиката игра централна улога во правилното оспособување на умот.

За еден ученик да ја засака математиката и да ја работи во понатамошното образование, потребно е да има добар темел кој се гради во основното образование. Во градењето на овој темел, покрај талентот на поединицот огромна улога имаат наставникот и учебникот. Наставникот како стручен кадар има задача соодветната наставна материја прецизно да ја пренесе на наједноставен и прифатлив начин на учениците. Но, бидејќи секој ученик различно го прима пренесувањето од наставникот, многу е важно и учебникот да биде добар, концизен, јасен и секако адаптиран на нивото на самите ученици. Од долгогодишната директна инволвираност на еден од авторите во основното образование, увидени се многу недостатоци во сегашните учебници кои се користат по предметот математика. Како резултат на овие недостатоци се појавуваат одредени дилеми и збунетост кај голем дел од учениците, па дури и кај оние кои се талентирани за математика. Кај дел од нив, тие се провлекуваат и во понатамошното нивно образование, [2].

Инспирирани од ова, направивме истражување за пристапот кон темата броеви и операциите со нив, во учебниците по предметот

математика според адаптираната наставна програма од Cambridge International examination center (која популарно се нарекува „Кембриџ програма“ и кој назив понатаму ќе го користиме) [4]–[7], и него го споредивме со оној во дел од учебниците коишто се користеле во некои од претходните програми во основното образование, [1] и [5]–[8]. Притоа, заклучивме дека оваа тема во учебниците според Кембриџ програмата има доста пропусти во однос на претходните програми, па ние се фокусиравме кон неколку клучни и суштински работи: конфузниот пристап кон темата броеви, отсуството од потреба за дефинирање на множеството цели броеви и на множеството рационални броеви; конфузните пристапи кон некои основни операции во множествата на природни, цели и рационални броеви, како и отсуството на математички пристап кон определување квадратен корен. За секој воочен недостаток, ќе дадеме наше размислување за тоа како сметаме дека би требало да биде запишано, со цел материјата да биде математички попрецизна, а со тоа и појасна и поразбирлива.

1. НЕДОСТАТОЦИ НА КЕМБРИЏ ПРОГРАМАТА

Горенаведените недостатоци во учебниците според Кембриџ програмата по предметот математика за темата броеви, ќе бидат разгледани во посебно потпоглавје.

1.1. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН ТЕМАТА БРОЕВИ

Застапеноста на темата броеви во учебниците од шесто до деветто одделение според Кембриџ програмата е во две глави, насловени како „Броеви и сметање“. Конфузниот пристап кон оваа тема може да се забележи од нивната содржина ([4]–[7]). Во прилог е направена дискусија за содржината во учебникот за шесто одделение.

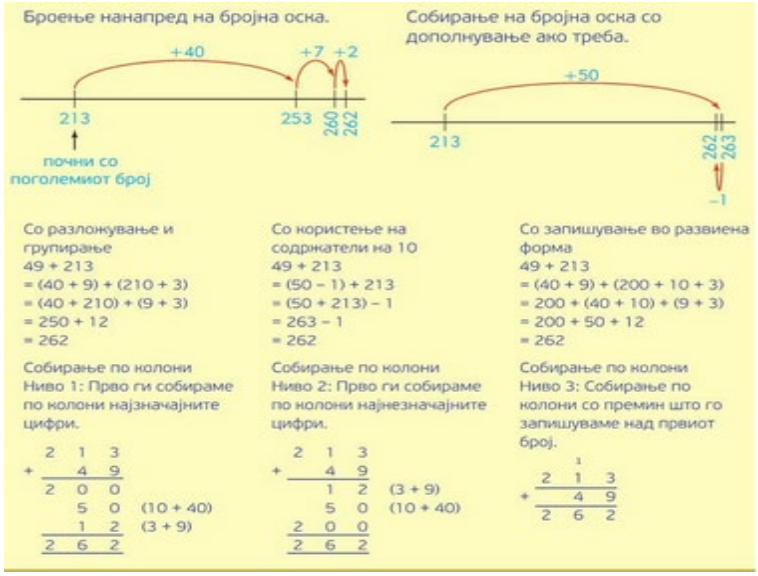
Првата наставна единица во глава 1 во [4], е посветена на цифра и број. Веќе во втората се преминува кон позитивни и негативни броеви, понатаму кон децимални броеви чиј збир е 1 или 10, а потоа кон операции со природни броеви. Непостоење редослед во работењето може да се забележи во четвртата наставна единица „Децимални броеви чиј збир е 1 или 10“ (стр. 10), каде што се повикува на парови природни броеви

чиј збир е 1 или 10. Но, основните операции во множеството на природни броеви се изучуваат во неколку наредни наставни единици во истата глава (стр. 13–17).

Во првата наставна единица од глава 3 во [4], директно запишува децимален број, без да даде дефиниција за него. Веднаш потоа работи со позитивни и негативни броеви на бројна оска, па повторно се враќа на работа со децимални броеви (заокружување, споредба, парови чиј збир се 1 или 10, па собирање и одземање (стр. 77–90), па накратко разгледува негативни броеви преку термометар (стр. 92–93), а потоа оди кон различни пристапи кон операциите множење и делење на природни (стр. 96–105) и децимални броеви (стр. 106–114). Понатаму работи со дропки и мешани броеви (претворање од еден во друг вид, нивна споредба и подредување (стр. 115–124)), без воопшто да спомне зошто тие се појавуваат, туку веднаш преминува кон нивно запишување.

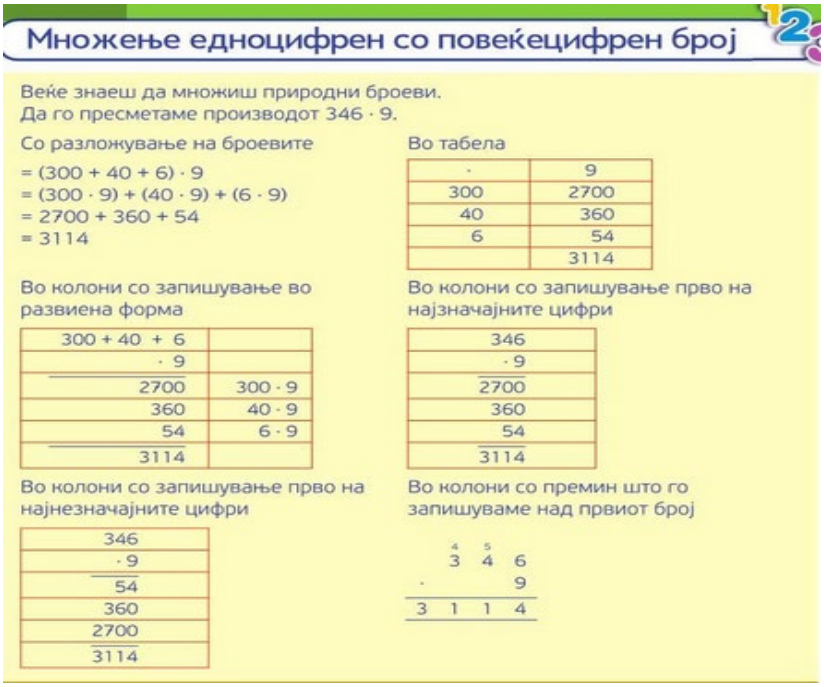
1.2. СТРАТЕГИИ ЗА ОСНОВНИТЕ ОПЕРАЦИИ ВО МНОЖЕСТВОТО НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Во учебникот [4] се презентирани различни стратегии за основните операции во множеството на природни броеви. Во придолжение ќе наведеме некои од нив, а за повеќе детали може да се видат во него.



Слика 1. Стратегии за собирање, [4, стр. 15].

На сликата 1 се дадени осум стратегии за операцијата собирање природни броеви, додека пак на Слика 2 и Слика 3, се дадени наставни единици за операциите множење и делење природни броеви, соодветно. Притоа, во секоја од нив, се изложени по неколку стратегии за соодветната операција, како и за една иста стратегија се користат два различни термини.



Множење едноцифрен со повеќецифрен број

Веќе знаеш да множиш природни броеви.
Да го пресметаме производот 346 · 9.

Со разложување на броевите

= (300 + 40 + 6) · 9
= (300 · 9) + (40 · 9) + (6 · 9)
= 2700 + 360 + 54
= 3114

Во табела

·	9
300	2700
40	360
6	54
	3114

Во колони со запишување во развиена форма

300 + 40 + 6	
· 9	
2700	300 · 9
360	40 · 9
54	6 · 9
3114	

Во колони со запишување прво на најзначајните цифри

346
· 9
2700
360
54
3114

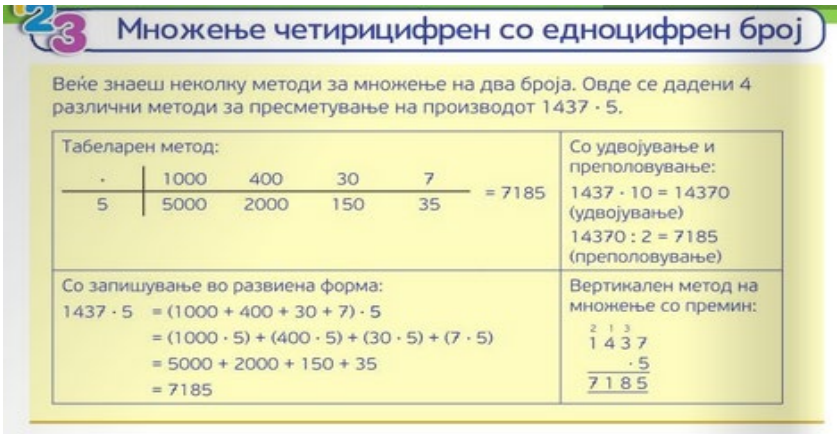
Во колони со запишување прво на најнезначајните цифри

346
· 9
54
360
2700
3114

Во колони со премин што го запишуваме над првиот број

	4	5	
	3	4	6
·			9
3	1	1	4

Слика 2. а) Множење едноцифрен со повеќецифрен број, [4, стр. 27].



Множење четирицифрен со едноцифрен број

Веќе знаеш неколку методи за множење на два броја. Овде се дадени 4 различни методи за пресметување на производот 1437 · 5.

Табеларен метод:

·	1000	400	30	7	
5	5000	2000	150	35	= 7185

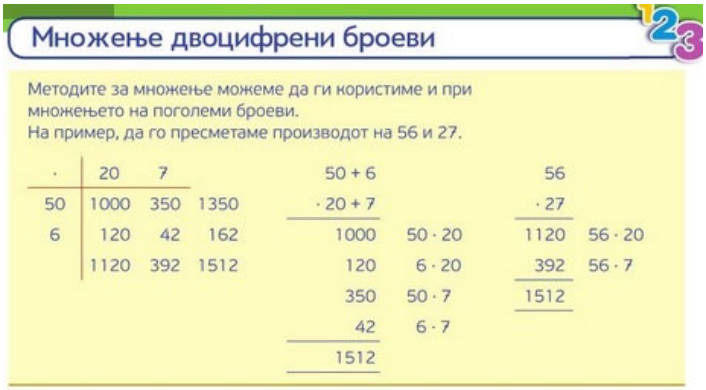
Со удвојување и преполовување:
1437 · 10 = 14370 (удвојување)
14370 : 2 = 7185 (преполовување)

Со запишување во развиена форма:
1437 · 5 = (1000 + 400 + 30 + 7) · 5
= (1000 · 5) + (400 · 5) + (30 · 5) + (7 · 5)
= 5000 + 2000 + 150 + 35
= 7185

Вертикален метод на множење со премин:

2	1	3	
1	4	3	7
		·	5
7	1	8	5

Слика 2. б) Множење четирицифрен со едноцифрен број, [4, стр. 28].



Множење двоцифрени броеви

Методите за множење можеме да ги користиме и при множењето на поголеми броеви.
На пример, да го пресметаме производот на 56 и 27.

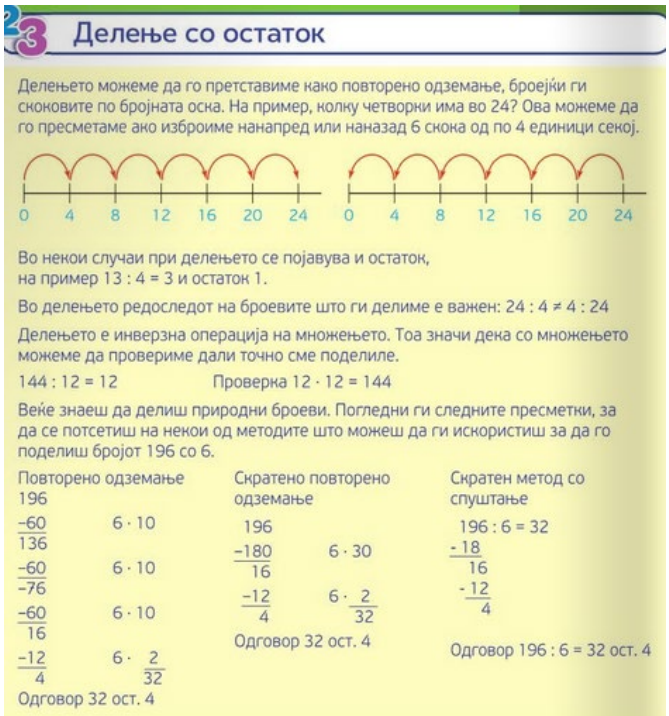
·	20	7	
50	1000	350	1350
6	120	42	162
	1120	392	1512

50 + 6	
· 20 + 7	
1000	50 · 20
120	6 · 20
350	50 · 7
42	6 · 7
1512	

56	
· 27	
1120	56 · 20
392	56 · 7
1512	

Слика 2. в) Множење двоцифрени броеви, [4, стр. 29].

Секоја од основните операции преку различни стратегии се изучува во претходните одделенија. Затоа се поставуваат прашањата: „Дали има потреба од различни стратегии во шесто одделение, или пак доволно е само еден пристап кон соодветната операција?“



Делење со остаток

Делењето можеме да го претставиме како повторено одземање, броејќи ги скоковите по бројната оска. На пример, колку четворки има во 24? Ова можеме да го пресметаме ако изброиме нанапред или наназад 6 скока од по 4 единици секој.

0 4 8 12 16 20 24 0 4 8 12 16 20 24

Во некои случаи при делењето се појавува и остаток, на пример 13 : 4 = 3 и остаток 1.

Во делењето редоследот на броевите што ги делиме е важен: 24 : 4 ≠ 4 : 24

Делењето е инверзна операција на множењето. Тоа значи дека со множењето можеме да провериме дали точно сме поделиле.

144 : 12 = 12 Проверка 12 · 12 = 144

Веќе знаеш да делиш природни броеви. Погледни ги следните пресметки, за да се потсетиш на некои од методите што можеш да ги искористиш за да го поделиш бројот 196 со 6.

Повторено одземање

196	
−60	6 · 10
136	
−60	6 · 10
76	
−60	6 · 10
16	
−12	6 · 2
4	32

Одговор 32 ост. 4

Скратено повторено одземање

196	
−180	6 · 30
16	
−12	6 · 2
4	32

Одговор 32 ост. 4

Скратен метод со спуштање

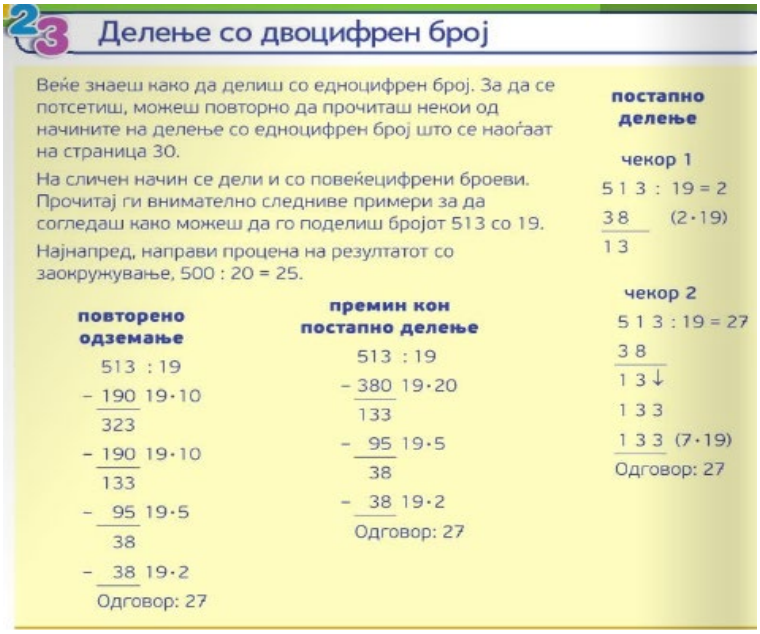
196 : 6 = 32
- 18
16
- 12
4

Одговор 196 : 6 = 32 ост. 4

Слика 3. Делење а) со остаток, [4, стр. 40].

„Дали идејата за различните стратегии овозможува учениците подобро да ги разберат операциите или пак тие повеќе ги збунуваат?“; „Зошто за една иста стратегија се користат различни термини?“; „Дали има

потреба од посебна наставна единица „Множење четирицифрен број со едноцифрен број“, кога таа е потслучај на наставната единица „Множење едноцифрен со повеќецифрен број“?“



2.3 Делење со двоцифрен број

Веќе знаеш како да делиш со едноцифрен број. За да се потсетиш, можеш повторно да прочиташ некои од начините на делење со едноцифрен број што се наоѓаат на страница 30.

На сличен начин се дели и со повеќецифрени броеви. Прочитај ги внимателно следниве примери за да согледаш како можеш да го поделиш бројот 513 со 19.

Најнапред, направи процена на резултатот со заокружување, 500 : 20 = 25.

повторено одземање

513 : 19
− 190 19·10
323
− 190 19·10
133
− 95 19·5
38
− 38 19·2
Одговор: 27

премин кон постапно делење

513 : 19
− 380 19·20
133
− 95 19·5
38
− 38 19·2
Одговор: 27

постапно делење

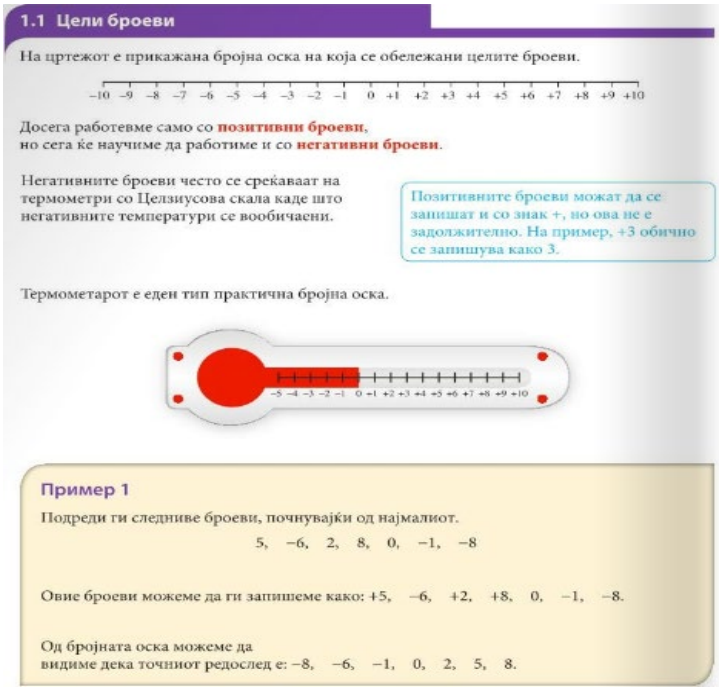
чекор 1
513 : 19 = 2
38 (2·19)
13

чекор 2
513 : 19 = 27
38
13↓
133
133 (7·19)
Одговор: 27

Слика 3. Делење б) со двоцифрен број, [4, стр. 100].

1.3. ОТСУСТВО НА ПОТРЕБАТА ЗА ДЕФИНИРАЊЕ НА МНОЖЕСТВОТО НА ЦЕЛИ БОЕВИ

Во [4], со негативните броеви се работи во неколку наставни единици каде тие се разгледани како броеви лево од нула на бројната оска (стр. 8). Исто така, направена е и споредба на позитивни и негативни броеви на бројна оска (стр. 80 и 92), а прикажана е и разликата помеѓу позитивен и негативен број на термометар (стр. 93). На сликата 4 е дадена првата страна од наставната единица „Цели броеви“ во [5], каде отсуствува дефиницијата за цел број, правилото за споредување на цели броеви и причината за дефинирање на множеството на цели броеви, а се работи со нив. Дефиницијата на цел број е дадена во [7, стр. 187] во наставната единица „Неравенки“, која е дел од темата „Алгебра и решавање проблеми“, што уште еднаш ја потврдува нередоследноста во презентирањето на математичките поими во учебниците според Кембриџ програма.



1.1 Цели броеви

На цртежот е прикажана бројна оска на која се обележани целите броеви.

−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9 +10

Досега работевме само со **позитивни броеви**, но сега ќе научиме да работиме и со **негативни броеви**.

Негативните броеви често се среќаваат на термометри со Целзиусова скала каде што негативните температури се вообичаени.

Позитивните броеви можат да се запишат и со знак +, но ова не е задолжително. На пример, +3 обично се запишува како 3.

Термометарот е еден тип практична бројна оска.

−5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9 +10

Пример 1

Подреди ги следниве броеви, почнувајќи од најмалиот.

5, −6, 2, 8, 0, −1, −8

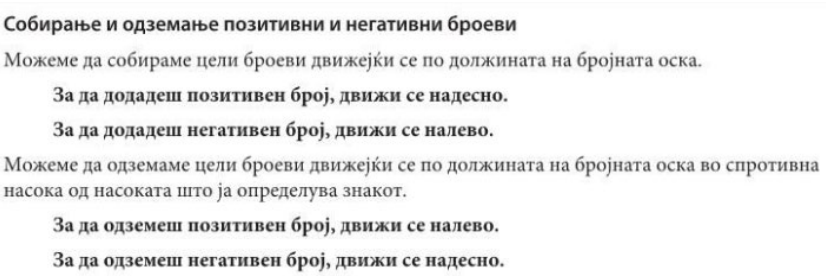
Овие броеви можеме да ги запишеме како: +5, −6, +2, +8, 0, −1, −8.

Од бројната оска можеме да видиме дека точниот редослед е: −8, −6, −1, 0, 2, 5, 8.

Слика 4. Цели броеви, [5, стр. 2].

1.4. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН ОПЕРАЦИИТЕ СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ЦЕЛИ БРОЕВИ

Во наставната единица „Цели броеви“ во [5, стр.4] се дадени правила за операциите собирање и одземање цели броеви на бројна оска за мали броеви и правила за комбинирани знаци за големи броеви, кои ги применуваат повторно за мали броеви (слика 5, а) и б), соодветно).



Собирање и одземање позитивни и негативни броеви

Можеме да собираме цели броеви движејќи се по должината на бројната оска.

За да додадеш позитивен број, движи се надесно.

За да додадеш негативен број, движи се налево.

Можеме да одземаме цели броеви движејќи се по должината на бројната оска во спротивна насока од насоката што ја определува знакот.

За да одземеш позитивен број, движи се налево.

За да одземеш негативен број, движи се надесно.

Слика 5. Правила за собирање и одземање
а) на бројна оска за мали броеви, [5, стр. 3].

Кога собираме или одземаме поголеми броеви, не е лесно да ја користиме бројната оска.
За полесно собирање и одземање користиме правила за комбинирање знаци.

++ се заменува со +	**на пример: −4 + (+6) се заменува со −4 + 6 = +2.**
+− се заменува со −	**на пример: −4 + (−6) се заменува со −4 − 6 = −10.**
−+ се заменува со −	**на пример: −4 − (+6) се заменува со −4 − 6 = −10.**
−− се заменува со +	**на пример: −4 − (−6) се заменува со −4 + 6 = +2.**

Слика 5. Правила за собирање и одземање б) за поголеми броеви, [5, стр. 4].

Притоа, во правилата за комбинирани знаци нема објаснување што претставува првиот, а што вториот знак. Дали тоа се знаци на броевите, или пак првиот знак е операција, а вториот знак е знак на број? Отсуството на ова објаснување предизвикува дилеми и збунетост кај учениците.

Да претпоставиме дека правилата за собирање, дадени на сликата 5, б) се јасни, понатаму повторно се наидува на необјаснување кое предизвикува дилема. Ако за $-4+6$ се повикаме на одземање природни броеви кога од поголемиот број го одземаме помалиот број, тогаш јасно е дека резултатот е 2. Но, како е пресметано $-4-6=-10$? Кое правило овде се користи, а кое не е напишано во учебникот? Освен тоа огромен впечаток ни остави тоа што во погорните одделенија е дадена истата табела за правила и истите примери, без надградба (види [6, стр, 2] и [7, стр. 25]).

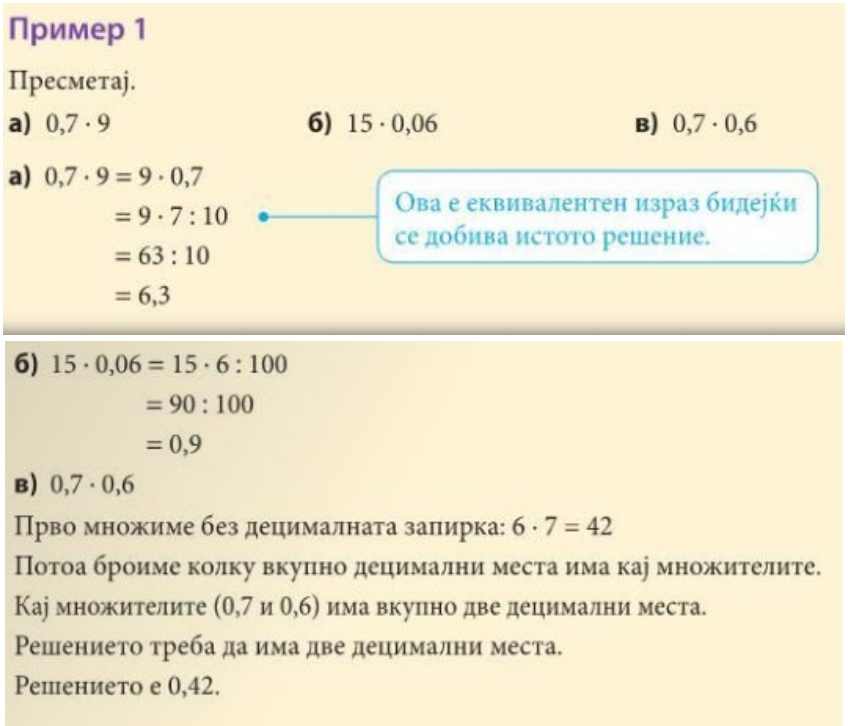
1.5. ОТСУСТВО НА ПОТРЕБАТА ЗА ДЕФИНИРАЊЕ НА МНОЖЕСТВОТО НА РАЦИОНАЛНИ БРОЕВИ

Во [4] во неколку наставни единици се работи со децимални броеви и дропки: децимални броеви чии збир е 1 или 10 (стр. 10), месна вредност до стотинки, до илјадарки, заокружување, споредување и подредување децимални броеви (стр. 77–85), собирање и одземање децимални броеви (стр. 88-90), делење - остаток како дропка и децимален број, множење и делење децимални броеви со 10 и 100, делење децимални броеви со едноцифрен број, својства на множење и делење децимални броеви, дропки, мешани броеви, претворање од еден во друг вид, споредување и подредување дропки и мешани броеви (стр. 105–120). Со оглед на тоа, логично е причината за дефинирање на множеството на

рационални броеви, да биде наведена во некоја од овие наставни единици, но за жал ова не се случува.

1.6. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН МНОЖЕЊЕ И ДЕЛЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

На сликата 6, а) и б) се прикажани конфузните пристапи кон операциите множење и делење со децимален број, соодветно. И за двете операции се користат еквивалентни пресметки за множење и делење, т.е. множењето (соодветно, делењето) со децимален број го претвара во множење со соодветен цел број (соодветно, множење со соодветната декадна единица), а потоа во делење на добиениот производ со соодветната декадна единица (соодветно, делење со соодветниот цел број), имајќи во предвид дека количникот помеѓу целиот број и соодветната декадната единица го конструираат децималниот број. Дали овој пристап е поедноставен или покомплициран за учениците?



Пример 1

Пресметај.

а) $0{,}7 \cdot 9$ **б)** $15 \cdot 0{,}06$ **в)** $0{,}7 \cdot 0{,}6$

а) $0{,}7 \cdot 9 = 9 \cdot 0{,}7$
$= 9 \cdot 7 : 10$
$= 63 : 10$
$= 6{,}3$

Ова е еквивалентен израз бидејќи се добива истото решение.

б) $15 \cdot 0{,}06 = 15 \cdot 6 : 100$
$= 90 : 100$
$= 0{,}9$

в) $0{,}7 \cdot 0{,}6$

Прво множиме без децималната запирка: $6 \cdot 7 = 42$

Потоа броиме колку вкупно децимални места има кај множителите.

Кај множителите (0,7 и 0,6) има вкупно две децимални места.

Решението треба да има две децимални места.

Решението е 0,42.

Слика 6. а) Множење со децимален број, [6, стр. 43].

Пример 3

Пресметај.

а) 64 : 0,8 **б)** 2,5 : 0,05

а) 64 : 0,8 = (64 : 0,1) : 8 0,8 = 0,1 · 8
= (64 · 10) : 8
= 640 : 8
= 80

Решенијата можеме да ги провериме со помош на инверзни операции.
За да провериме дали 64 : 0,8 = 80, пресметуваме 80 · 0,8
80 · 0,8 = 64

б) 2,5 : 0,05 = (2,5 : 0,01) : 5
= (2,5 · 100) : 5
= 250 : 5
= 50

Користи го начинот на множење како во Пример 1 под **а)**

Слика 6. б) Делење со децимален број, [6, стр. 45].

1.7. ОТСУСТВО НА ВИДОВИ ДРОПКИ

Во учебници [4]–[7], постојано се работи со дропки, и операции со нив, но не се спомнува какви видови дропки постојат. Со тоа учениците учат да работат со дропки, но не знаат со какви дропки работат!

1.8. ОТСУСТВО НА МАТЕМАТИЧКАТА ПОСТАПКА ЗА ОПРЕДЕЛУВАЊЕ КВАДРАТЕН КОРЕН

На сликата 7 е прикажано определувањето квадратен корен во учебникот за седмо одделение според Кембриџ програмата, т.е. определување преку инверзната функција, квадрирање или со дигитрон, додека пак во [7, стр. 127], тоа е разгледано и со проценка. Што се случува со повеќецифрените броеви, за кои учениците не знаат кој број е на квадрат или меѓу кои два полни квадрати се наоѓа бројот чиј квадратен корен треба да се определи? Дали учениците на овој начин би можеле да определат квадратен корен од произволен број? Или пак, за тие броеви ќе користат дигитрон?

Квадратни корени

Знаеме дека $6^2 = 36$. Поради ова можеме да запишеме дека **квадратен корен** на 36 е 6, или $\sqrt{36} = 6$.

Исто така, имаме; $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ итн.

Пресметување квадратен корен и квадрат се инверзни операции една на друга.

Ако $20^2 = 400$, тогаш $\sqrt{400} = 20$.

За пресметување квадрати и квадратни корени понекогаш ќе ти биде потребен калкулатор.

Повеќето калкулатори имаат копче x^2 за квадрати и копче $\sqrt{x}$ за квадратни корени.

Слика 7. Квадратни корени, [5, стр. 23].

2. СПОРЕДБА СО УЧЕБНИЦИ СПОРЕД НЕКОИ ОД ПРЕТХОДНИТЕ ПРОГРАМИ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Во учебниците [8]–[10], исто како и во учебниците [4]-[7], темата броеви е застапена во две глави, со таа разлика што една глава е посветена на едно множество.

Првата глава во [8] е насловена „Природни броеви“. Таа започнува со цифра и број, па дефиниција за множество на природни броеви со и без нула (стр. 17). Понатаму, операциите собирање и одземање природни броеви се разгледани преку еден краток пристап, каде е наведено кога разликата помеѓу два природни броеви е природен број (стр. 27 и 29). Постапка за операциите множење и делење природни броеви, не е наведена, туку се смета дека веќе се знае. Овде множењето и делењето се разгледани преку некои својства, како и потенцирано е кога количникот на два природни броеви е природен број, а кога се појавува остаток при делењето (стр. 34 и 37).

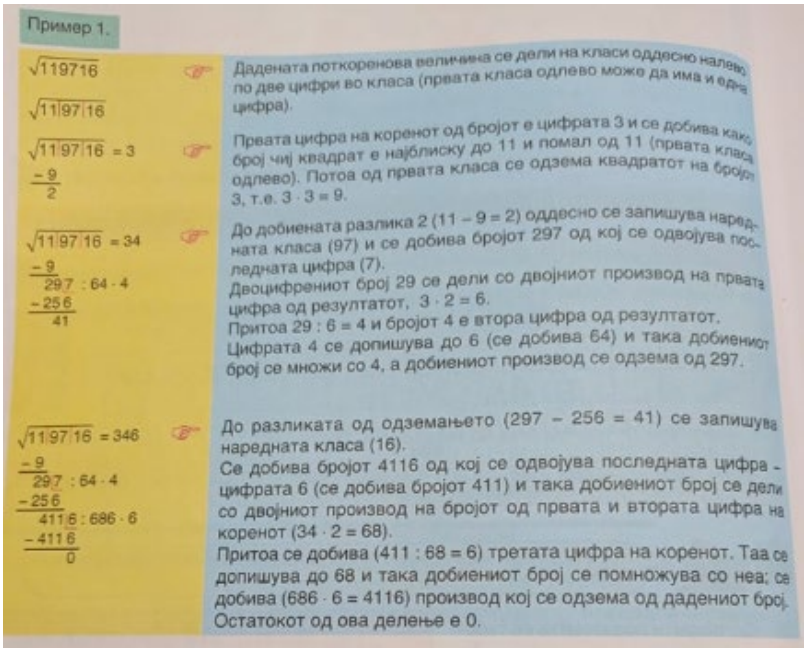
„Дропки и децимални броеви“ е насловот на третата глава во [8]. Во неа уште на почеток е наведена причината за појава на дропките и децималните броеви (стр. 132) и разгледани се сите видови дропки (стр. 135), што не беше случај во учебниците според Кембриџ програмата. Во однос на операциите собирање и одземање дропки и децимални броеви, се повикува на операциите собирање и одземање природни броеви, соодветно, напомнувајќи што треба да биде исполнето за да одземањето биде возможно, а притоа запазувајќи ја позицијата на децималната запирка (стр. 143–165). Постапката за множење (делење) децимални броеви се повикува на постапката за множење природни броеви

(делење децимален со природен), (стр. 66–174). Притоа при множењето се внимава на децималните места, а при делењето броевите се множат со соодветната декадна единица за да делителот премине во природен број.

Првата глава во [9] е насловена „Операции со дропки“, а третата „Цели и рационални броеви“. Во првата глава се разгледуваат сите оние операции кои не се разгледани во третата глава во [8], додека пак третата глава во [9] е посветена на целите броеви кои се потребни за да се дефинира множеството на рационални броеви. Во неа најпрво е наведена причината за дефинирање на множеството на целите броеви, па дадена е дефиниција за позитивна и негативна насока на бројна оска, соодветно позитивни и негативни броеви, па спротивен број на даден број, а потоа е дадена јасна дефиниција за множеството на цели броеви (стр. 120). За операциите собирање и одземање цели броеви (стр. 128), како и за споредба на два цели броеви (стр. 127), се дадени јасни правила за кои пак е дефиниран поимот апсолутна вредност на цел број (стр. 125). Постапката за операциите множење и делење е иста со постапката множење и делење природни броеви, но се обрнува внимание на знакот на производот и количникот во зависност од знакот на двата цели броеви. За определување квадратен корен пак, освен преку инверзна функција и со дигитрон, како што беше презентирано во учебниците по Кембриџ програмата, дадена е и математичка постапка (слика 8). Повикувајќи се на оваа постапка, дадена е и постапка за определување квадратен корен од децимален број, ([10, стр. 50]).

Учебникот за шесто одделение, [1] според друга програма е посветен само на темата броеви. Во него директно почнува со позитивни и негативни броеви на бројна оска, како и дефиниција на спротивен број, но не само на природен број како што беше случај во [9], туку и на дропка, децимален и мешан број (стр. 9 и 16). Во него, најпрво е дефинирано множеството на рационални броеви (стр. 12), а потоа множеството на цели броеви (стр. 19). Поимот апсолутна вредност, основните операции како и правилото за споредба директно се дефинирани во множеството на рационални броеви (стр. 21–27 и 33–55), а за определување квадратен корен има математичка постапка како во [9], како и

таблица за определување квадратен корен и квадрирање до 1000 (стр. 77–81).



Пример 1.

$\sqrt{119716}$

$\sqrt{11|97|16}$

$\sqrt{11|97|16} = 3$

-9

2

$\sqrt{11|97|16} = 34$

-9

$297 : 64 \cdot 4$

-256

41

$\sqrt{11|97|16} = 346$

-9

$297 : 64 \cdot 4$

-256

$4116 : 686 \cdot 6$

-4116

0

Дадената поткоренова величина се дели на класи оддесно налево по две цифри во класа (првата класа одлево може да има и една цифра).

Првата цифра на коренот од бројот е цифрата 3 и се добива како број чиј квадрат е најблиску до 11 и помал од 11 (првата класа одлево). Потоа од првата класа се одзема квадратот на бројот 3, т.е. $3 \cdot 3 = 9$.

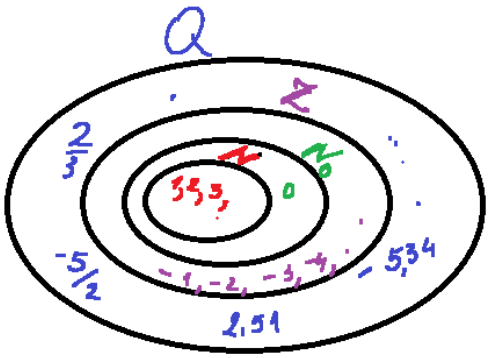
До добиената разлика 2 ($11 - 9 = 2$) оддесно се запишува наредната класа (97) и се добива бројот 297 од кој се одвојува последната цифра (7).
Двоцифрениот број 29 се дели со двојниот производ на првата цифра од резултатот, $3 \cdot 2 = 6$.
Притоа $29 : 6 = 4$ и бројот 4 е втора цифра од резултатот.
Цифрата 4 се допишува до 6 (се добива 64) и така добиениот број се множи со 4, а добиениот производ се одзема од 297.

До разликата од одземањето ($297 - 256 = 41$) се запишува наредната класа (16).
Се добива бројот 4116 од кој се одвојува последната цифра – цифрата 6 (се добива бројот 411) и така добиениот број се дели со двојниот производ на бројот од првата и втората цифра на коренот ($34 \cdot 2 = 68$).
Притоа се добива ($411 : 68 = 6$) третата цифра на коренот. Таа се допишува до 68 и така добиениот број се помножува со неа; се добива ($686 \cdot 6 = 4116$) производ кој се одзема од дадениот број. Остатокот од ова делење е 0.

Слика 8. Математичка постапка за определување квадратен корен, [10, стр. 50].

3. ЛИЧНИ СОГЛЕДУВАЊА

Во [3, стр. 116–119], се вели дека спиралниот систем на распоред на целите на Кембриџ програмата, овозможува учениците да напредуваат во зависност од нивните способности. За жал, во учебниците [4]–[7], за одредена материја не сретнавме надградба на знаењата од претходната година, туку напротив, во одредени наставни единици истите реченици и истите примери се користат и во погорните одделенија (потпоглавје 1.4). Додека пак за материјата поврзана со размер и пропорција има одреден напредок во учебниците [5] и [6] во однос на [4], но не и во [7] во однос на претходните. Во сите нив отсуствува запознавање со обратна пропорционалност.



Слика 9. Венов дијаграм на множествата.

Во поглед на конфузниот пристап кон темата броеви (потпоглавје 1.1), сметаме дека секое множество треба да биде разгледано детално, концизно и математички прецизно во посебна глава. Во шесто одделение, најдобро е да се изучуваат множествата на природни и цели броеви, што не беше случај во учебниците [1] и [4]–[10], а во седмо одделение, множеството на рационални броеви. Овој пристап го предлагаме заради постепеното проширување на множеството на природни броеви, кое може да се види ѝ на сликата 9. Притоа, за секое множество јасно да биде напомнато кои операции се внатрешни, односно во однос на кои операции множеството е затворено, а кои не се и зошто тоа се проширува.

Во однос на стратегиите за основните операции во множеството на природни броеви (потпоглавје 1.2), сметаме дека во шесто одделение, потребен е еден краток и брз пристап кон нив (види формула (1)), кој ќе им овозможи рутински да ги извршуваат операциите. Освен тоа, ќе придонесе побрзо совладување на новите наставни содржини каде тие се имплементирани, а не сè уште учениците да размислуваат по кој пристап ќе работат.

$$\begin{array}{r} 353 \\ +\ 168 \\ \hline 521 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,685 \\ -\ \ 518 \\ \hline 2167 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 346 \\ \cdot\ \ \ 9 \\ \hline 3114 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ \cdot\ 27 \\ \hline 392 \\ +\ 112\ \ \\ \hline 1512 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 192:6=32 \\ -18\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \\ \hline \ \ 12\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \\ -12\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \\ \hline \ \ \ 0\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array} \tag{1}$$

Притоа, не ја отфрламе можноста, останати пристапи кон операциите, кои се изучуваат во одделенска настава да се вметнат во учебникот за шесто одделение, но тоа да биде на крајот во учебникот во посебна глава насловена „Додаток“, чија цел е потсетување или пополнување на празнините во учењето.

Во поглавјето 1 видовме дека учебниците [4]–[7] немат хронолошки редослед на презентирање одредена материја и причината зошто таа се појавува (потпоглавје 1.3 и 1.5), кои играат важна улога при нејзиното изучување. Затоа сметаме е важно, јасно да биде наведено зошто се појавува потреба од дефинирање на множеството на цели броеви и на множеството на рационални броеви.

Во однос на конфузниот пристап кон операциите собирање и одземање цели броеви (потпоглавје 1.4), ќе приложиме како тоа може да се направи преку табела, со потенцирање што е операција а што знак на број. Притоа, користиме апсолутна вредност на број (со ознака $|\cdot|$) и фактот дека негативните цели броеви се спротивни броеви на позитивните цели броеви и обратно, како во [9, стр. 123 и 125]. Во табелата 1 е дадена врската помеѓу операцијата одземање и намалителот, т.е. како намалителот се заменува со неговиот спротивен број кога операцијата одземање преминува во операција собирање. Додека пак во табелата 2 е потенцирана разликата помеѓу знак на број и операција при собирање цели броеви, што не беше случај во [5] (потпоглавје 1.4). Примената на овие табели е илустрирана преку едноставни примери во примерот 1.

	Операција	Намалител	Преминува во	Операција	Спротивен број на намалителот
1	Одземање	Негативен цел број		Собирање	Позитивен цел број
2	Одземање	Позитивен цел број		Собирање	Негативен цел број

Табела 1. Врската помеѓу операцијата одземање и намалителот.

	Знаци на броевите	Знак на новодобиениот број	Операција во $\mathbb{N}_0$
1	$+\ +$ $-\ -$	$+$ $-$	Собирање
2	$-\ +$ $+\ -$	Знакот е на бројот што има поголема апсолутна вредност	Одземање

Табела 2. Операција и знак на новодобиениот број при собирање цели броеви.

Пример 1. Да се пресмета:

а) $(+6)-(-23)$; б) $(-6)-(+23)$;

в) $(+6)-(+23)$; г) $(-6)-(-23)$.

Решение: Во првото равенство при решавањето на примерите под а) и г) (соодветно, под б) и в)) се користи првиот (соодветно, вториот) случај од табелата 1. Во второто равенство во примерите под а) и б) (соодветно, под в) и г)) се користи првиот (соодветно, вториот) случај од табелата 2, т.е. случај кога имаме собирање цели броеви со исти знаци (соодветно, со различни знаци) и дефиниција за апсолутна вредност на цел број. Во примерите под а) и б) (соодветно, в) и г)) јасно се гледа дека знакот на новодобоениот број е ист со знакот на разгледуваните броевите (соодветно, е на бројот со поголема апсолутна вредност (в) $-$ бидејќи $|-23|>|6|$, г) $+$ бидејќи $|23|>|-6|$)), а операцијата е собирање (соодветно, одземање) на нивните апсолутните вредности. Одземањето подразбира дека од поголемата апсолутна вредност се одзема помалата апсолутна вредност. Во третото равенство во сите четири примери се користи дефиниција за апсолутна вредност на цел број, а во четвртото равенство под а) и б) операција собирање (соодветно, одземање) природни броеви.

а) $(+6)-(-23)=(+6)+(+23)=+(|6|+|23|)=+(6+23)=+29$

б) $(-6)-(+23)=(-6)+(-23)=-(|-6|+|-23|)=-(6+23)=-29$

в) $(+6)-(+23)=(+6)+(-23)=-(|-23|-|6|)=-(23-6)=-17$

г) $(-6)-(-23)=(-6)+(+23)=+(|23|-|-6|)=+(23-6)=+17$.

За конфузниот пристап кон множење и делење децимални броеви (потпоглавје 1.6), сметаме дека треба да се повикува на постапката за

множење природен со природен, со запазување на децималните места, а делењето да се повикува на делење децимален со природен број (делителот се множи со соодветна декадна единица за да помине во природен број, што може да се види од пример 2.)), кој пак се повикува на делење природен со природен број (види формула (1)).

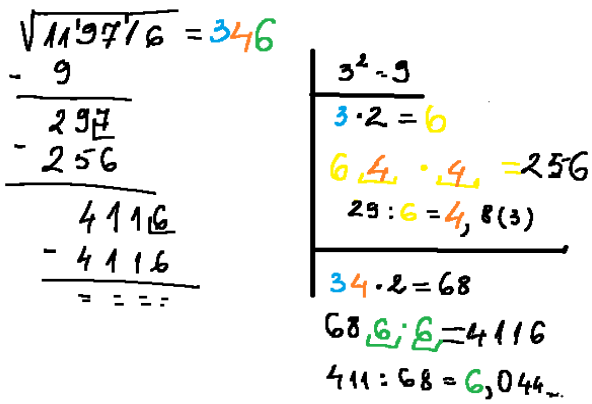
За отсуството на видови дропки (потпоглавје 1.7), важно е учениците да знаат дека постојат: правилни дропки (дропки помали од 1), неправилни дропки (дропки поголеми од 1), дропки еднакви на 1 (секој цел број поделен сам со себе) и дропки со именител 1 (секој цел број е дропка со именител 1), а не само да работат со дропки.

Пример 2. Да се пресмета $23{,}12:3{,}4=?$

Решение: $3{,}4\cdot 10=34$, $23{,}12\cdot 10=231{,}2$

$$\begin{array}{l} 231{,}2:34=6{,}8 \\ \underline{-204} \\ \quad 272 \\ \underline{-272} \\ \quad\ \ 0 \end{array}$$

Во однос на отсуството на математичката постапка за определување квадратен корен (потпоглавје 1.8), сметаме дека убаво е учениците да знаат да пресметат квадратен корен од произволен број, а не само преку инверзна функција, со дигитрон и со проценка. Во прилог е дадено нашето размислување за постапката, која се разликува од постапката во [1] и [10], во одделното наведување на начинот на кој се добиваат цифрите.



Слика 10. Математичка постапка за определување квадратен корен.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. Ансаров, Д. Ачовски, Ж. Маркоски, *Алгебра за VI одделение*, Просветно дело, Скопје 1995.

[2] М. Димитријевска, Ф. Младеновски, *Со какви предзнаење по математика учениците од IX одделение преминуваат во I година средно училиште?*, Трудови за наставата по математика од Вториот семинар „Математика и примени“, Математички омнибус 4 (2018), 63 – 80.

[3] Л. Кондинска, С. Ристовска, *Карактеристики на наставните програми по математика за основно образование (1996-1998, 2007-2009, 2013-2015),* Трудови за наставата по математика од Првиот семинар „Математика и примени“, Математички омнибус 2 (2017), 107 – 121.

[4] К. Морисон, *Математика за шесто одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020. https://s3-us-west- 2.amazonaws.com/arslamina.com/Ucebnici/6/matematika/mak/matematika6.html

[5] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за седмо одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020. https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/Ucebnici/7/matematika/mak/matematika.html

[6] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за осмо одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020. https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/Ucebnici/8/matematika/mak/matematika.html

[7] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за девет-то одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020. https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/Ucebnici/9/matematika/mak/matematika.html

[8] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за шесто одделение*, деветгодишно основно образование, МОН, 2011.

[9] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за седмо одделение,* деветгодишно основно образование, Алби, 2011.

[10] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за осмо одделение*, деветгодишно основно образование, МОН, Скопје 2009.

[1] Универзитет „Гоце Делчев“, Факултет за информатика
ул. „Крсте Мисирков“, бр. 10-А, 2000 Штип, Р. Северна Македонија
e-mail: jasmina.buralieva@ugd.edu.mk

[2] ООУ „Никола Вапцаров“,
ул. „Ценка Павлова“, бр. 1, (2400) Струмица, Р. Северна Македонија
e-mail: buralievaelica@yahoo.com

Примен: 30.3.2021
Поправен: 19.5.2021
Одобрен: 26.5.2021
Објавен на интернет: 25.6.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 89 – 105
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

КРИТЕРИУМИ ЗА ИЗБОР И НАЧИНИ НА КОМБИНИРАЊЕ ДИГИТАЛНИ И АНАЛОГНИ РЕСУРСИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Ана Доневска-Тодорова[1]

Математичкото образование е динамичен процес кој во услови на глобална пандемија може да претрпи значителни промени. Особено наставата на далечина во изминатата година јасно покажа дека потребата од дигитални ресурси е огромна. Овој труд се однесува токму на актуелните тенденции за колаборативно креирање на отворени дигитални ресурси преку активен придонес на сите вклучени чинители во образованието. Трудот започнува со кус осврт на националните стратегии за дигитализација во образованието во Македонија и Германија, а даден е и преглед на дефинирањето на поимите *дигитални алатки, дигитални ресурси* и *дигитални учебници* по математика во научната литература. Потоа, особено внимание е посветено на *критериуми* кои се важни *при избор на дигитални ресурси,* како и на нивно *комбинирање со традиционалните, аналогни ресурси* кое е надополнето со конкретни примери. Завршниот дел од трудот се однесува на заклучоци и перспективи за понатамошни истражувања поврзани со примена на дигитални ресурси во наставата по математика.

1. ВОВЕД

Покрај сите негативни збиднувања кои ги предизвика кризата со пандемијата во образованието, се чини дека таа ги втурна сите засегнати чинители во активна соработка и креативно творештво како никогаш досега. Неопходноста итно да им се овозможи еднакво образование на сите ученици значеше брзи реакции, интензивна работа и усовршување на дигиталните вештини на наставниците без кои наставата на далечина е невозможна. Како и другите *традиционални алатки* кои се карактеристични за наставата по математика, на пример линијар и шестар, така и *дигиталните технологии* имаат значајна улога во нејзината реализација. Валидноста за примена на иновативни дигитални технологии во наставата по математика не се состои во замена или во исфрлање на

традиционалните алатки, туку напротив, во нивно дополнување и отворање на нови можности за учениците. Кризата со пандемијата потврди дека интегрирањето на мноштво алатки од различен тип е од круцијално значење за квалитетот на наставата по математика. Сепак, бројноста и разновидноста на дигиталните алатки кои се слободно достапни на интернет може да предизвика збунетост или потешкотии при нивниот правилен избор од страна на наставниците. Кои дигитални алатки имаат доволно квалитет, во што точно се состои нивниот квалитет, како да се комбинираат неколку алатки за време на еден наставен час, итн. се само дел од прашањата кои заслужуваат научно-истражувачко внимание и темелен пристап. Оттука, лоцирање на *истражувачкиот проблем* во потешкотиите да се направи соодветен избор од огромниот број дигитални алатки кои ќе соодветствуваат на конкретни цели за одреден наставен час според наставната програма и специфична група на ученици, се чини разбирлив и оправдан. Токму затоа, ова истражување има за *цел* идентификување критериуми за избор на дигитални ресурси и начини за нивна комбинирана примена во наставата по математика на далечина. Во овој труд пред сè, ќе дадам осврт на актуелните научни истражувања и студии на оваа тема на меѓународно ниво. Потоа ќе овозможам преглед на конкретни практики за избор, примена и соодветно комбинирање дигитални алатки во наставата по математика на далечина во Македонија. Понатаму, врз основа на извршената теоретската анализа и практични проекти, ќе понудам конкретни критериуми за идентификација и избор на дигитални ресурси. На крајот, преку конкретни примери посветено е внимание на комбинирано користење на дигиталните со традиционални, аналогни ресурси за наставата по математика.

2. АКТУЕЛНИ ТЕНДЕНЦИИ ВО НАУЧНИТЕ ИСТРАЖУВАЊА

Глобалната криза со пандемијата предизвика енормна експанзија на користење дигитални ресурси и алатки во образованието, вклучително и наставата по математика и отвори низа прашања. Дали доживеавме еден ренесансен период во однос на дигитализацијата на образованието? Дали сакаме и понатаму да ги користиме дигиталните алатки и ресурси со истиот интензитет и по завршување на кризата со пандемијата? Непосредно пред започнување на кризата актуелни теми во меѓународните

истражувања во областа на математичко образование беа примената на таканаречени динамични геометриски системи (ДГС) од типот на GeoGebra, Geomether Sketchpad, Cabri, Cinderella, итн., апликации за мобилни уреди, како на пример паметни телефони или уреди со екрани на допир (touch pads), примена на 3Д принтери и роботи, како и Augmetned Reality и Virtual Reality. Притоа акцентот беше ставен на учењето базирано на проблем, проект или истражување. Овие типови на учење се карактеризираат со голема активност, динамичност, експлоративност, можности за интеракции, математичко моделирање, мултирепрезентативност на математички поими и мулти-дисциплинараност. По избувнување на пандемијата како да се подзаборавија некои од овие важни аспекти на наставата по математика. Одеднаш други прашања го привлекоа нашето внимание и станаа приоритетни. Ова пред сè се однесува на достапноста до електронски уреди на секој учесник во образовниот процес, пристапот до интернет, можноста за поврзување и овозможување основна комуникација, еднаквоста и социјалната правда. Зголемено внимание се посвети на колаборативност и кооперативност во наставата, вмрежување и зголемена соработка во реално време, што особено беше забележана кај активностите на наставниците. Така учењето на далечина, пристапот Bring Your Own Device (BYOD) и работата на cloud, на кои претходно се гледаше со извесна доза на воздржаност, неочекувано и спонтано се наметнаа како исклучително важни фактори за успешноста на наставата. Овие аспекти притоа станаа примарни не само во практичната настава, туку и во фокусот на научните истражувања. Во моментов, впечатокот во научните кругови е дека иновативност се случува со многу поголема брзина отколку самите истражувања и уште побрзо од долгите бирократски промени на наставни планови и програми и образовни политики. Иновативни решенија и пристапи во моментов се случуваат прилично спонтано без доволно нивно документирање и препознавање како такви. Важно е при тоа да се нагласи дека покрај дигиталните иновативни ресурси, и аналогните ресурси и помагала кои биле користени пред кризата со пандемијата не треба да се заборават за време на наставата во виртуелната училница.

3. ПРЕГЛЕД НА НАЦИОНАЛНИ СТРАТЕГИИ ЗА ДИГИТАЛИЗАЦИЈА НА (МАТЕМАТИЧКОТО) ОБРАЗОВАНИЕ ВО МАКЕДОНИЈА И ГЕРМАНИЈА

Во изминатиот период неколку национални институции како Министерството за образование и наука (МОН) и Министерството за Информатичко општество и администрација (МИОА) работеа на дигитализација во образованието и изготвија неколку стратешки документи. Во „Стратешки план на Министерството за образование и наука 2021–2023“ на Македонија (2021), [13], како предизвици во врска со дигитализацијата се наведени следниве:

- Недостиг на стратешки и нормативни документи (стр. 4);
- Слаба ИКТ опременост (немање или несоодветни дигитални уреди, недоволен или никаков пристап до интернет);
- Недоволни теоретски и практични педагошки знаења за настава од далечина на сите вклучени во образовниот процес;
- Недоволни дигитални компетенции кај најголемиот број учесници во образовниот процес на далечина (стр. 5).

Во „Стратегија за образованието за 2018–2025 година и акциски план“ (МОН), [14], наведени се следниве активности:

- намалување на улогата на учебниците како единствени средства за постигнување на наставните цели, при што треба да се имаат предвид придобивките од примената на информациско- комуникациски технологии (ИКТ) во образованието (стр. 25);
- воспоставување портал за е-учење и систем за управување со учењето;
- континуирана обука на кадарот за користење нови технологии;
- ревизија на наставните планови и програми во основното и во средното образование (стр. 26).

Истовремено во Германија опремување училишта со стационарни крајни уреди, на пр., интерактивни табли, како и мрежно поврзување со училишно WiFi било предвидено со стратегијата на министерството за култура КМК - Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ (2016), [12]. Во најновиот стратешки документ „DigitalPakt Schule“ 2019–2024 година,

[9], се става акцент на квалитетот како приоритет и се вели дека ниту купувањето паметни-табли и лаптопи, ниту користењето на учебниците, работните листови и таблите со креда само по себе претставуваат гаранција за квалитетот на образованието. Всушност, педагошко-дидактичките концепти се оние кои преку мноштвото на понуди придонесуваат за квалитетно образованието и невозможен е успех без квалификација на наставниците и без концепт за соодветно техничко-педагошко распоредување и примена. Инвестициите во дигитални образовни инфраструктури, образовни концепти и насочената квалификација на наставниците одат рака под рака, [9].

Значителен исчекор напред во креирањето на дигитални ресурси на македонски јазик е постигнат со создавањето на националната платформа за учење на далечина Едуино, [11]. На неа се поставени голем број видеа со инструкции и технички упатства за примена на одредени дигитални алатки, односно за обука на наставниот кадар, но и видеа за наставата по одредени наставни предмети структурирани според наставните планови и програми. Конкретно за наставата по математика, на платформата во моментов постојат видеа за воведување нови математички поими преку нивно дефинирање и објаснување. Понатамошните дигитални ресурси веројатно ќе минуваат низ филтри за квалитет кои повеќе ќе се однесуваат на инклузивност, интерактивност и зголемен ангажман на учениците.

4. АНАЛОГНИ И ДИГИТАЛНИ РЕСУРСИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

4.1. ПРЕЦИЗИРАЊЕ НА ПОИМИТЕ

Пред на навлеземе детално во разгледување на пристапот на комбинирање на материјалите, да објасниме сосем кратко како се прецизираат некои релевантни поими во литературата. Поимите „дигитални алатки“ и „дигитални ресурси“ не се еднозначно дефинирани во стручната литературата. За разликите помеѓу овие поими, за нивното значење и разновидните примени повеќе се зборува во книгата на Trouche, Gueudet, & Pepin [8] и во овој труд тие се користени со следново значење:

- Под *дигитални алатки* се подразбираат софтверски решенија од типот на: MS Forms, MS OneNote, Kahoot, Quizlet, Google Slides, Book Creator, Jamboard, Miro, Padlet, Online Whiteboard, Collaboard, итн.
- Под *дигитални ресурси* се подразбираат наставни и дидактички материјали по одреден наставен предмет за конкретно ниво на образование во електронска форма кои се креирани со помош на една или повеќе дигитални алатки, [8]. Примери се: интерактивни видеа, динамични визуелизации на математички поими, колаборативни и интерактивни работни листови, интерактивни аплети или апликации со помош на GeoGebra, синхронизирани аудио/видео записи, итн.
- Под *е-учебници* се подразбира комплексна збирка од дигитални, мултимедијални и интерактивни ресурси за настава, кои го насочуваат ученикот и во најдобар случај обезбедуваат автоматизиран feedback, кои се најчесто креирани од тимови на автори со различна експертиза и овозможуваат ре-дизајн од страна на наставниците на индивидуално и на колективно/колаборативно ниво.

Значи, според овие дефиниции, PDF верзии од работни листови или од печатени учебници прикачени на некоја интернет страна не се вклопуваат во дигитални ресурси. Вакви е-учебници (како погоре дефинирани) се уште не постојат во Македонија и нивно креирање претставува сложен процес и огромна инвестиција (финансиска, временска, кадровски, технички, итн.), а креирањето на дигитални ресурси е во зародиш. Заради дидактичкиот и методски потенцијал (кој хартијата како медиум го нема) и придобивките кои ги нудат дигиталните ресурси и е-учебниците, како за учениците така и за наставниците, во нив треба и вреди да се вложува на долг рок.

4.2. КОМБИНИРАЊЕ НА РЕСУРСИТЕ ВО НАСТАВАТА

Квантитетот на дигиталните ресурси не значи неминовно нивен квалитет, но додека едукаторите во високо-развиените земји се на мака да изберат најповолни ресурси од мноштвото кои се бесплатно достапни на интернет, наставниците во нашата земја немаат можност за избор

бидејќи бројот на постоечки дигитални ресурси за математичко образование е речиси незначителен. Комбинирање и вмрежување дигитални и традиционални, таканаречени физички или тактилни ресурси во наставата по математика не е ново во практиките на наставниците од развиените земји. Ова во голема мера се должи на долгогодишниот темелен и научен пристап за креирање вакви практики и ресурси. Имено, во научните кругови од областа на дидактиката на математика овој начин на примена на разновидни ресурси за предавање и учење постојат долгогодишни истражувања како на национално ниво, на пример во Германија од Barzel, B. & Weigand, H. G. (2008), [1], така и на меѓународно ниво (Donevska-Todorova et al., 2021, [2]). Donevska-Todorova & Lieban, 2020, 2021 ([3], [4], [5]) ги истражуваа потенцијалните можности кои ги нудат комбинираните пристапи со аналогни и дигитални ресурси при решавање математички задачи по геометрија и поттикнување креативност при користење 3Д принтери. Според добиените резултати од спроведено емпириско истражување (Доневска-Тодорова, Спасова & Илиеска, 2021, [6]) на репрезентативен примерок од 75 наставници во предметната настава по математика на далечина во основните училишта од 24 општини во Македонија, зголемен е бројот и типот на дигитални алатки кои се користеле пред и за време на кризата со пандемијата во 2020 година. Овде, најбитно е да се укаже на тоа дека *еден тип на ресурси, во случајов дигитални, не го исклучува или отфрла користењето на друг тип на ресурси, во случајов аналогни, туку го надополнува или збогатува.* Напротив, и аналогните и дигиталните ресурси имаат свои предности и слабости и неопходно е тие да се комбинираат соодветно, дури и при различни типови на настава: настава со физичко присуство, настава на далечина и хибридна настава.

4.3. КРИТЕРИУМИ ЗА ИЗБОР НА ДИГИТАЛНИ РЕСУРСИ ЗА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Досега беа поставувани прашања од типот: дали постои една алатка или која би била таа алатка која овозможува креирање квалитетен ресурс? Досегашното искуство покажува дека наставниците најчесто се принудени да комбинираат две, три или повеќе дигитални алатки при креирањето на нови дигитални содржини за потребите за еден конкретен

час. Откако ќе се изготви еден квалитетен дигитален ресурс, како истиот да се комбинира со други дигитални, но и аналогни ресурси? Понатаму се поставува и прашањето како најбрзо и најефикасно да се врши изборот на конкретни готови дигитални ресурси за цели во наставата по математика. Токму затоа во продолжение се предложени 34 критериуми за избор на дигитални ресурси систематизирани во шест групи: основни аспекти, аспекти за безбедност и заштита на децата, технички аспекти, аспекти на дизајн, научни аспекти и дидактички аспекти (Табела 1).

Критериуми за избор на дигитални ресурси за наставата по математика	
	Основни аспекти
1	Дали ресурсот е во согласност со основните морални и етички вредности? (Дали ресурсот не претставува никаква опасност за децата, на пример, содржи упатства за опасно или недолично однесување)?
2	Дали ресурсот е наменет за учење или постои можност тој да се адаптира за учење?
3	Дали ресурсот е финансиски достапен (Дали односот цена и перформанси е соодветен? Дали може да дојде до додатни трошоци?)
	Сигурност и заштита на децата
4	Дали со ресурсот не се собираат лични податоци како име, презиме, дата или место на раѓање, место на живеење, е-меил адреса, телефонски број, итн.?
5	Дали ресурсот не предава собрани податоци на трети партии?
6	Дали на ресурсот не му се даваат права за пристап до фотографии, камера, микрофон, итн.?
7	Дали ресурсот не споделува снимени аудио или видео материјали од корисниците со трети лица?
8	Дали може одредени функции на ресурсот да бидат ограничени од страна на возрасно лице, на пример, родител/старател?
9	Дали користењето на ресурсот не е условено со отворање профил на некоја социјална мрежа?

10	Дали ресурсот содржи комерцијални елементи, на пр. реклами, спонзорства, поврзаност со системи за плаќање?
11	Доколку постојат комерцијални елементи вградени во ресурсот, дали тие се соодветни за возраста на целната група корисници?
	Технички предуслови за избор
12	Дали постои соодветна техничка поддршка за примена на дигиталниот ресурс?
13	Дали дигиталниот ресурс може да се користи без интернет?
14	Дали користењето на дигиталниот ресурс е зависно од системот?
15	Дали ресурсот може да го користат повеќе корисници истовремено?
	Дизајн
16	Дали ресурсот е со доволен естетски квалитет?
17	Дали ресурсот е едноставен за следење и навигација?
18	Дали јазикот и содржините се соодветни?
19	Дали содржините се соодветно структурирани од пониско кон повисоко ниво на тежина?
	Научни аспекти
20	Дали математичките содржини се точни?
21	Дали содржините се научно засновани?
22	Дали содржините се поврзани со фундаменталните идеи во математиката?
23	Дали математичките операции се со доволна прецизност (до одредена децимала)?
24	Дали ресурсот има потенцијал за интердисциплинарност?
25	Дали ресурсот има потенцијал за мултидисциплинарност?
	Дидактички аспекти
26	Дали ресурсот е соодветен за нивото на одделение/клас според дел од наставен план и програм (како што можеби е наведено во упатството)?
27	Дали ресурсот е лесно разбирлив/интуитивен за самостојна навигација од страна на учениците? (не е неопходна инструкција од страна на наставникот)

28	Може ли ресурсот да се поврзе со резултатите од учењето/целите за учење од наставната програма или со образовните стандарди?
29	Може ли ресурсот да се користи и во повисоки или пониски одделенија во смисла на спиралната наставна програма? (Дали е соодветно структурирана?)
30	Дали ресурсот се однесува на барем еден релевантен аспект, како на пример, учење нова содржина, повторување, примена, оценување, итн.?
31	Дали ресурсот овозможува диференцијација, односно пристап кон содржините со прилагодување врз основа на индивидуалните компетнеции на корисникот?
32	Дали ресурсот има вградени мотивирачки фактори?
33	Дали постои можност за промена од една во друга презентација на математичките поими (на пример: график, табела, дијаграм и сл.)?
34	Дали ресурсот е наменет за решавање задачи, моделирање или комуникација?
28	Може ли ресурсот да се поврзе со резултатите од учењето/целите за учење од наставната програма или со образовните стандарди?
29	Може ли ресурсот да се користи и во повисоки или пониски одделенија во смисла на спиралната наставна програма? (Дали е соодветно структурирана?)
30	Дали ресурсот се однесува на барем еден релевантен аспект, како на пример, учење нова содржина, повторување, примена, оценување, итн.?
31	Дали ресурсот овозможува диференцијација, односно пристап кон содржините со прилагодување врз основа на индивидуалните компетнеции на корисникот?
32	Дали ресурсот има вградени мотивирачки фактори?
33	Дали постои можност за промена од една во друга презентација на математичките поими (на пример: график, табела, дијаграм и сл.)?
34	Дали ресурсот е наменет за решавање задачи, моделирање или комуникација?

Табела 1. Критериуми за избор на дигитални ресурси.

Овие критериуми би можеле и да се прошират или пак да се специфицираат за одредени типови на дигитални ресурси. Така на пример, одредени критериуми за квалитет и избор на мобилни апликации на таблети или паметни телефони за геометрија за цели во наставата одделенска настава при исполнети предуслови за сигурност и безбедност на учениците се систематизирани во други слични шест групи и тоа: (1) математички содржини и усогласеност со наставната програма, (2) комуникација, колаборација и кооперација, (3) диференцијација, (4) Feedback и оценување, (5) поврзување и вмрежување и (6) логистичка поддршка (Donevska-Todorova, 2019, стр. 126) [7]. Овие шест кластери, како и самите поединечни критериуми понатаму се анализирани и споредувани со критериуми како инструментализација, ергономија, итн. произлезени од други проекти во различни држави како Германија и Франција и во Англо-Мексикански контекст за различни типови на дигитални ресурси како аудио-подкаст, динамични геометриски системи меѓу кои и GeoGebra и Excel Spreadsheets (Donevska-Todorova et al., 2021) [2]. Од оваа студија произлезени се насоки за операционализација и примена на ресурсите од страна на наставниците и учениците. Понатаму битно е да се спомене дека, критериумите прикажани во Табела 1 не треба да служат како чек листа, ниту пак служат за евалуација и рангирање на ресурсите, туку за насока како да се креираат нови или усовршуваат постојните кои при одредени услови и одредена група на ученици веќе се покажале како успешни. Исто така, треба да се има предвид дека сите критериуми не соодветствуваат подеднакво за различни типови на дигитални ресурси, туку секогаш треба да се прави нивна селекција. Притоа, од гледна точка на учениците, важно е тие да останат во фокусот на наставата и на секој ученик треба да му се дозволи избор на тип на ресурс со кој ќе работи на одредена тема.

Од претходната дискусија за критериумите за избор на дигитални ресурси можеме да сумираме неколку насоки за примена на критериумите (Табела 2).

Критериумите не	Критериумите се
• се чек листа	• насоки за идни дизајни на нови и ре-дизајни на постоечки дигитални ресурси
• служат за евалуација и рангирање на ресурсите	• за да служат како опис на одредени услови при кои тие веќе се покажале како успешни со одредени групи на ученици
• се однесуваат подеднакво за сите типови на дигитални ресурси	• избираат во зависност од типот на дигитални ресурси и секогаш кога е можно треба да се прави нивна селекција
• смее да го стават вниманието на самиот ресурс туку на ученикот и учењето како приоритет	• за да укажат на тоа дека медиумите нудат различни можности за текстуално, визуелно и усно изразување и поттикнуваат активност на најразлични начини
• смее да го попречуваат изборот на ресурс од страна на ученикот	

Табела 2. Насоки за примена на критериумите за избор на дигитални ресурси за наставата по математика.

Откако беа утврдени критериуми за избор на дигитални ресурси за наставата по математика (Табела 1), како и насоки за нивна правилна примена (Табела 2), понатаму се предложени можни начини за комбинирање на дигиталните со аналогни ресурси.

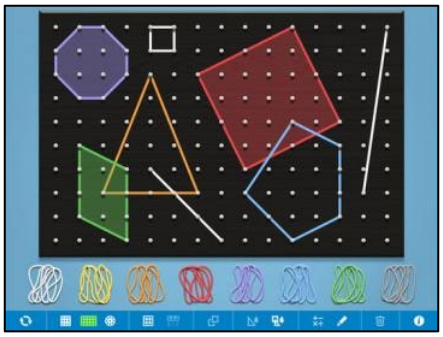
4.4. НАЧИНИ НА КОМБИНИРАЊЕ НА ДИГИТАЛНИ И АНАЛОГНИ РЕСУРСИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Различни медиуми нудат различни можности, на пример текстуално, визуелно или усно изразување и ја активираат ангажираноста на

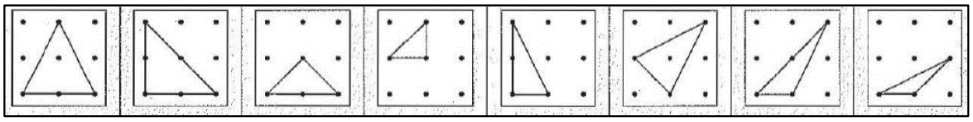
учениците на различни начини. Затоа сите тие треба да се стават на располагање од страна на наставникот. Значи изборот треба да го прави ученикот во консултација со наставникот и родителот. Понатаму, на ученикот треба да му се овозможи и комбинирање на два или повеќе типови на ресурси секогаш кога тоа е можно. Еве како би можело да изгледа такво комбинирање преку еден конкретен пример на тема „Триаголник и видови триаголници“ со помош на дрвена (или пластична) гео-табла (Фигура 1. а), GeoBoard апликација [10] за таблет бесплатно достапна за Apple уреди (Фигура 1. б) и наставно ливче (Фигура 1. в).

Задача 1. Колку меѓусебно неконгруентни триаголници може да се формираат на 3x3 гео-табла или GeoBoard апликација?

а)



б)

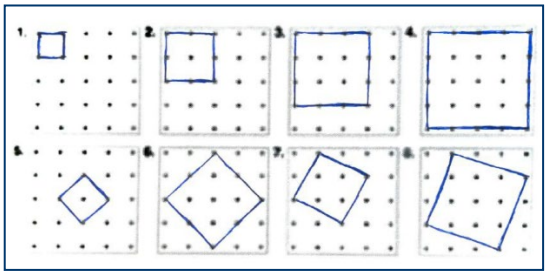


в)

Фигура 1: Комбинирање на аналогни (а и в) и дигитални ресурси (б) за задача 1 и нејзино решение (в)

Слична задача на горенаведената задача 1 може да се однесува на тема за квадрат како еден тип на четириаголник.

Задача 2: Колку меѓусебно неконгруентни квадрати (со различна должина на страната) може да се формираат на 5x5 гео-табла или GeoBoard апликација (Фигура 2)?



Фигура 2: Решение на задача 2 со аналогни и/или дигитални ресурси и/или нивно комбинирање

5. ДИСКУСИЈА И ЗАКЛУЧОЦИ

По појавата на пандемијата, сведоци сме дека сè поголем е бројот на наставници-ентузијасти кои доброволно креираат дигитални содржини, па дури и активно се вклучуваат во креирање на образовните политики. Веројатно е дека релативно новиот тренд на колаборативен и кооперативен пристап како во создавањето, така и во користењето и ре-дизајнирањето на иновативни дигитални содржини и ресурси и е-учебници, кои ќе бидат лиценцирано-достапни за сите, ќе продолжи. Притоа, од погоре изнесеното може да резимирам дека квантитетот на дигиталните ресурси не значи нивен безусловен квалитет за наставата по математика. Тие треба да исполнуваат минимум критериуми за квалитет кои се однесуваат на прагматичност, но и на математички и дидактичко-методски аспекти како што е прикажано во Табела 1. Дигиталните ресурси треба да придонесат наставата да го има ученикот во фокусот, а не тој да се претвори во пасивен гледач на видеа. Тие треба да поттикнуваат зголемена активност на ученикот, љубопитност, интерактивност, комуникација и колаборативна работа на учениците. Исто така, тие треба да допринесат за мултимедијалност, значи да се комбинираат со други наставни помагала и традиционални алатки кои се карактеристични за наставата по математика, а не комплетно да ги заменат истите, како што беше објаснето и преку пример во делот 4.4. од овој труд. Конечно, дигиталните ресурси треба постојано да се разменуваат и усовршуваат.

Веројатно е дека образованието на далечина (remote teaching and learning), комбинирана настава во и надвор од училница (hybrid learning), превртена училница (flipped classroom) не само што ќе продолжат да бидат атрактивни начини на образование, туку можно е и да се интензивираат по завршување на пандемијата. Тоа несомнено ќе изискува продлабочени и нови долготрајни истражувања. Таквите понатамошни научни истражувања на овие теми ќе бараат уште повеќе вклучување и зголемена соработка на математичари, дидактичари, педагози, психолози, информатичари, наставници, советници, како и претставници од приватен и невладин сектор во експертски тимови. Истовремено со нивната ангажирана заедничка работа во креирање дигитални ресурси треба да се размислува и за соодветни начини на проверка на знаењата на учениците.

ЛИТЕРАТУРА

[1] B. Barzel, H.-G. Weigand, *Medien vernetzen*, Mathematik lehren, 146 (2008), 4–10.

[2] A. Donevska-Todorova, J. Trgalova, C. Schreiber, T. Rojano, *Quality of task-design in technology-enhanced resources for teaching and learning mathematics*. In A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, H.-G. Weigand (Eds.), Mathematics Education in the Digital Age. Learning, Practice and Theory, Routledge. Taylor & Francis Group, (2021), Chapter 3, 19 pages.

[3] A. Donevska-Todorova, D. Lieban, *Connecting Digital and Physical Resources for Enriching Heuristic Strategies in Geometry Problem Solving. Theoretical Considerations and Empirical Findings*, International Journal for Technology in Mathematics Education (2021), прифатен за печатење.

[4] A. Donevska-Todorova, D. Lieban, *Fostering Heuristic Strategies in Mathematical Problem Solving with Virtual and Tangible Manipulatives*, In A. Donevska-Todorova, F. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson, H.-G. Weigand (Eds.)

Conference Proceedings of the Tenth ERME TOPIC CONFERENCE (ETC10) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) (2020), 175-182, ⟨hal-02932218⟩.

[5] A. Donevska-Todorova, D. Lieban, *Fostering Creativity through Design of Virtual and Tangible Manipulatives* In A. Donevska-Todorova, F. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson, H.-G. Weigand (Eds.) Conference Proceedings of the Tenth ERME TOPIC CONFERENCE (ETC10) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) (2020), 347–348. ⟨hal-02932218⟩.

[6] А. Доневска-Тодорова, А. Спасова, В. Илиеска, *Користење на дигитални алатки во наставата по математика пред и за време на кризата со пандемија*, Математички омнибус 10 (2021), 51 – 67. http://im-pmf.weebly.com/uploads/5/8/9/8/58988609/3_donevska-todorova_spasova_ilieska_2020-2021.pdf

[7] A. Donevska-Todorova, *Towards a Theoretical Foundation for Quality Tablet App-Enriched Learning Environments in Primary School Mathematics Education*, International Journal for Technology in Mathematics Education, 26 (3) (2019), 121–129.

[8] L. Trouche, G. Gueudet, B. Pepin (Eds.), *The 'Resource' Approach to Mathematics Education.* Springer Nature, 2019.

[9] „DigitalPakt Schule“ 2019 – 2024 https://www.digitalpaktschule.de/

[10] Geoboard, by The Math Learning Center https://apps.apple.com/de/app/geoboard-by-mlc/id1508606940

[11] *Едуино, национална веб-платформа за образование* www.eduino.gov.mk

[12] Kultusministerkonferenz (KMK). *КМК - Strategie Bildung in der digitalen Welt Strategie*, 2017.

[13] „Стратешки план на Министерството за образование и наука 2021–2023“ , https://mon.gov.mk/stored/document/Strateshki%20plan%202021-2023.pdf

[14] „Стратегија за образованието за 2018–2025 година и акциски план“ (МОН), https://mon.gov.mk/download/?f=strategija-za-obrazovanieto-2018-2025.docx

[1] Гете Универзитет Франкфурт на Мајна,
e-mail: todorova@math.uni-frankfurt.de

Примен: 30.4.2021
Поправен: 19.5.2021
Одобрен: 26.5.2021
Објавен на интернет: 25.6.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 107 – 119
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

ЕГИПЕТСКИ ДРОПКИ

Маријана Тошевска Мартиновиќ [1]

Во овој труд ќе споделам занимливости и методи за добивање на Египетските дропки. Соочена со предизвикот за креирање на примамлива лекција за дропки, се впуштив во читање на таа тема. Сте се запрашале ли како Египќаните ги запишувале броевите? А, како пак ги запишувале дропките? Од друга страна, навидум две далечни прашања: дали збирот на две различни дропки со броител 1 и именител позитивен цел број, (кои ќе ги нарекуваме *единични дропки*) е секогаш единична дропка? ([4]) Дали е можно секоја единична дропка да ја претставиме во вид на збир од две единични дропки? ([4]) Каква е врската помеѓу првиот пар прашања и вториот пар прашања?

1. ОД ИСТОРИЈАТА ЗА ЕГИПЕТСКИТЕ ДРОПКИ

Да започенеме со разгледување на проблемот на поделба на 7 леба на 10 лица (Слика 1). Навидум дури и да нема проблем, едноставно решението е $\frac{7}{10}$.

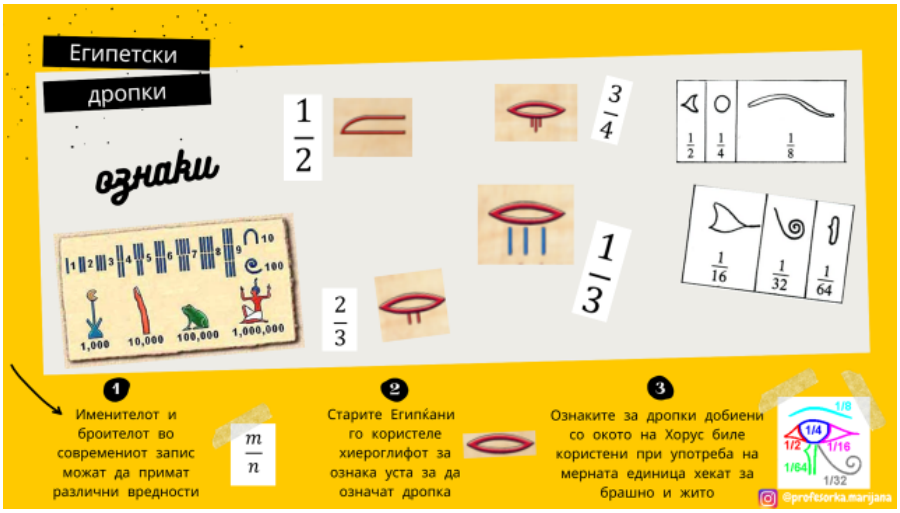
Слика 1. Визуелен приказ на седумте леба и десетте Египќани.

Но што доколку живеевте пред 4000 години и пред вас се постави вакво прашање? Дали можеби би сакале да бидете попрактични со вашето делење, каде што секој леб го делите на 10 еднакви делови и потоа такви седум десетинки да ги доделите на секое од лицата? ([8]) Постојат записи коишто ни укажуваат за методи на токму такви делби. Со тоа ќе навлеземе во Египетските дропки.

За Египетските дропки, како и целосната египетска аритметика и геометрија, дознаваме преку неколкуте папируси и натписи кои останале зачувани до денешно време. Нашите сознанија за египетската математика се должат во голема мера на два египетски папируса. Едниот е Рајндовиот папирус, а вториот е Московскиот папирус, [5]. Ќе се осврнам на Рајндовиот папирус. Рајндовиот папирус датира од 1550 година п.н.е., [11]. Бил напишан од писарот Ахмес. Од напишаното во папирусот може да се заклучи дека содржината била препишана од постар текст, кој датирал од 1850 година п.н.е. Самото име – Рајндов папирус, доаѓа од неговиот пронаоѓач Александар Рајнд, кој го купил во 1850-тите години во Египет. Но, кај него бил само дел од оригиналниот папирус. Фрагменти од истиот папирус се нашле и кај египтологот Едвин Смит. По смртта на Смит, во 1906 година, неговата колекција била изложена. Тогаш е откриена поврзаноста на двата папируса. Неговиот папирус е медицински, но некои од фрагментите биле препознаени дека припаѓаат на Рајндовиот папирус, [2]. Папирусот содржи практични проблеми од секојдневието, како поделба на векни леб, на жито, пијалаци, пресметување на волумен на цилиндар, разни геометриски задачи, но и задачи со аритметичка и геометриска прогресија. Папирусот содржи повеќе од 87 задачи, но ние тука ќе се фокусираме на дел од нив. Во некои од задачите дел од решението ги вклучува дропките: $\frac{1}{194}, \frac{1}{388}, \frac{1}{679}, \frac{1}{776}$. За такви количини не е веројатно да кажеме дека биле од практична примена, па можеби целта и развојот на египетската математика биле можеби и на научно-теоретско ниво, повисоко од практичното [2].

Да се запознаеме со ознаките кои биле користени. Именителот и броителот во современата математика, можат да имаат различни вредности. Но, тоа не бил случајот со Египетските дропки. Египќаните

немале запис со броител и именител во форма $\frac{m}{n}$ како денешната форма. Тие го користеле хиероглифското писмо и ознаките за броеви заедно со хиероглифот со значење уста, за да претстават дропка, [2]. Освен хиероглифското писмо, кое првично го користеле за светите натписи, а потоа и за пишување на папируси, тие користеле и хиеретско (поедноставено) писмо кога пишувале административни и слични текстови, [10]. Во хиеретското писмо, тие користеле точка над бројот (наместо претходно споментата уста) за да означат дропка, [2].



Слика 2. Некои од ознаките за броеви и дропки на Старите Египќани.

Кај Египетските дропки броителот најчесто е 1, додека именителот е тој што ја менува вредноста. Исклучоци се записите за дропките: $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, [2]. Хиероглифот за дропката за $\frac{1}{2}$ е половина векна леб. Освен овие ознаки за дропки, тие ги користеле и таканаречени делови од Окото на Хорус, при употреба на мерната единица хекат за брашно и жито, [2]. Тие претставуваат дропки со именител степен со основа 2, [5]. Египќаните користеле декаден броен систем. На Слика 2 се прикажани ознаките за броевите од еден до десет, како и за 100, 1000, 10000, 100000 и 1000000. Занимливо е тоа што немале претходно утврдена унифицирана насока на пишувањето, за разлика од нашето пишување денеска од лево кон десно, [3]. Така, на пример, за да се прочита бројот

321, а да се разликува од 123, требало да се земат предвид повеќе фактори. Да забележиме дека во модерната математичка литература, поимот за Египетски дропки не се совпаѓа со Египетските дропки од древните папируси. Тоа пред сè, се должи на фактот дека Старите Египќани користеле ознаки за дропки различни од единичните, како што погоре ја споменавме на пример дропката $\frac{2}{3}$. Според современата математичка терминологија, Египетски дропки се сума на исклучиво различни единични дропки, т.е. дропки со броител 1, а именител позитивен цел број. Во понатамошниот текст под *Египетска дропка* ќе подразбираме *репрезентација на нескратлива дропка како сума на различни единични дропки.*

2. АЛГОРИТМОТ НА ФИБОНАЧИ

Постојат повеќе методи и начини на добивање Египетски дропки. Првиот начин кој ќе го разгледаме е *Фибоначиевиот алгоритам*, или, таканареченото *алчен алгоритам*. Тој е опишан во делото „Книга за пресметувањето“ (Liber Abaci), издадена во 1202 година, чиј автор е Леонардо од Пиза познат како Фибоначи (1170 – 1240/1250). Тој, како син на трговец, имал прилика често да патува во Египет, па имал можност да се запознае со египетската математика, [8].

Пример 1. Да ја претставиме дропката $\frac{5}{17}$ со користење на алгоритмот.

<u>Чекор 1.</u> За да ја добиеме првата дропка од збирот, тргнуваме од дадената $\frac{5}{17}$. Целта ни е да го зголемиме именителот, т.е. да го доведеме до број кој ќе биде делив со броителот. Почнуваме од $\frac{5}{18}$, но 18 не е делив со 5, па продолжуваме со $\frac{5}{19}$. Но, ниту 19 не е делив со 5, па ја земаме следната дропка, $\frac{5}{20}$. Очигледно, 20 е делив со 5. Доколку ја скратиме оваа дропка добиваме $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$. Досега, имаме добиено $\frac{5}{17}=\frac{1}{4}+?$.

Чекор 2. Во следниот чекор треба да дознаеме уште колку ни недостасува до $\frac{5}{17}$, што значи дека треба $\frac{5}{17}-\frac{1}{4}=\frac{20}{68}-\frac{17}{68}=\frac{3}{68}$.

Чекор 1 (вторпат). $\frac{5}{17}=\frac{1}{4}+\frac{3}{68}$, но не застануваме тука, бидејќи $\frac{3}{68}$ не е единична дропка. Пак го применуваме чекорот 1, го зголемуваме именителот од 68, на 69, т.е. $\frac{3}{69}=\frac{1}{23}$ и сега сме подготвени за повторна примена на Чекор 2.

Чекор 2 (вторпат). $\frac{3}{68}-\frac{1}{23}=\frac{69}{1564}-\frac{68}{1564}=\frac{1}{1564}$ и овде застануваме затоа што добивме дропка со броител 1, [8].

Да сумираме, нашата дропка е

$$\frac{5}{17}=\frac{1}{4}+\frac{1}{23}+\frac{1}{1564}.$$

Треба да забележиме дека овој алгоритам нуди решение, но не секогаш тоа ќе биде најкраткото можно, ниту со најмалите именители.

Пример 2. Да ја претставиме дропката од почетниот пример $\frac{7}{10}$ со користење на алгоритмот.

Чекор 1. Како во претходниот пример, тргнуваме од дадената $\frac{7}{10}$. Повторно, целта ни е да го зголемиме именителот, т.е. да го доведеме до број којшто ќе биде делив со броителот. Почнуваме од $\frac{7}{10}$, но 10 не е делив со 7. Продолжуваме со $\frac{7}{14}$, бидејќи 14 е следниот број делив со 7 имаме $\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$. Досега добивме $\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+?$.

Чекор 2. Во следниот чекор треба да дознаеме уште колку недостасува до $\frac{7}{10}$, што значи дека треба: $\frac{7}{10}-\frac{1}{2}=\frac{7}{10}-\frac{5}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. Во овој

пример како што можеме да забележиме немаме потреба од повторување на чекорите. Го добивме претставувањето $\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.

Пример 3. Да ја претставиме дропката $\frac{2}{21}$ со користење на алчниот алгоритам на Фибоначи.

Чекор 1. За да ја добиеме првата дропка од збирот, тргнуваме од дадената $\frac{2}{21}$. Целта ни е да го зголемиме именителот, т.е. да го доведеме до број којшто ќе биде делив со броителот. Почнуваме од $\frac{2}{21}$, но 21 не е делив со 2. Следниот број што е делив со 2 е 22, па ја добиваме $\frac{2}{22}$. Доколку ја скратиме оваа дропка добиваме $\frac{2}{22}=\frac{1}{11}$. Досега, имаме добиено $\frac{2}{21}=\frac{1}{11}+?$.

Чекор 2. Во следниот чекор треба да дознаеме уште колку ни недостасува до $\frac{2}{21}$, што значи дека треба да одземеме

$$\frac{2}{21}-\frac{1}{11}=\frac{2\cdot 11}{231}-\frac{1\cdot 21}{231}=\frac{22}{231}-\frac{21}{231}=\frac{1}{231}.$$

Уште еднаш се сретнавме со Фибоначиев алгоритам во кој нема потреба од повторување на итеративниот процес. Да сумираме, нашата дропка е

$$\frac{2}{21}=\frac{1}{11}+\frac{1}{231}.$$

3. ДРОПКИ ОД ВИДОТ $\frac{2}{n}$

Во Рајндовиот папирус, постои цела секција посветена токму на дропките од видот $\frac{2}{n}$ (каде што спаѓа и дропката $\frac{2}{21}$). На Сликата 3 се

прикажни сите претставувања од папирусот за дропките со броител 2 и именител непарен број, од 3 до 101.

2/3 = 1/2 + 1/6	2/5 = 1/3 + 1/15	2/7 = 1/4 + 1/28
2/9 = 1/6 + 1/18	2/11 = 1/6 + 1/66	2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104
2/15 = 1/10 + 1/30	2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68	2/19 = 1/12 + 1/76 + 1/114
2/21 = 1/14 + 1/42	2/23 = 1/12 + 1/276	2/25 = 1/15 + 1/75
2/27 = 1/18 + 1/54	2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232	2/31 = 1/20 + 1/124 + 1/155
2/33 = 1/22 + 1/66	2/35 = 1/30 + 1/42	2/37 = 1/24 + 1/111 + 1/296
2/39 = 1/26 + 1/78	2/41 = 1/24 + 1/246 + 1/328	2/43 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301
2/45 = 1/30 + 1/90	2/47 = 1/30 + 1/141 + 1/470	2/49 = 1/28 + 1/196
2/51 = 1/34 + 1/102	2/53 = 1/30 + 1/318 + 1/795	2/55 = 1/30 + 1/330
2/57 = 1/38 + 1/114	2/59 = 1/36 + 1/236 + 1/531	2/61 = 1/40 + 1/244 + 1/488 + 1/610
2/63 = 1/42 + 1/126	2/65 = 1/39 + 1/195	2/67 = 1/40 + 1/335 + 1/536
2/69 = 1/46 + 1/138	2/71 = 1/40 + 1/568 + 1/710	2/73 = 1/60 + 1/219 + 1/292 + 1/365
2/75 = 1/50 + 1/150	2/77 = 1/44 + 1/308	2/79 = 1/60 + 1/237 + 1/316 + 1/790
2/81 = 1/54 + 1/162	2/83 = 1/60 + 1/332 + 1/415 + 1/498	2/85 = 1/51 + 1/255
2/87 = 1/58 + 1/174	2/89 = 1/60 + 1/356 + 1/534 + 1/890	2/91 = 1/70 + 1/130
2/93 = 1/62 + 1/186	2/95 = 1/60 + 1/380 + 1/570	2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776
2/99 = 1/66 + 1/198	2/101 = 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606	

Слика 3. Слика од екран од [12].

За дропките од видот $\frac{2}{n}$ важи следната теорема.

Теорема 1. ([4]) *Секоја дропка од обликот* $\frac{2}{n}$ *може да се запише како сума на две различни единични дропки.*

Да ја разгледаме дропката од првата колона и четвртиот ред, на Слика 3, $\frac{2}{21}$. Со алчниот алгоритам, добиваме дека $\frac{2}{21}=\frac{1}{11}+\frac{1}{231}$. Но, во самиот Рајндов папирус имаме поинаква репрезентација, имено $\frac{2}{21}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$ што може да се добие со следната формула, [5]:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{n}=\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n},\ \text{а оттука,}\ \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{2\cdot 7}\cdot\frac{1}{6\cdot 7}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}.$$

Дропките од овој вид можат да се претстават како Египетски дропки и со користење на друга формула. Имено, ако $\frac{2}{n}=\frac{2}{p\cdot q}$ каде што p,q се непарни броеви, тогаш од формулата

$$\frac{2}{p\cdot q}=\frac{1}{\frac{p(p+q)}{2}}+\frac{1}{\frac{q(p+q)}{2}}$$

го добиваме бараното претставување.

Ќе ја разгледаме истата дропка $\frac{2}{21}$. Имаме $\frac{2}{21}=\frac{2}{3\cdot 7}$ и според формулата добиваме дека $\frac{2}{3\cdot 7}=\frac{1}{\frac{3(3+7)}{2}}+\frac{1}{\frac{7(3+7)}{2}}=\frac{1}{15}+\frac{1}{35}$.

4. БЕСКОНЕЧЕН БРОЈ ПРЕТСТАВУВАЊА

Како што видовме, само за дропката $\frac{2}{21}$ досега успеавме да прикажеме три репрезентации во вид на Египетска дропка:

А) $\frac{2}{21}=\frac{1}{11}+\frac{1}{231}$; Б) $\frac{2}{21}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$; В) $\frac{2}{21}=\frac{1}{15}+\frac{1}{35}$.

Но, дали тие се единствените?

Да го разгледаме следниот пример.

Пример 4. $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

Да ја искористиме сумата $1=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ и да ја означиме со (1). Доколку равенството (1) го поделиме со 4, ќе добиеме $\frac{1}{4}=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$, па со вметување на новата репрезентација на дропката $\frac{1}{4}$, добиваме $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$.

Понатаму (1) може да ја поделиме со 24, па за $\frac{1}{24}=\frac{1}{48}+\frac{1}{72}+\frac{1}{144}$ со што по вметнувањето ќе добиеме $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{48}+\frac{1}{72}+\frac{1}{144}$, итн. Овој процес можеме да го продолжиме до бесконечност, [7].

Но, доколку зборуваме за општ случај ја имаме следната формула за сума на верижни дропки

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$$

како и следните формули кои се потврдуваат со алгебарски трансформации, [7]:

$$\frac{1}{ab}=\frac{1}{a(a+b)}+\frac{1}{b(a+b)};$$

$$\frac{1}{abc}=\frac{1}{a(ab+bc+ca)}+\frac{1}{b(ab+bc+ca)}+\frac{1}{c(ab+bc+ca)}.$$

5. ПРИМЕНА ВО НАСТАВАТА

Египетската математика за дропки е соодветна за увежбување на операциите со дропки, [1]. Според професорите од универзитет во Тексас, Кошелева и Креинович, [6], во математиката во основното училиште еден од најтешките концепти се токму дропките. Понатаму, според нив: „За да ги совладаат дропките, учениците треба да избегнат и надминат безброј препреки. Поради овие тешкотии, истражувачите на полето на образованието на математиката, имаат развиено голем број на иновативни начини на предавање на дропките, со цел зголемување на интересот и мотивацијата.”

Наставниците можат да ги употребат овие задачи, како и целата тема за Египетски дропки во своите училници, во додатната настава или во математичките проекти, [4]. Овој начин на претставување на дропки може да се примени за време на наставните часови кои вклучуваат основно собирање и одземање на дропки со различни именители, но и решавање на текстуални задачи со нивна примена.

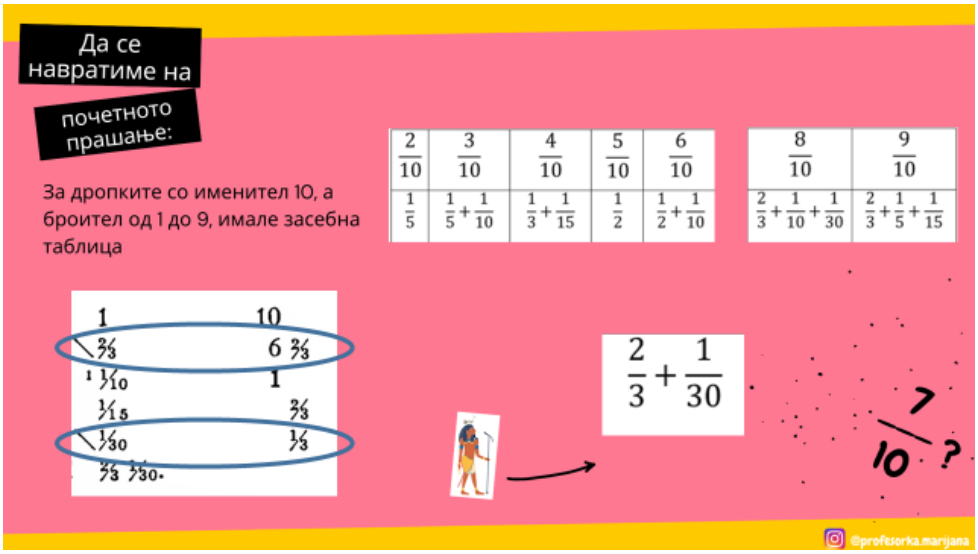
Освен тоа, тие можат да бидат употребени на часовите (потенцијално) заеднички реализирани со наставниците по информатика, со ко-

ристење на алгоритмите како меѓусебна содржина. Оваа тема претставува основа за соработка и со наставниците по историја. Доколку знаете дека некој ученик има афинитети кон историјата, ваквите „историски” задачи ќе бидат попримамливи за решавање.

Мојот впечаток по ова прашање е дека учениците реагираа љубопитно при самото спомнување на Египетските дропки. Јас го применив обратното, им зададов задача Египетските дропки (нагласувајќи дека се Египетски) да ги запишат во денешен запис, т.е. да ги соберат. Зададените дропки беа во хиероглифски запис. Ова го направив за уште поголема љубопитност и избегнување на секојдневните изрази. Значењето на хиероглифски дропки го дообјаснив. Кај учениците кои имаа проблем со НЗС се појавија очекувани тешкотии, но учениците беа повеќе мотивирани за да истраат во нивното решавање. (Примерокот беше од 5 ученици на возраст од 11–12 години).

6. ОДГОВОРОТ НА ПОЧЕТНОТО ПРАШАЊЕ

Египетскиот запис од Рајндовиот папирус за дропката $\frac{7}{10}$ бил $\frac{7}{10}=\frac{2}{3}+\frac{1}{30}$ (види Слика 3). Оваа сума е добиена според методот на делење кој го применувале. Додека, пак, од Фибоначиевиот алгоритам добиваме $\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$. Како што гледаме, со првиот начин секој човек би требало да добие по $\frac{2}{3}$ леб, со што ќе бидат поделени $6\frac{2}{3}$ леба, за потоа едната третинка што ќе остане ќе се подели на 10 еднакви дела на сите. Од друга страна, со Фибоначиевиот алгоритам, секој ќе добие по $\frac{1}{2}$ со што ќе бидат раздадени 5 леба, но потоа преостанатите цели 2 леба ќе треба да се поделат на петтинки. Тоа значи дека секој човек ќе добие по уште $\frac{1}{5}$.



Слика 4. Таблицата за дропки од 2/10 до 2/10,
заедно со постапката за добивање на 2/3+1/30, [2].

7. ЗАКЛУЧОК

Во ова излагање, се осврнавме на повеќе начини за претставување на дропки во вид сума на Египетски дропки, како и на некои историски занимливости во врска со Египетските дропки. Гребнавме сосема малку по површината на теоријата на броеви, која нуди сеуште отворени прашања, како на пример: дали Диофантовата равенка $\frac{4}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ има позитивни цели решенија, за $n>4$? Прашање на кое контрапример не е пронајден, а ниту целосен доказ не е понуден, [9]. Отворивме простор за вметнување на Египетските дропки во наставата по математика. И за крај можеме само да се запрашеме: дали Египќаните можеле да претпостават дека: нивните пресметки, математички способности и нивните таблици ќе бидат предмет на расправа и дискусија до ден-денешен? Верувам дека наша задача како вљубеници во математиката е да го пренесеме интересот кон светските математички достигнувања и да ѝ оддадеме признание со огромна восхит на историјата на математиката.

ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Стојковска, *Што се египетски дропки?*, Математика +, 17 мај 2017, https://matematika-plus.weebly.com/sto-se-egipetski-dropki.html

[2] A. B. Chace, H. P. Manning, R. C. Archibald, *The Rhind Mathematical Papyrus, Volume I*, Mathematical Association of America, 1927.

[3] J. Edkins, "*Ancient Egyptian Numbers.*" Macropolis, 2006, www.macropolis.org/numeri/numbers/numbers/egypt/intro.htm.

[4] H.Humenberger*, Egyptian fractions- representations as a sums of unit fractions,* Mathematics and Computer Education 48, (2014) 268–283.

[5] D. Jankov, *Egipatski razlomci,* Osječki matematički list 11 (2011), 11–18.

[6] O. Kosheleva, V. Kreinovich, *Egyptian Fractions Revisited,* Informatics in Education, 2009, 8 (1): 35–48.

[7] R. Knott, *Egyptian Fractions*, Department of Mathematics, Surrey University, 4 Jan. 2021, www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fractions/egyptian.html

[8] A.Posamentier, C.Spreitzer, *The Mathematics of Everyday Life,* Prometheus Books, 2018.

[9] E. Weisstein*,"Egyptian Fraction",* MathWorld-Wolfram Web Resource, 2021. mathworld.wolfram.com/EgyptianFraction.html

[10] *"Egyptian Civilization - Writing - Hieroglyphs."* Canadian Museum of History www.historymuseum.ca/cmc/exhibitions/civil/egypt/egcw02e.html

[11] *"Papyrus | British Museum." The British Museum,* www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10058

[12] Wikipedia contributors. "*Rhind Mathematical Papyrus 2/n Table.*" Wikipedia, 11 Nov. 2020, en.wikipedia.org/wiki/Rhind_Mathematical_Papyrus_2/n_table.

[1] Маријана Тошевска Мартиновиќ
Ванкувер, Британска Колумбија, Канада
marijana_mt@outlook.com

Примен: 30.3.2021
Поправен: 14.6.2021
Одобрен: 7.6.2021
Објавен на интернет: 4.11.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 121 – 139
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

УЛОГАТА, ПРИМЕНАТА И ВАЖНОСТА НА ТУТОРСТВОТО ВО ОБРАЗОВАНИЕТО НА 21 ВЕК

Анкица Спасова [1]
Викторија Илиеска [2]
Методија Јанчески [3]

1. ВОВЕД

Истражувања на меѓународно ниво, истражувања во државата, интегрална инспекција, менување на наставни планови и национални стратегии, родителски критики итн., но видлив резултат, нема на повидок.

Пред да ги наведеме наодите кои ги дијагностицираат состојбите во образованието во Р. Северна Македонија и влијаат на зголемената потреба од туторство, да споменеме дека ќе зборуваме за туторството во рамките на формалното образование, коешто е присутно од предучилишната возраст до високото образование. Иако скоро секој образован возрасен човек може да му помогне на ученик од пониските одделенија на основното образование во вежбање читање и говор, броење или основна математика, со голема доза на стрпливост при објаснувањето, сепак, постојат области каде што се потребни посебни стручни познавања, искуство и континуирана надградба на туторот за ефективна работа. Бројот на луѓе коишто можат да помогнат во совладувањето на наставниот материјал е ограничен.

Несовладањето на наставниот материјал од страна на учениците, наставниците честопати го лоцираат во ученичкото неактивно присуство, коешто од друга страна кај учениците резултира со барање помош дома, помош од пријатели и роднини.

Учениците, пак, тврдат дека прво се обраќаат до наставниците, а доколку наставникот нема иницијатива или доколку не е во можност подобро да им го доближи материјалот, дури тогаш бараат помош од тутори. Кажуваат и дека дополнителна настава не се одржува редовно, но и дека самите делумно ја избегнуваат, зошто истиот наставник со користење на истите методи на настава нема ништо повеќе да ги научи од она сработено на самиот наставен час.

Наше лично видување, како автори и активни учесници во наставниот процес, е дека тука донекаде и учениците и наставниците се на

половина пат до вистината. Не е ниту само до поставената наставна програма, ниту до ангажираноста на учениците и наставниците, туку и до пристапот и методите на работа во наставата. Наставниците на самиот час „жонглираат“ меѓу потребите на послабите ученици (да не заостануваат со совладување на материјалот), потребите на просечните ученици и на крај и потребите на подобрите ученици кај коишто постои опасност да не го поттикнат и искористат целосно нивниот потенцијал.

Дури и наставниците кои спроведуваат додатна настава, тешко ја организираат заради неконтинуираната заитересираност на учениците.

Со ова се наметнува прашањето - не каде да ја бараме одговорноста, туку како да ја промениме целата образовна конструкција. Како, ние наставниците, преку воспитно-образовниот процес, да ги водиме учениците во нивниот когнитивен, социо-емоционален и психомоторен развој, со нашите професионални улоги, како да ги мотивираме и како да извлечеме максимум од секој ученик, но и како да го дадеме својот професионален максимум. Рутинскиот дел во пренесувањето на знаењето сè повеќе се намалува и се заменува со креативно планирање на целиот наставен процес.

Модерниот едукатор, не е веќе предавач и оценувач, напротив улогите се побројни. Модерниот едукатор сега треба да е планер, дијагностичар, организатор, водач, истражувач, иноватор и советник. А, различните надлежности ги наметнуваат потребите од различни компетенции. Наставникот е во ситуација кога треба да ги „игра” улогите на: автор, креатор, веб-програмер, графички дизајнер, видео-аудио продуцент, автор на мултимедијални содржини, тутор и координатор, [5].

2. ДЕФИНИРАЊЕ НА ПОМОТ ТУТОРСТВО

Во самата „Концепција за воннаставнички активности во основното образование”, дадена од Бирото за развој на образованието на Република Македонија (БРО), [1], како едни од воннаставничките активности се наведуваат “Туторски/менторски активности”, па неопходно е да направиме динстинкција на овие поими.

Менторство е процес при кој учениците соработуваат со ментор (едукатор, професор) кој ги насочува, советува, мотивира и го поддржува развојот на нивните знаења, вештини и способности за реализирање на нивните лични, академски и кариерни цели, за продолжување со нивното

образование преку однос базиран на доверба и почит. Притоа, нема класично предавање, туку дискусија, консултација во основно/средно училиште (додатна настава, матурски теми, натпреварување) и на факултет (изработка на дипломска и магистерска работа).

Туторство е процес при кој еден ученик е инструиран од тутор (приватен инструктор кој учи индивидуални ученици по конкретен предмет/вештина). Методот „еден-на-еден" му дава можност да го подобри знаењето/вештините на ученикот многу побрзо. Обично туторите работат со ученици на кои им треба драстично подобрување на знаењето, но предаваат и напреден материјал на ученици со особени способности и мотивација, [10].

Широк е спектарот на образовниот профил на туторите, од професионални тутори до неформални тутори, но кои соодветно доволно ја познаваат одредената област за која поучуваат. Туторството е важно дополнување на наставата во училница, а за некои ученици тоа претставува апсолутно неопходна активност без која би се довеле во прашање совладувањето на наставниот материјал и стекнувањето на соодветни знаења и вештини. Туторите имаат можност и слобода да ги прилагодат лекциите според потребите, интересите и способностите на секој ученик, индивидуално. Тие градат индивидуална врска со секој од учениците и тоа можат да го прават брзо, бидејќи секоја туторска сесија вклучува двајца, од кои едниот поучува, а другиот учи.

По терминолошкото дефинирање, еве и две наставнички искуства:

"Менторството е далеку поквалитетно и попочитувано од туторството (подучувањето), зошто е водење на некого во светлото на искуството што менторот го стекнал за време на неговиот живот. Додека подучувањето треба да реши краткорочни, непосредни или специфични проблеми", [9].

"И менторските и туторските активности вклучуваат промовирање на достигнувања и усвојување позитивни ставови кај деца, адолесценти и возрасни. Туторство е термин што се користи во академските кругови за да им помогне на поединците кои заостануваат во студиите или имаат проблеми со стекнување на концепти во голема групна околина", [9].

Како што може да се заклучи, станува збор за два сосема различни термини, кои често во литературата и изразувањето се поистоветуваат.

Затоа треба внимателно да се користат.

3. КОМПЕТЕНЦИИ НА ТУТОРИТЕ

Од туторите често се бара да имаат соодветна стручна подготовка, но покрај располагањето со соодветни знаења и вештини, ним им е потребна и соодветна методско-дидактичка подготовка, како и психолошка подготовка.

Во поглед на методско-дидактичката подготовка, туторот треба да биде оспособен да го пренесе знаењето на учениците, да знае да ги согледа нивните пропусти во врска со одреден наставен материјал и да презема соодветни мерки во нивно надминување, притоа да прави индивидуални планови со секој ученик пооделно. Нему му се потребни соодветни говорни карактеристики и комуникациски вештини, да знае како да го поттикне ученикот на размислување и решавање на учебни задачи, а истото да е проследено со соодветно одобрување и пофалба по секоја успешно решена задача или проблем.

Бидејќи туторските сесии се персонализирани и индивидуализирани, скоро да е невозможно некому да му се каже буквално како да ја извршува својата туторска функција, [100].

Секој тутор, секој ученик и секоја туторска сесија се различни меѓу себе. Многу е важно туторот да биде флексибилен и спремен за брзи промени на сопствените идеи и стратегии, во сите можни учебни ситуации. Секако, туторот треба да се грижи да ја направи секоја туторска сесија полесна, поинтересна и поефективна. Тој може да влијае позитивно на надминување на евентуалните стравови кај учениците кои постојат од најразлични причини.

Секој што ја извршува туторската функција треба да знае дека е тоа тешка и одговорна функција и дека не секогаш туторските сесии завршуваат со обострано задоволство. Причините за тоа можат да бидат најразлични, од неподготвеноста на ученикот или туторот за таа сесија, преку несоодветен пристап, преголеми очекувања за кратко време, појавување нестрпливост, видно незадоволство од учинокот на ученикот и слично.

Најголемиот дел од времето туторството е едноставна работа, се сведува на помагање ученикот да го научи она што туторот веќе го знае.

Тоа значи пренесување на информации и вештини на ученикот во поедноставена прилагодена форма. Туторите понекогаш може да бидат во втор план, наведувајќи ги учениците повеќе самостојно да работат, да се обидуваат и учат. За многу тутори, практикувањето туторство им помага да ги подобрат комуникациските вештини, да станат подобри слушатели, да станат потрпеливи, пољубезни, подобро да ги разбираат другите и подобро да го разбираат светот околу себе, [100].

Кога ученикот ќе сфати дека туторот природно е заинтересиран за ученикот и дека е воспоставена цврста врска тутор-ученик, тогаш туторството станува искуство исполнето со моменти на задоволство, сатисфакција и забава. Туторското партнерство пред сè се базира на концептот наречен прифаќање. Прифаќањето е суштинска основа за силна, успешна туторска врска и основа за ставовите и праксата. Првиот чекор во прифаќањето е усвојувањето на одредени ставови кои ги ублажуваат стравувањата на учениците и ги прават поотворени за соработка. Суштинските ставови за туторство, кои всушност произлегуваат од прифаќањето на туторот, вклучуваат давање надежи, прикажување ентузијазам, интерес и емпатија.

Три основни пракси коишто се препознаени како корисни при создавањето удобна и успешна туторска врска се: трпеливост, опсервација на ситуацијата со поставување прашања и разбирање на учениците на нивното сопствено ниво.

4. НАСТАВНИ МЕТОДИ И ТЕХНИКИ

Една од најзначајните работи околу туторството е дека при работата со ученици еден-на-еден, па дури и во мали групи, туторите можат да експериментираат со различни приоди и методи за што многу малку наставници имаат време. Туторот секогаш има можност да согледа како неговите ученици учат најдобро и да го прилагоди своето поучување на нивните индивидуални стилови на учење и нивните потреби.

Постојат многу креативни начини за практикување на туторството и за мотивирање на учениците. Стратегиите за изведување туторство изработени за конкретни ученици покажуваат колку е важно личното внимание и разбирање на процесот на учење.

Голем број од туторите во текот на работата со нивните ученици откриваат посебни наставни методи и техники кои се успешни во работата со конкретните ученици. Бидејќи сите ученици и сите тутори се различни, такви се и решенијата за избор на наставни методи, па оттука не постои проблем што има само едно решение.

Не постојат шаблони за изведување на туторството. Сепак, постојат неколку водечки концепти што се во основата на најуспешните наставни методи и техники. Најефективните туторски методи овозможуваат учениците да се вклучат и да се заинтересираат, ги ублажуваат стравовите на учениците, им овозможуваат на учениците да водат, ги предизвикуваат учениците и ги препознаваат ученичките трикови да бараат од туторите да им помагаат повеќе од понуденото.

Друг важен аспект на туторството е во креативниот процес на избор на наставните методи врз основа на единствениот увид во личноста, мотивациите и интересите на ученикот.

5. СОУЧЕНИЧКО "ТУТОРСТВО"

Актери на првите манифестации на соученичкото туторство биле ученици кои играле улога на сурогат наставници чија главна цел била пренесување знаење. Во современ контекст, соученичкото туторство вклучува ученици коишто припаѓаат на слични социјални групи, кои не се професионални наставници и кои меѓусебно си помагаат во учењето.

Во многу традиционални образовни системи туторите-соученици не се наставници, тие немаат професионални квалификации и немаат можност формално да го вреднуваат знаењето и да ги оценуваат своите соученици. Исто така, тие немаат никакво влијание врз наставните материјали и ресурси, [6]. Една од карактеристиките на соученичкото туторство е еднаквоста на статусот на туторот и ученикот. Тоа придонесува за поголемата слобода што ја манифестираат учениците при поставување на прашања кон своите тутори-соученици, без страв дека можеби поставуваат „глупави" прашања. За време на туторските сесии учениците поставуваат и прашања кои многу ретко или никогаш не би ги поставиле на своите наставници во текот на редовната настава.

Организацијата на соученичкото туторство вклучува три клучни променливи: статусот на учесниците, местото на активноста и преземените улоги. Туторите и нивните ученици можат да припаѓаат на различни

образовни институции, да бидат ученици во исти или во различни училишта, да следат исто ниво на образование или туторот да следи повисоко ниво на образование. Не се ретки случаите кога туторите се студенти или дипломирани студенти кои им помагаат на други ученици или студенти.

Туторите-соученици можат да бидат корисни за учениците со кои ги изведуваат туторските сесии на повеќе полиња. Некои од придобивките се видливи и наменски предизвикани од страна на туторите, но голем дел од придобивките стануваат видливи на подолг рок. Соучениците-тутори можат да им помогнат на учениците со кои работат во развојот на когнитивните вештини, во развој на комуникациските вештини, во подигнување на академскиот учинок, во пристапите кон учењето, во зголемување на мотивацијата за учење, во поголема вклученост во наставниот процес, во поактивниот пристап кон училишните обврски и друго, [6].

Секако, улогата на соученик-тутор треба да им се доделува на учениците кои исполнуваат одредени критериуми, наведени како компетенции на тутори во насловот 3. Но, потребна е и свесност да не се предизвикуваат непријатни ситуации со учениците, знаење како да се избегнуваат можни конфликтни ситуации предизвикани од страна на учениците, а притоа максимално да се почитува личноста, без разлика на ученичките способности, знаења и вештини. Меѓу останатите вештини коишто треба да ги поседуваат туторите ги вбројуваме и следните: стрпливост, упорност, посветеност, педантност и одговорност.

Бидејќи најчесто соученичкото туторство во својата суштина е волонтерска активност, многу е важна мотивацијата на соучениците тутори за работа со други ученици. За некои ученици доволна мотивација е можноста да работат со други соученици и да им помагаат во совладување на наставните содржини. Наставниците и образовните институции треба постојано да работат на изнајдување на соодветни форми и активности за наградување на активноста на учениците-тутори, особено на оние коишто постигнуваат видливи резултати во практикувањето на туторството, што се гледа преку постигнатите резултати на учениците кои тие ги поучуваат.

Наставниците и образовните институции се одговорни за организацијата и реализацијата на целиот процес на туторството. Тие треба

постојано да им бидат на располагање на учениците-тутори за најразлични совети. Треба периодично да организираат средби со учениците-тутори и со нив да споделуваат корисни информации во врска со туторството. Секако, училиштата се должни да организираат и соодветни обуки за учениците-тутори.

Во овој контекст треба да се спомене дека во 80-тите и 90-тите години на минатиот век, во средните училишта во Македонија, еден ден во годината беше посветен на таканареченото ученичко самоуправување. На тој ден улогата на наставници по секој од предметите во училиштата ја преземаа најдобрите ученици, одбрани од нивните наставници според најстроги критериуми. Практично, во тие денови целокупната настава со полн капацитет на нивните наставници ја изведува ученици. Таа идеја дава насоки и за спроведување успешни активности денес.

6. ТУТОРСТВОТО ВО МАКЕДОНСКОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Обид за туторство во Македонија беше направен со проектот за туторство, спороведен од МОН, 2016 година. Идејата беше учениците да добиваат бесплатни дополнителни часови од студенти-тутори (со просек најмалку 8). Од „Интерактивен портал за тутори“, [8], каде што се пријавуваа студенти, родителите бираа тутор. Една година подоцна резултатите од проектот беа занемарливи. Аплицирале само 4 студенти, двајца станале тутори и подучувале вкупно 5 ученици. Една студентка била тутор на тројца ученици по математика и од нив двајца ги подобриле оценките.

Сето тоа нè наведе да направиме истражување со цел да провериме колку нашите ученици го практикуваат туторството во образовниот процес. Истражувањето беше спроведено во 10 општини во Р. Северна Македонија, на примерок од 324 ученици, кои посетуваат основни државни училишта, во предметна настава. Анализата на податоците добиени врз основа на Анкетниот прашалник (прилог 4.), ги покажа следниве резултати:

– Учениците потврдија дека не ја посетуваат редовната дополнителна настава во училиште (над 75% од испитаниците).

– Учениците не секогаш бараат дополнителна помош (дополнително дообјаснување), туку тоа го прават по потреба зависно од наставната

содржина (високи 76%), наспроти континираното туторство застапено само со 8%, (График 1.).

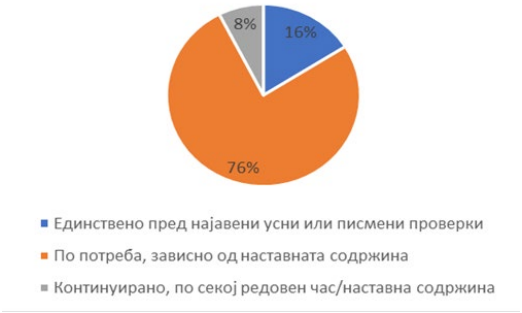


График 1. Користење дополнителна помош.

– Учениците дополнителната помош најчесто ја добиваат од родителите и со нив најпријатно се чувствуваат да ја постигнат целта за совладување на нејасната наставна содржина (58%). Потоа следи туторството од своите другарчиња (19%) и со наставници кои ја наплаќаат истата услуга, но во втората и во третата категорија зголемен е бројот за полесно постигнување на целта, доколку се одлучат тоа да го направат со нив.

– Учениците потврдија дека го фаворизираат индивидуалниот пристап при совладување на нејасната наставна содржина, податок што се совпаѓа со формалниот образовен процес.

– Во однос на понудените наставни предмети, каде што учениците имаат потреба од туторство, во тесна „трка” се странските јазици (40%) и математиката (30%), по што следува физика, со половина проценти од математика, па блиску е хемија, додека најмала побарувачка на тутори има во биологија (График 2.)

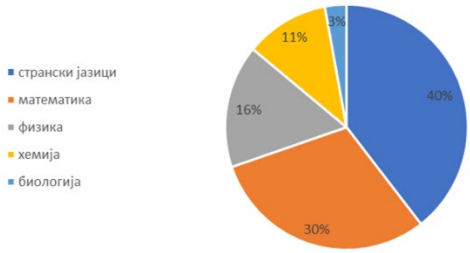


График 2. Туторство во зависност од наставните предмети.

– Интересни се податоците за мотивите зошто се бараат тутори, каде што сепак поголем дел од испитаниците избрале – продлабочување на своето знаење (40%), наместо – повисока оценка (иако голем процент

од испитаниците се одлучиле и за оваа опција, 33%), а не е мал бројот и на испитаници чиј мотив е поголема можност за запишување во посакуваното средно училиште.

– Учениците не се запознаени со „Интерактивен портал за тутори“ од проектот за туторство на МОН, 2016 година, [8], а воопшто и не знаат каде би побарале професионални тутори, освен еден ученик кој ја наведува online едукативна платформа наречена ODAS Education, каде што студенти од средно и основно прават едукативни видеа со цел да им се помогне на учениците.

Заклучоците коишто произлегоа од анализата на податоците се:

– туторското партнерство се базира на прифаќање (затоа учениците најпријатно и најлесно целта ја постигнуваат со своите родители и соученици),

– во нашата земја Концептот за туторство на МОН од 2016 година, [8], воопшто не е промовиран за да ги заинтересира учениците како корисници, ниту студентите како даватели на услуги,

– се побива стереотипот дека туторите служат само да се задоволат желбите на родителите за повисоки оценки,

– треба да се работи на тоа наставникот во формалното школување да стане „попосакуваниот“ тутор (од родителот, во улога на тутор)

– на крај, за нас можеби најважно – математиката е „сериозен проблем“, за којшто треба да следат низа истражувања, зашто се бараат тутори токму по математика, дали е заради неприлагодената наставна програма на возраста, преообемноста на материјалот, методологијата на пренесување на наставната содржина или заради нешто друго.

Со истата цел спроведовме две студии на случај на училишно ниво. Поради специфичноста при проучувањето на одредени педагошки појави, со цел да се увиди динамиката на одредени конкретни однесувања низ одреден временски период, се послуживме со методот студија на случај. Иако добиените податоци не може да ги генерализираме, сепак може да дадат насоки или да бидат прелиминарна алатка за понатамошни истражувања со поголем репрезентативен примерок. Друга причина за изборот на овој метод е што е еден од најдобрите за истражување и унапредување на школската пракса, каде што се проучуваат проблеми кои имаат директна врска со реалните животни ситуации, односно разбирање и расветлување на појавите во нивниот природен реален контекст, [2].

Студиите на случај кои ги спроведовме се делумно поттикнати и од одредени наоди од истражувањето за организацијата и реализацијата на воннаставните активности, од страна на БРО во соработка со Детската Фондација Песталоци: Туторски/менторски активности се ретко застапен облик на воннаставна активност; се организираат по потреба, а не систематски, главно, затоа што наставниците не гледаат корист за сопствената работа од ваквите активности, а учениците корисници на соученичка помош ги доживуваат како поголема пречка за разлика од учениците што би биле во улога на ментори/тутори. Нема докази дека воннаставните активности директно придонесуваат за подобрувањето на училишниот успех на учениците, [3].

Иако, како што напоменавме, со добиените податоци не е можна генерализација и изведување општи заклучоци, сепак, секој наод од погоре споменатато истражување од БРО, беше побиен во двете студии.

Во Прилог 1, е дадена „**Студија на случај – Зошто е потребно учениците да се запознаат со наставните цели и очекуваните исходи?“** Учениците целосно ја потврдија хипотезата за соученичкото туторство, како метод на работа за подобрување на постигнатиот успех. Многу лесно комуницираа на „соученичко“ ниво, под мониторинг на наставникот во улога на посредник и советник. Кога ги добиваа повратните информации од своите тутори, им се зголеми мотивираноста, а со тоа растеше ентузијазмот кај туторите. Самоиницијативноста, креативноста, а посебно одговорноста, се подигнаа на многу повисоко ниво.

Втората студија на случај „**Менторирање – основа за туторство од страна на ученици и соученици по предметот математика**“ (Прилог 2), беше спроведена од одделенски наставник, кој во 21 век, во голем дел ја има улогата на тутор. Познавајќи ги добро своите ученици, ги следеше нивните активности, одржуваше комуникација, им даваше поддршка, посебно ги стимулираше „тивките ученици“, ја одржуваше позитивна соученичката клима, ги охрабруваше дискусиите во групните задачи и го следеше нивниот напредок.

7. ЗАКЛУЧОК И ПРЕПОРАКИ

Успехот на образовниот процес и неговите ефекти зависат од многу фактори, меѓу кои наставникот се истакнува со својата важност и улога како организатор, креатор и спроведувач на сите наставни активности,

особено со современото електронско предавање, кое се карактеризира со висок степен на знаење, стручност, сложеност, организација и интеграција на едукативните содржини.

Тој мора професионално да се подобри и да се трансформира од просечен наставник на традиционално училиште (во улога на извор на информации) во модерен наставник (во улога на ментор, советник, посредник-олеснувач помеѓу учениците и знаењето).

Додека, во врска со улогата на учениците, (имајќи ги предвид анализите на ПИСА) мора да го потенцираме фактот дека во успешните образовни системи, тие го совладуваат материјалот за време на престојот во училиштето и многу помалку време посветуваат на учење дома. Образовниот систем, преку институциите и наставниците, на сите ученици без разлика на нивното потекло и социоекономскиот статус, треба да им овозможи ефективно и ефикасно користење на времето поминато на училиште, со обезбедување на услови, поддршка и активности што ќе им помогнат во совладување на материјалот, за да не бидат премногу оптоварени со учење надвор од училиштето.

Активностите во воспитно-образовниот процес, треба да бидат такви што пред сè ќе ги создадат потребните предуслови ученикот да се развие во отворена, самостојна, креативна и карактерна личност, во согласност со неговите развојни потреби и интереси, а училиштето да стане место за социјализација на учениците и привлечна средина за учење. Во дидактичко-методските техники за оваа намена, на високо позиционирано место сигурно ќе се најде соученичкото туторство, од кое резултатите се повеќе од очигледни.

Светот е во континуирано менување, природно е и ние како едукатори, да ги менуваме методите и пристапите на работа. Притоа, различно од класичниот, ригиден учител, ќе треба да сме олеснувачи, соработници и интегратори. „Пожелни" особини на модерниот наставник се и:

– **адаптабилност** (на современата технологија),

– **континуирано учење (**„ажурирање" на образовните трендови),

– **технолошка флексибилност** (користење најнова технологија со претпазливост таа да не стане единствената применлива стратегија),

– **визионерство за кариерни ученички способности** (спремност и свесност за кариерните можности, без исклучок на ниту едно дете од фокусот на подготовка за иднината),

– **емоционална интелегенција** (грижа, давање совети, охрабрување),

– **релевантност** (наставната содржина да е фундаментална),

– **соработливост** (ефективност при соработка во тим со споделување идеи, знаења и искуство).

Во согласност со особините на учениците, еве неколку предлози:

– *Очекуваните исходи да се јасни, а повратната информација навремена* (се здобива лојалност, а за возврат учениците стануваат поангажирани),

– *Сакаат менторство* (да ги упатуваме и советуваме, но и да го споделуваме своето искуство и знаење),

– *Сакаат контрола и третман на соработници* (ако ја „нахраниме“ нивната потреба да се „главни”, веднаш ќе наидеме на одобрување),

– *Сакаат самостојно учење, во присуство на соученици кои исто самостојно учат* (при поделба во тимови, си поттикнуваат креативност и ентузијазам за споделување на финалниот производ со учениците).

Прилог 1. Студија на случај: *Зошто е потребно учениците да се запознаат со наставните цели и очекуваните исходи*?

Кус опис. Примерок: 34 ученици распоредени во две групи, на возраст од 13 години (родени во 1996 година), со приближно еднаков просечен успех во прво тромесечие.

Испитаниците од првата група, 2 седмици пред завршувањето на првото полугодие, беа конкретно запознаени со наставните цели и очекуваните исходи, за наставната содржина која ја имаа изучено во првото полугодие и најдиректно им се посочи што ќе биде оценувано.

Додека во втората група се изврши само повторување по избор на самите ученици, водено од наставникот со добивање на усна повратна информација (без напомена кои наставни цели и очекувани исходи се содржат во Стандардите за оценување).

Во првата група, по првата фаза (самооценување), следеше втора фаза – работење во мали тимови (ученици-тутори им разјаснуваа одредени наставни цели и очекувани исходи коишто не им беа доволно или воопшто јасни на останатите сооученици од тимот). По завршувањето на двете фази за првата група и кај двете почетни првооформени групи, беше направена проверка за тоа колку се постигнати наставните цели.

Цел. Да се согледа потребата од запознавање на учениците со наставните цели и очекуваните исходи. Поточно, да се направи проценка дали учениците на кои им беа познати наставните цели и очекуваните исходи, ќе покажат поголема мотивираност и одговорност за постигнување на подобри резултати при совладување на предвидената наставната содржина.

Методологија. Учениците од првата група, откако беа информирани за стандардите за оценување на постигнувањата на учениците, преземени од БРО, користеа директно самооценување (покрај секоја наставна цел или очекуван исход кој не им беше јасен додаваа црвена точка, таму каде што им требаше дополнително појаснување – жолта точка и – зелена точка, онаму каде што сè им беше јасно). Потоа, при работа во малите тимови (некои беа парови) и при дискусиите прво во тимовите, а потоа и на ниво на целата група, доколку степенот на постигната цел или очекуваниот исход се промени, учениците ја менуваа бојата на точката. При работењето во тимови, соучениците од своите тутори добива постојано усна и писмена повратна информација. Доколку се појавеше потреба, „интервенираше“ и наставникот во доразјаснување на одредени наставни содржини (тој беше „тивок“ учесник во сите активности од процесот).

Основни наоди:

- Учениците од првата група активно се вклучија во сите фази.
- Учениците многу полесно комуницираат на „соученичко“ ниво, со задолжително добивање повратна информација од својот тутор, под мониторинг на наставникот (во улога на ментор, посредник, советник).
- При добивање повратни информации од своите тутори, се зголеми нивната мотивираност и ангажираност.
- Учениците коишто работеа со тутори, покажаа подобри резултати на тестот на знаење, при што просечниот успех им беше 3,3 наспроти просечниот успех на втората група – 2,3.

Заклучоци / Препораки за работа во иднина:

- На почетокот на секоја наставна тема и содржина, учениците треба да се запознаени со наставните цели и очекувани исходи.
- Ако им се напоменат активностите коишто треба да ги преземат и им се дозволи работење во тимови, под туторство од соученик, а менторство од наставникот, тогаш тие ќе бидат помотивирани

за учество во активностите и ќе постигнуваат повисоки успеси во совладување на наставната содржина.

– Да им се дозволи избор на тутор, доколку и тој е согласен, за полесно работење на индивидуално ниво, со флексибилно темпо на работа, но со даден термин за краен рок.
– Да им се посочи целта на самооценувањето – поголема објективност и продлабочување на сопственото согледување за сопствените постигнувања.

Прилог 2. Студија на случај: *Менторирање – основа за туторство од ученици и соученици по предметот математика.*

Кус опис: Примерок за менторирање на ученици: 49 ученици (27 ученици на возраст од 13 години – осмо одделение и 25 ученици на возраст 10 години – петто одделение). Од истиот тој примерок, во следната учебна година, доброволно се одбрани 10 ученици од шесто одделение и 7 ученици од деветтото одделение коишто за свои тутори по предметот математика одбраа ученици од деветто одделение.

Студијата се состои од 3 фази:

– Менторирање под надзор на одделенскиот наставник (кој во исто време е и наставник по математика во предметна настава) на ученици од петто одделение од страна на ученици од осмо одделение за проектот.

– Учење преку правење „Да, ти можеш“, по избор кој ќе го направи наставникот. Учениците беа вклучени во пилот-програма која е креирана за да им помогне на учениците подобро да разберат како да ја користат секоја можност за пронаоѓање, развивање и следење на своите интереси, да ги зголемат своите шанси за среќа, добросостојба и успех во животот, како и во училиштето и во идните професионални кариери.

– Туторство на ученици од шесто одделение од страна на ученици од деветто одделение, и паралелно со тоа, на ученици од деветто одделение од нивните соученици, со заемен договор и по сопствен избор од страна на учениците. Притоа задачата на туторите беше да им помогнат на учениците во совладување на наставните содржини каде што наидуваат на тешкотии, работејќи според сопствено темпо.

– Проверка во тоа дали има подобрување во знаењата и совладувањата на наставните содржини по математика кај учениците од шесто

односно девето одделение. Предметниот наставник изврши проверка колку се постигнати наставните цели.

Цел. Фазата на менторирање треба да им помогне на учениците да станат посилни, посреќни, поздрави и успешни луѓе. Додека фазата на туторство се очекува да овозможи да се согледаат резултатите од ученичко и соученикото туторство како метод на работа, да се направи проценка колку учениците се спремни на соработка, со што би се зголемила мотивираноста и одговорноста кога работат на својот „ученички“ јазик.

Методологија. Во програмата за менторирање е применет таканаречен „БЕЗБЕДЕН“ пристап кој се состои од последователна низа на активности коишто се развојно соодветни за постигнување на целите на учењето кај ученици од осмо одделение: активни форми на учење, фокусираност и јасно поучување и учење. Програмата се реализираше преку лекции на час (спроведувани од наставникот), преку кои им се претставија на учениците важни социјални, емоционални и животни вештини и преку низа менторски активности (обезбедени и потпомогнати од наставникот), преку кои учениците од осмо одделение им ги пренесуваа на помалите ученици од петто одделение вештините што тие ги учат во рамки на оваа програма. Сегментите коишто беа опфатени се однесуваа на исполнување на соништата преку образованието, развојниот ум, важноста на љубопитноста, темелната пракса, неуспехот, издржливоста и добрите развојни навики.

Во втората фаза е применето туторството од соученици коешто произлезе како продолжување и некој вид позитивен резултат од првата фаза. Учениците од повисоките одделенија (деветто одделение) како тутори работеа со „своите“ ученици (од шесто и од деветто одделение) по своја желба, појаснувајќи им ги нејасните наставни содржини или делови од нив. При работењето „учениците“ од своите тутори добиваа постојано усна и писмена повратна информација, а доколку се појавеше потреба, интервениираше и предметниот наставник во давање идеи како туторот да примени одреден метод на работа. Наставникот беше во улога на мониторирање на целиот процес при соработка на туторите со „своите“ ученици.

Во третата фаза, наставникот, тековно на самите часови, вршеше проверка на постигнатите резултати преку тестови и наставни листови изработени за дадената содржина, како и преку нивна примена во нови

ситуации, бидејќи самите ученици беа и целна група за следење на нивниот напредок.

Основни наоди:

- Учениците многу полесно комуницираат на „соученичко“ ниво.
- При добивање на повратни информации од своите тутори, кај нивните „ученици“ се зголеми ангажираноста и одговорноста.
- Туторите ја зголемија својата одговорност (во улога на возрасни „наставници“) и мотив за подобри резултати на „својот ученик“.
- Повеќето ученици од шесто и деветто одделение беа задоволни од пристапот на своите тутори и постигнаа повисоки резултати при проверката на научените содржини од своите тутори.
- Интересот кон математиката се зголеми и учениците не ја доживуваат како нешто тешко и невозможно.
- Целокупната активност и желбата за учество беше видливо поголема во текот на активностите на секој час.

Заклучоци /Препораки за работа во иднина:

- Со овој метод се задоволува желбата на учениците да бидат соработници, а не само активни слушатели.
- Соученичкото туторство дава повисоки резултати при реализирање на очекуваните исходи.
- Изборот на тутор и неговата согласност дава можност за поголема соработка и повисоки резултати.

ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Петроска-Бешка и др., *Концепција за воннаставни активности во основното образование*, БРО, 2020. https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2020/06/Koncepcija-za-vonnastavni-aktivnosti-2020-1.pdf

[2] Е. Кростман, *Метод на истражување на случај*, https://mk.eferrit.com/метод-на-истражување-на-случај

[3] Ј. Јакимова, *Македонските ученици одат на училиште, а учат дома или по приватни часови*, https://www.radiomof.mk/makedonskite-uchenici-odat-na-uchilishte-a-uchat-doma-ili-po-privatni-chasovi/

[4] М. Кривоченко, *Дружба с отличниками улучшила успеваемость студентов*, https://naked-science.ru/article/psy/druzhba-s-otlichnikami?fbclid=IwAR0lOKG_QGl74GoajMFh4EERIhDRLZhZDhasU-z6Tgza0Vf3qi6q_zfnaMI

[5] M. Sekulović, D. Grujić, *New professional roles of teachers in electronic learning*, Professional papers vol 13.4, Knowledge International Journal (2016), 43-48, https://ikm.mk/wp-content/uploads/2019/05/13.4.pdf

[6] N. Falchikov, Learning together, *Peer tutoring in higher education*, Routledge Falmer, 2002.

[7] T. Chin, J. Rabow, J. Estrada, Tutoring matters, Everything you always wanted to know about how to tutor, Second Edition, Temple University Press, 2011.

[8] Интерактивен портал за тутори, http://tutori.mon.gov.mk/mk/

[9] Која је разлика између менторства и подучавања?, https://presmarymethuen.org/sr/dictionary/what-is-the-difference-between-mentoring-and-tutoring/

[10] TeachHoot.com – прва македонска платформа за онлајн приватни часови во виртуелна средина, http://studenti.mk/teachhoot-com-prvata-makedonska-platforma-za-onlajn-privatni-chasovi-vo-virtuelna-sredina/

[1] ООУ „Тихомир Милошевски”
ул. 1, бр. 62, Ѓорче Петров,1000, Скопје, Р. Македонија
e-mail: a_kaladziska@yahoo.com

[2] ООУ„Коле Неделковски”
ул. Антоније Грубишиќ, бр.8, 1000, Скопје, Р. Македонија
e-mail: vikiiki@gmail.com

[3] Факултет за информатички науки и компјутерско инженерство, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје
e-mail: metodija.jancheski@finki.ukim.mk

Примен: 29.3.2021
Поправен: 31.10.2021
Одобрен: 10.11.2021
Објавен на интернет: 3.12.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 141 – 146
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

КРИТИЧКО РАЗМИСЛУВАЊЕ, ЕФЕКТИВНА КОМУНИКАЦИЈА И РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ

Даниела Стојановска

Проблемите со кои се соочуваме денес се импликација на начинот на којшто размислувавме додека ги решававме проблемите од вчера. Впечатокот дека се соочуваме со сè посложени проблеми, укажува на потребата посериозно да размислуваме за тоа *како* размислуваме. Во овој труд е предочена причинско-последична поврзаност на две клучни компетенции: способност за решавање проблеми и критичко размислување, низ призма на „видливост“ на мислите, проблемите и решенијата, наречена ефективна комуникација.

Критичко размислување е интелектуално дисциплиниран процес на решавање проблеми, кој овозможува секое наредно решение на еден проблем, да биде поквалитетно од сите претходно понудени решенија за истиот проблем. Од друга страна пак, квалитететот на решението на проблемот, може да се докаже исклучиво со критичко размислување, односно со проверка и ревизија на употребната вредност на решението, според реални параметри, во реални услови.

За да бидеме мотивирани и ангажирани во процесот на критичко размислување, потребно е да се најдеме пред проблем, прашање на кое не можеме да одговориме, или ситуација која не можеме да ја разрешиме во дадениот момент. Притоа, колку е посложен проблемот, толку е поедноставно да се воочи потребата од самоподобрување на сопственото размислување. Така, проблемот не само што е мотив, туку е и инструмент за вреднување на квалитетот на критичкото размислување. Токму оваа причинско-последична врска е основа на системот на светски познатите институти за образовни мерења со кој се вреднуваат когнитивните постигања на учениците. Овој систем на вреднување на постигањата на нашите ученици, со години наназад, ни укажа на потребата да се насочиме кон унапредување на критичкото размислување, како предуслов за високи когнитивни постигања. И токму оваа потреба е предизвик да го напуштиме концептот: *Сите размислуваат како да го*

променат образовниот систем, а никој не размислува како да се промени себеси.

Во продолжение на излагањето, ќе се обидам да одговорам на предизвикот, така што ќе ги предочам основните показатели за успешност од примена на концептот: *Сите размислуваат како да ги разберат гледиштата на другите, особено оние гледишта со кои не се согласуваат. Притоа, никој не ги усогласува своите аргументи со оние со кои не се согласува, нуту пак ги усогласува своите докази со општо прифатените.* Но, најпрвин ќе ги нагласам двете негации на кои се темели овој концепт:

- Критичкото размислување не е неосновано критикување.
- Критичкото размислување не е збир на вештини и способности коишто можат да се разгледуваат одделно од компетенциите за решавање проблеми и ефективна комуникација.

Со оглед на фактот дека ние, наставниците, ја имаме клучната улога во создавање и унапредување на општествените вредности, реално е очекувањето да бидеме уверени во точноста на тврдењето: *Ако нашите ученици се стекнат со навика за развој на критичка мисла, тогаш ќе имаат моќ да се заштитат и да се спротивстават на секоја заблуда, измама и погрешно разбирање за себеси, но и за опкружувањето.*

Се разбира, за критичкото размислување да стане основна вредност и придобивка од образовниот процес, претходно мора да е основна вредност и придобивка во нашите животи. Точноста на оваа претпоставка, пак, имплицира потреба наставниците постојано да ги унапредуваат сопствените параметри и индикатори за „мерење“ на степенот на развој на критичката мисла кај ученикот.

За таа цел, ќе посочам неколку мерливи карактеристики на добро култивиран критички мислител, во процесот на изнаоѓање решение на проблем, [2]:

Поставува прашања и проблеми од витално значење.

1. Прашањата и проблемите ги поставува јасно и прецизно.
2. Собира и проценува само релевантни информации.
3. Ефективно го толкува проблемот и при тоа користи апстактни идеи.

4. Доаѓа до добро образложени заклучоци и решенија на проблемот.
5. Ги тестира заклучоците и решенијата на проблемот според релевентни критериуми и стандарди.
6. Препознава и нуди алтернативни решенија на проблемот.
7. Проценува импликации и практични последици од примена на секое од алтернативните решенија.
8. Проверува јасност, точност, прецизност, важност, значење, логика и правичност на избраното решение.
9. Ефективно комуницира со другите, со цел да пронајде решение на комплексен проблем.

За високи постигања во процесот на оспособување за решавање проблеми, неопходно е постојано да ги имаме на ум „интересните“ факти за проблемите со кои се соочуваат учениците. На пример, она што е проблем за еден ученик, не мора да е проблем за друг. Па така, некои ученици подобро ќе ја разберат формулацијата на проблемот, во споредба со своите соученици. Математичкото знаење е од витално значење односно, колку повеќе ученикот знае, толку помалку задачи ќе му претставуваат проблем. Но, и за учениците со голем фонд на знаења, постојат моменти кога активирањето на знаењата не „оди“ лесно. Во некој од ваквите моменти, ученикот нема идеја како да започне, односно не може да ја види стратегијата, а во друг, знаењата и стратегијата не може да ги насочи кон решението на проблемот. За поедноставно справување со ваквите ситуации, потребно е при формулирање на математичкиот проблем, наставникот да има позитивен одговор на секое од прашањата: *Дали проблемот е доволен, но не и преголем предизвик за учениците? Дали најголем дел од учениците ќе почувствваат дека имаат реални шанси да го решат проблемот? Дали постои метод кој сите ученици ќе можат да го користат? Дали постои пософистициран метод кој ќе им биде предизвик на дел од учениците? Дали проблемот е основа за развој на критичко размислување?* [3].

Се разбира, овде не станува збор за задачи кои ги користиме исклучиво за збогатување на фондот на математички знаења, од типот: *Запиши ги сите делители на бројот 18.* За ваквите задачи ученикот има лесно достапен алгоритем којшто во целост го опишува методот на

решавање на задачата. Затоа решавањето на задачата не му претставува предизвик, односно не го мотивира да расудува и да размислува критички, [1]. При следење на работата на ученикот на вакви задачи, наставникот се соочува исклучиво со субјективаната реакција на ученикот и нема можност да даде насоки како ученикот да го унапреди своето расудување.

Овде станува збор за математички проблеми, односно задачи од отворен тип, кои нудат можност за креативен израз и синтеза на математичките знаења на ученикот. Овие критериуми, во голема мера ќе бидат застапени доколку пред учениците ја поставиме модифицираната форма на претходната задача: *Ана своите 18 коцки треба да ги раздели за да ги спакува во неколку кутии. Во секоја кутија мора да има по еднаков број коцки. На кои сè начини, Ана може да ги спакува коцките?* При следење на работата на ученикот на вака поставената задача, наставникот има увид во процесот на расудување на ученикот за валидните претпоставки и докази во секоја од фазите во решавање на проблемот. Добро формулиран проблем или задача од отворен тип, е добра основа за квалитетна реализација на наредните фази во решавање на проблемот:

– Разбирање на проблемот;
– Генерирање на алтернативни стратегии и методи;
– Расудување при решавање;
– Тестирање на точност на решението;
– Рефлексија.

Се разбира, уште една од клучните компетенции на наставникот, неопходна за успешно водење на учениците низ фазите во решавање на проблемот е моделирање на ефективна комуникација или комуникација која размислувањето го прави „видливо“. Ефективна комуникација не е едноставен проток на информации, таа е алатка за мотивирање, за модифицирање на ставови и стимулирање на критичко размислување. Најзначајна придобивка за учениците, од овој процес е тоа што, следејќи го моделот на комуникација на наставникот, полесно ќе ги совладаат вештините на ефективно комуницирање: активно слушање, разложување на сложени идеи и прецизно изразување на своите потреби и барања. Со тоа, учениците ќе можат да се оспособат за јасно артикулирање на

своите гледишта на она што го учат, но и на сопствените логички процеси при размислување и аргументирање.

Ако се навратиме на *проблемот на Ана*, може да се сложиме дека тој проблем за учениците е доволен предизвик и реална можност за решение, пред сè заради фактот дека пакување на коцки (облека, играчки и сл.) во кутии (фиоки, полици и сл.), учениците го препознаваат како дел од сопствената секојдневна рутина. Ова, во голема мера му помага на наставникот ефикасно да ги води учениците низ фазите на решавање на проблемот.

Во фазата на разбирање на проблемот, наставникот дискусијата ја насочува кон правење разлика помеѓу факт и мислење. На пример, факт е дека секоја кутија има еднаков број на коцки, а мислење е дека во секоја кутија со коцки, може да остане празен простор. Сепак и покрај тоа што фактот е примарен за решавање на проблемот и го заслужува најголемото внимание, неопходно е наставникот да го уважи мислењето на ученикот и да му даде повратна информација, насока. Се разбира, најдобро е повратната информација ученикот да ја усвои како заклучок од дискусија, иницирана за да го упати на неопходност од дополнителни параметри, односно факти и истражувања за потврда на точноста на мислењето. Овде сакам да нагласам дека за секое искажано мислење, ученикот треба да добие насока, па дури и за онаа претпоставка која во прв момент ни се чини тривијална. Искуството покажува дека често се случува ученикот да не го искажува точно она што го мисли, понекогаш проблемот не му е предизвик и размислува како да го „збогати“. Од друга страна, може да се случи, наставникот да направи превид на идејата на ученикот. Но, работите стануваат многу појасни во фазата на тестирање на точноста на претпоставката, односно решението. Тогаш ученикот го прави она што го мисли, наставникот има добра основа да го насочува ученикот, а резултатите од искуствено учење преку тестирање, остануваат во трајно знаење. Стекнатите искуства, споделени во рамки на фазата на рефлексија, освен што им овозможуваат на учениците да размислуваат за тоа *како* размислуваат, истовремено се и добра основа за размислувања за нови, посложени проблеми, како на пример: *Ана своите 18 коцки треба да ги раздели за да ги спакува во неколку кутии. Во секоја кутија мора да има по еднаков број коцки. Ако секоја*

коцка е составена од 8 единични коцки, тогаш колку единични коцки содржи секоја од кутиите за пакување?

Критичкото размисување и ефективната комуникација, мора да бидат основни вредности за нашите денешни ученици. Само со овие компетенции, тие ќе можат утрешните проблеми да ги решаваат со помош на отворен ум и почитување, наместо со помош на интерес и моќ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Hoosain, *What Are Mathematical Problems?,* Humanistic Mathematics Network Journal, (2004) Iss. 27, Article 12

[2] *Our Concept and Definition of Critical Thinking,* The Foundation for Critical Thinking https://www.criticalthinking.org/pages/our-conception-of-critical-thinking/411

[3] *What is a Problem?,* NZ Maths https://nzmaths.co.nz/what-problem

[1] ООУ „Христијан Карпош“,
ул. Доне Божинов, 22/42, 1300 Куманово, Р. Северна Македонија
e-mail: dani_hrst@yahoo.com

Примен: 1.4.2021
Поправен: 8.6.2021
Одобрен: 15.6.2021
Објавен на интернет: 16.1.2022

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 147 – 167
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

МОЖНОСТИ ЗА ПРИМЕНА НА СОВРЕМЕНАТА ТЕХНОЛОГИЈА ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Марија Шопова Граматковска [1]

1. ВОВЕД

Денес, во време на најразлична современа технологија, процесот на изведување на наставата по математика мора да се менува и да се прилагодува на барањата од современото општество. Наставната технологија станува сè помодерна и поинспиративна и за наставниците и за учениците. Со користењето на новите технологии, наставните содржини на учениците може да им бидат достапни секогаш и секаде, во различни форми, овозможувајќи им на тој начин непречена и константна соработка со наставниците и меѓусебно.

Главна цел на примената на овие образовни технологии во наставата е зголемување на степенот на интерактивност. Императив за наставниците, но и за родителите е примената на што поголем број технологии во наставниот план и програма, бидејќи на тој начин тие стануваат поквалитетни, се зголемува персонализацијата на процесот на учење, односно се прилагодува на потребите на секој ученик индивидуално.

2. СОВРЕМЕНИТЕ ТЕХНОЛОГИИ И НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Имајќи го предвид фактот дека „по правило, ученикот станува заинтересиран за работи што се нови и возбудливи, за кои може да се сфати практичната вредност при примената во ситуации и области за кои е заинтересиран, како и за работи што содржат елементи на загатки и мистерии“ [5], можеме да уочиме дека наставата по математика е посебно погодна за примена на различни современи технологии во наставниот процес. Во оваа настава треба да бидат застапени „моделите, алгоритмите и информациите, да се користи современата електронско-пресметковна техника и слично. Сè ова го засилува општообразовното, интегративно значење на наставата по математика.“ [4].

2.1 КОМПЈУТЕРОТ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Најновите истражувања, [1], [2], покажуваат дека со примена на компјутерот во наставата по математика процесот на поучување и учење се подига на повисок степен. Низ соодветни и интересни содржини и наставниците по математика и учениците можат да постигнат максимални резултати во учењето.

Компјутерите на учениците не им се непознати, тие се присутни во нивното секојдневие па според тоа не е тешко да се усогласи нивниот живот и работа во училиштето и надвор од него. Ученикот во дигиталното опкружување треба да биде активен креатор на своите знаења на највисок когнитивен степен. При вклучувањето на компјутерот во некоја активност важно е критички да се размисли како одредена дигитална алатка придонесува за остварување на воспитно образовната цел. Тој треба да се користи како наставно средство кое на учениците ќе им помогне во реализирање на целта, ќе предизвика љубопитност, желба за истражување и би помогнала во нивно оформување во личности способни да се соочат со предизвиците во реалниот свет. Цели на примената на компјутерите во наставата по математика се, [3]:

- „насоченост на апликациите, моделирање, автентичност и решавање проблеми,
- нагласување на аспектите на презентација и интерпретација во рамките на математиката,
- изградување на соодветен концепт,
- дискусија за можностите и границите на математичките постапки,
- насоченост кон фундаменталните математички идеи,
- интердисциплинарност,
- учење за историските и социо-психолошките аспекти,
- различни социјални цели на наставата по математика.“

Резултатите од диференцијалната психологија и од теоретските и емпириските истражувања во педагогијата и дидактиката, откриваат постоење на значајни индивидуални разлики меѓу учениците. Заради нееднаквата брзина на интелектуалниот развој, овие разлики во интелектуалната развиеност се зголемуваат со возраста. Големите разлики

нужно доведуваат до ограничување во поглед на примена на одредена наставна постапка којашто би била еднаква за сите ученици во паралелката. Основната тенденција на индивидуализираната настава по математика се оптимално користење на способностите на секој ученик да се оствари развојниот максимум кај сите ученици. Тоа е процес на организација на воспитно-образовната работа според кој барањата кон учениците се соодветни со развојните карактеристики на личноста на ученикот, реалните можности за влијание на понатамошниот развој на нивните предиспозиции, односно потенцијални можности. Според ова, индивидуализацијата на наставата по математика првенствено треба да се насочи кон темпото на работа, степенот и севкупноста на совладување на одредени содржини од програмата со соодветен индивидуален педагошки однос на наставникот кон учениците. Затоа, предноста на примената на компјутерот во наставата по математика е во тоа што нуди ресурси до кои ученикот секогаш има пристап, може да ги прегледа онолку пати колку што му е потребно, а на оние кои ја совладале содржината им овозможува да преминат на следна активност.

2.2. ИНТЕРАКТИВНА ТАБЛА

Примената на електронските интерактивни табли кои се познати и како електронски бели табли или интерактивни мултимедијални табли, ја претвора традиционалната предавачко-репродуктивна настава во интерактивна настава којашто одговара на образовните потреби на современиот ученик и доведува до постигнување на саканите резултати кои се соодветни на барањата на современото општество.

За организирање на настава на овој начин потребни се компјутер, проектор и површина за проектирање на која се врши презентација, пишување, цртање и сл. На таблата може да се пишува со специјални пенкала, кај некои модели со притискање со прстот, а за њмладите се дизајнирани и топчиња за пишување. Самата табла е поврзана со компјутерот преку УСБ (USB) влез или безжично (со помош на блутут (Bluetooth)), инфрацрвен пренос (Infrared) или преку вај-фај (Wi-Fi). Интерактивните табли функционираат така што информациите од таблата се испраќаат во компјутерот, компјутерот управува со сликата на таблата, којашто истовремено е и платно на кое се проектира слика, но

и генерира повратни информации во компјутерскиот систем. Заради флексибилноста на нивната употреба, интерактивните табли може да се користат за презентација на образовните содржини без разлика на возраста на учениците, а исто така може да се користат и во процесот на образование на деца со инвалидитет.

Сите наведени предности се возможни бидејќи употребата на интерактивните табли при креирање на материјалот за настава му овозможува на наставникот користење на документи од различни програми на работната површина, маркирање, зголемување на текстот и други можности кои се користат, со цел во фокусот да се стават важните содржини, му овозможува чување на сите внесени измени коишто настанале во текот на предавањето или, пак, зачувување на презентациите во почетната форма. На интерактивните табли може да се заокружува, пишува или да се цртаат различни геометриски форми кои по потреба може да бидат и правилни, а со едноставни движења може и да се распоредуваат дадени елементи на таблата што е посебно корисно при шематските претставувања. Исто така, за време на презентацијата овозможено е и поврзување со различни документи, програми во компјутерот и интернет страници. Ова ја обезбедува потребната динамика во наставниот процес и го прави едноставно вклучувањето на многубројни примери во процесот на објаснување на содржините што е од голема важност за развојот на практичните знаења и вештини на учениците.

Заради сите наведени можности коишто ги нуди интерактивната табла, потребно е наставниците добро да ги совладаат техниките за нејзино користење како една од задачите на своето професионално усовршување. Квалитетот и вредноста на наставата зависи и од тоа до кој степен наставникот умее да ги користи можностите кои му ги нуди интерактивната табла. Како поддршка на наставниците, големите производители на интерактивни табли имаат обезбедено бројни извори кои на наставниците можат да им помогнат при користењето на овие технологии во наставниот процес. Производителите како што се на пример Smart, Mimio и Hitachi имаат обезбедено голем број на бесплатни онлајн упатства и лекции за оваа намена.

Можеме да заклучиме дека воведувањето на интерактивните табли во наставата ги прават предавањата и процесот на учење поатрактивни, подинамични и посодржински, додека на наставниците им овоз-

можуваат поголема креативност во планирањето на наставните содржини, им го олеснуваат процесот на чување, изменување и претставување на материјалот на учениците, а на учениците им помагаат целосно да се вклучат во процесот на учење.

2.3 „ЗА“ ИЛИ „ПРОТИВ“ ВОВЕДУВАЊЕ ТАБЛЕТИ ВО НАСТАВАТА

Сè поактуелно е и прашањето за воведување таблети во наставата. Тие може да станат наши главни соработници во остварувањето на интерактивната настава. Бидејќи ова е сè уште нова идеја, добро е да се разгледаат позитивните страни од воведувањето таблети, но исто така и да согледаат предизвиците и евентуалните потешкотии во овој процес.

Предности. Како најочигледен бенефит од употребата на таблети во секојдневната настава го сметаме развојот на постоечките компјутерски вештини кај учениците коишто стануваат важни исто колку и самата писменост. Таблетите во голема мера ја олеснуваат групната работа бидејќи учениците може лесно да се прегрупираат и да се движат низ училницата. Тие претставуваат поддршка и за визуелниот и за аудитивниот стил на учење; овозможуваат лесно користење на мултимедијални содржини и нудат можност за користење на фотоапарат и камера со чија помош задачите може да се направат поинтересни за учениците, а може да го олеснат и креирањето презентации. Таблетите имаат апликации кои учениците можат да ги користат за цртање или за пишување. Бројни игри и симулации може да се користат за време на часот.

Недостатоци. На наставниците во почетокот ќе им биде тешко да го фокусираат вниманието на учениците да го извршуваат она што се бара од нив. Употребата на таблети бара ученичка во наставниот процес. Треба да се имаат предвид и некои технички недостатоци. На пример, полнење на батеријата: во текот на реализирањето на некоја подолга работилница треба да се дополни батеријата. Понатаму, треба да се има предвид дека таблетите се поспори кога станува збор за примена на посложени апликации. Тука е и процесот на прилагодување на нивната on screen тастатура која не е едноставна за користење. Исто така, димензиите на екранот, го диктираат процесот на употреба, така што честопати бројот на прикажаните елементи на екранот мора да се прилагодат на апаратот наместо на логичкиот, односно посакуваниот дизајн. Таблетите не се прилагодени ни за употреба на повеќе аплика-

ции истовремено. Тие главно може да се применуваат за користење на мултимедијални содржини за што се потребни малку кориснички влезови (читање текст, гледање видеа), но за остварување на задачи од повисоко ниво, какви што се задачите по математика, не се доволно соодветни.

Сите наведени недостатоци може да се надминат со текот на времето и со усовршување. Секој ден се работи на тоа наведените технички ограничувања да се надминат со нови верзии, а континуираното усовршување на наставниот кадар сè повеќе се прифаќа како неопходен и континуиран процес кој е условен од брзиот научен и технички развој. Модерните технологии отвораат многу можности да го унапредиме процесот на учење, а нам ни преостанува да го следиме, истражуваме и да осмислуваме начини за нивна најефикасна примена во наставата.

3. ИНТЕРНЕТ СТРАНИЦИ

Математиката е еден од предметите за кои на учениците честопати им е потребна помош при нејзиното совладување. Затоа, модерната технологија нуди помош во решавањето на овој проблем.

3.1. МАКЕДОНСКИ ИНТЕРНЕТ СТРАНИЦИ

На националната образовна веб-платформа *Едуино* ([6]), можат да се најдат „видеолекции, ресурси, игри и разни активности за поддршка на воспитно-образовниот процес. Целта на Едуино е да прерасне во колективна платформа на којашто, заедно со учениците, наставниците и родителите, ќе се креираат, проверуваат и објавуваат нови ресурси и материјали, градејќи ја првата национална библиотека на дигитални едукативни материјали во нашата држава.“, [4]. Да напоменеме дека голем број од овие материјали се со математички содржини. Бројката од 2,5 милиони прегледи и преземања на содржините на Едуино укажува на огромната улога на оваа платформа во воспитно-образовниот процес кај нас, посебно во услови на моменталната онлајн настава која се одвива поради пандемијата од COVID 19.

На ПОИМ, математичкиот портал на Институтот за математика при Природно-математичкиот факултет ([7]), покрај различни математички содржини постои и база на интернет страници со математички содржини креирани од наставници по математика.

На каналот *Наука за деца* ([8]) може да се најдат интерактивни видео лекции преземени од Fuse School и преведени на македонски. Може да се најдат и интерактивни квизови и експерименти снимени од нашите наставници по математика.

Постојат и многубројни интернет страници по математика чии уредници најчесто се професори по математика, но и одделенски наставници. Дел од нив се: Е-Математика ([9]), Математика + ([10]), Математираме ([11]), Вредни пчели ([12]), Учиме математика ([13]). Постојат и Facebook групи како: Математика за основно и средно образование во Република Македонија, Математика со размислување, Математика во срцето. Сите овие групи содржат математички содржини, информации, математички игри, задачи, презентации, наставни листови и други различни ресурси од наставата по математика.

3.2. СТРАНСКИ ИНТЕРНЕТ СТРАНИЦИ

Се повеќе образовни интернет канали нудат посебно специјализирани содржини кои ќе го олеснат процесот на учење математика.

Ќе започнеме со Академијата на Кан (Khan Academy, [14]) која нуди над 10000 видео материјали од математиката во кои се негува пристапот на постапно објаснување на проблемот, на сликовит начин, користејќи поврзување со секојдневните искуства на учениците. Најдобрата карактеристика е тоа што е целосно бесплатна. Колку е овој пристап популарен сведочи и фактот што овој канал има повеќе од 200 милиони прегледи и околу 600 илјади претплатници.

Кога ученикот прв пат ќе се најави на Khan Academy треба да избере свој аватар, соодветно одделение и област: математика за предучилишна возраст, аритметика, геометрија, елементарна алгебра, алгебра I, геометрија за средно образование, алгебра II, тригонометрија, статистика и веројатност, статистика за средно образование, диференцијални равенки. Во продолжение ќе разгледаме како ученикот може да ги провери своите знаења за одредена наставна единица или да добие објаснувања за неа.

За пример ќе избереме осмо одделение и наставната единица *Решавање равенки со една непозната величина*. Задачите што се понудени поделени се по тежинско ниво и тоа во два дела. Првиот дел се состои од две нивоа и еден квиз, а вториот од 3 нивоа и еден квиз. Секое ниво

се состои од 4 задачи, а секој квиз од 5 задачи. За да се премине на следното ниво потребно е ученикот да има 3 од 4 точни одговори на секое ниво и 4 од 5 точни одговори на квизовите. За секое прашање од нивоата ученикот има можност да избере: „Внесете го одговорот“, „Сè уште не го научив ова“, „Би сакал појаснување“. Ако пак одговорот е грешен, може да избере: „Пробај пак“, „Побарај помош“, „Продолжи понатаму“. Овие опции кај квизовите не се понудени затоа што со него се проверуваат претходно совладаните знаења и вештини. Решавањето на задачите од квизовите е временски ограничено и со овие задачи ученикот може да добие дополнителни таканаречени мастер поени. По завршување на двата делови, понуден е тест со задачи од целата наставна единица кој содржи 9 задачи. Да видиме како изгледаат задачите кои може да бидат понудени за оваа наставна единица.

Прв дел, Ниво 1 – Равенки со променлива од двете страни

1. Реши ја равенката: $4b + 5 = 1 + 5b$
2. Реши ја равенката: $17 + 4h + 2 = 1 – 5h$
3. Реши ја равенката: $8 – 4s = s + 13$
4. Реши ја равенката: $17 – 2p = 2p + 5 + 2p$

Прв дел, Ниво 2 – Равенки со загради

1. Реши ја равенката: $7h = – (2h – 18)$
2. Реши ја равенката: $– a = 9 (a – 10)$
3. Реши ја равенката: $2 (5 – d) = 2 – 4d$
4. Реши ја равенката: $10p – 3 = 2 (12 + 4p) – 7$

Прв дел, Квиз 1 (време за решавање 19 – 24 min)

1. Реши ја равенката: $4 (0,5f – 0,25) = 6 + f$
2. Реши ја равенката: $2 + 1,25f = 10 – 2,75f$
3. Реши ја равенката: $3t – 18 = 4(– 3 – 0,75t)$
4. Реши ја равенката: $12 – 0,2r = 2r + 1$
5. Реши ја равенката: $3h = 7 (0,2 – 0,5h) – 10$

Втор дел, Ниво 1 – Број на решенија на равенка

1. Колку решенија има равенката: $5x + 8 – 7x = – 4x + 1$
2. Колку решенија има равенката: $9z – 6 + 7z = 16z – 6$
3. Колку решенија има равенката: $– 7x – 10 – 15x = – 22x + 83$
4. Колку решенија има равенката: $20z – 5 – 12z = 10z + 8$

Втор дел, Ниво 2 – Решавање проблеми со равенки

1. Кои од равенките немаат решение:

   $14x - 23 = 14x - 23$ $\quad$ $-14x + 23 = 14x - 23$

   $14x + 23 = 14x - 23$ $\quad$ $-23x - 14 = 14x - 23$

2. Кои од равенките имаат едно решение:

   $-5x + 12 = 5x - 5$ $\quad$ $-5x + 12 = -12x - 12$

   $-5x + 12 = -5x - 12$ $\quad$ $-5x + 12 = 5x + 12$

3. Кои од равенките имаат бесконечно многу решенија:

   $73x - 37 = 73x - 37$ $\quad$ $37x - 37 = 37x - 37$

   $74x - 37 = 74x - 37$ $\quad$ $x - 37 = x + 37$

4. Кои од равенките немаат решение:

   $-45x - 45 = -75x + 75$ $\quad$ $15x - 45 = 15x _ 75$

   $45x - 45 = -15x + 75$ $\quad$ $15x - 45 = 75x + 75$

Втор дел, Ниво 3 – Решавање текстуални проблеми со равенки

1. Сумата на три последователни броеви е 51. Кој е вториот број?
2. Сумата од четири последователни броеви е 354. Кој е вториот број?
3. Сумата од три парни последователни броеви е 132. Кој е третиот број?
4. Сумата од пет непарни последователни броеви е 135. Кој е вториот број?

Втор дел, Квиз 2 (време за решавање 20 = 25 min)

1. Сумата на шест последователни броеви е 393. Кој е вториот број?
2. Колку решенија има равенката $74y - 8 - 78y = -4y - 8$
3. Кои од равенките имаат точно едно решение:

   $-19x + 18 = -19x + 18$ $\quad$ $-19x - 18 = -19x + 18$

   $19x + 18 = -19x + 18$ $\quad$ $19x - 18 = -19x + 18$

4. Сумата на пет последователни парни броеви е 100. Кој е првиот број?
5. Колку решенија има равенката: $7(y - 8) = 7y + 42$

Тест (време за решавање 9 – 18 min)

1. Реши ја равенката: $4 + 2p = 10(0{,}6p - 2)$
2. Кои од следните равенки имаат бесконечно многу решенија:

   $-10x - 10 = -10x + 10$ $\quad$ $10x - 10 = -10x + 10$

   $10x - 10 = -10x - 10$ $\quad$ $-10x - 10 = -10x - 10$

3. Колку решенија има равенката $3z + 9 + 14z = 4z + 5$
4. Реши ја равенката $12{,}6 + 4m = 9{,}6 + 8m$

5. Сумата на четири последователни природни броеви изнесува 130. Кој е третиот број?
6. Колку решенија има равенката $13(y + 3) = 13y + 39$
7. Сумата на три последователни парни броеви изнесува 270. Кој е првиот број?
8. Реши ја равенката $2{,}5(4k + 2) = 12k$
9. Кои од равенките немаат решение:

$4x + 5 = -4x + 5$ $\quad$ $-4x + 5 = -4x - 5$

$-4x + 5 = -4x - 4$ $\quad$ $5x + 5 = -4x - 5.$

Ученикот постојано добива известување за својот напредок. По завршувањето на сите нивоа, квизови и тестови за дадената лекција, тој добива информација колку вкупно поени и мастер поени освоил, колкав дел во проценти изнесуваат, кога ги решавал задачите и за колку време. Потоа, Khan Academy ја предлага следната наставна единица според наставната програма, односно, во овој случај, Линеарни равенки и функции.

Сите овие информации му овозможуваат на ученикот да го следи сопственото учење и да напредува согласно своите можности и способности, а кон овие информации може да има пристап и неговиот наставник и родител. Наставникот брзо и лесно може да го закаже својот час со учениците и да го избере соодветното ниво на учење за секој од нив, да избере часови што одговараат на наставните планови, да направи задачи со пристап до учениците. Тоа значи дека со овој начин на работа задоволени се сите услови за диференцијален пристап во наставата по математика.

Образовен канал кој исто така треба да се спомене и кој има импресивен број од 53 милиони прегледи и околу 140 илјади претплатници е и *Patrick JMT Free Math Videos*, [15]. Интересот на наставниците и учениците најдобро сведочи за квалитетот на достапните материјали. Во видео материјалите се обработуваат различни содржини од пресметувања, до диференцијални равенки, интеграли и многу други содржини.

Добар извор на содржини претставува и *Video Math Tutor*, [16], којшто има околу 3 милиони прегледи. Овој канал, покрај бројните видео материјали нуди и посебни совети за наставниците и менторите, како и за учениците. Посебно се интересни и мозгалиците чија цел е

целиот процес на учење да го направат поинтересен за учениците и да ја поттикнат нивното активно учество. Мозгалиците може да се искористат на интересен начин да се заврши часот по математика, при организација на натпревари меѓу учениците или да се посочат како начин учениците квалитетно да го исполнат своето слободно време.

Интересен канал кој на наставниците може да им послужи во процесот на објаснување на броевите е *Numberphile*, [17]. Овој канал има 23 милиони прегледи кои се доказ за интересот на наставниците и учениците да дознаат нешто повеќе за броевите на поинаков начин.

Уште еден од каналите со милионски број на прегледи е и *Math Mammoth,* [18]*,* канал што исто така е осмислен за да им биде од корист на наставниците, менторите и родителите во процесот на поучување математика.

Наведените канали, видео материјали и модерните технологии може да ни помогнат процесот на учење математика да го направиме поинтересен и да добиеме бројни идеи како на учениците новите содржини да им ги приближиме на нов начин, како и да ја вклучиме играта и истражувањето како составни делови на процесот на активно учење.

4. МАТЕМАТИЧКИ АПЛИКАЦИИ

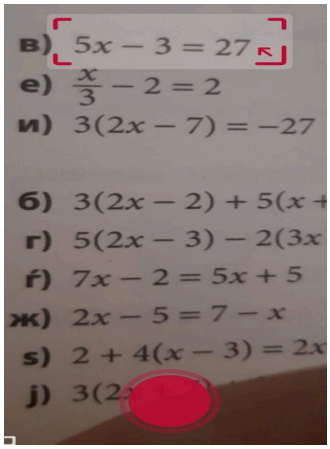
Постојат многу апликации кои се базираат на визуелни модели за подобро усвојување и практикување на математиката.

4.1. МАТЕМАТИЧКИ АПЛИКАЦИИ ЗА УЧЕНИЦИ ОД ПОВИСОКИТЕ ОДДЕЛЕНИЈА

Средношколците и студентите бараат математички апликации од различни причини, но повеќето од нив се едукативни. Ќе наброиме неколку математички апликации за Android кои се сметаат за најдобри во моментов и кои учениците од целиот свет најмногу ги користат.

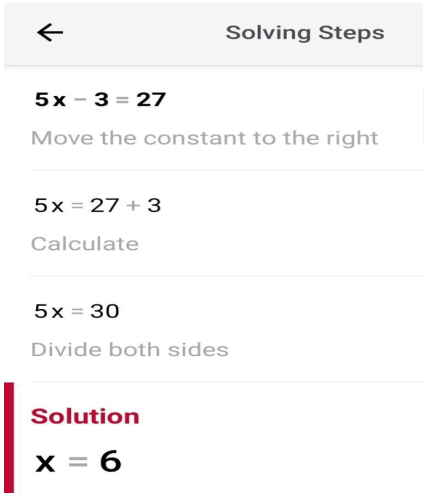
Photomath е бесплатна мобилна апликација која може да чита и решава математички задачи користејќи ја камерата на паметен телефон. Се што треба да се направи е задачата да се слика, а апликацијата го решава проблемот чекор по чекор. Ова е корисно за учениците кои се „борат“ со решавање математички проблеми. Од друга страна, голем број од учениците ја користат за да ги проверат своите одговори, да ги

споредат своите решенија и да идентификуваат грешки во сопствените пресметки.



Слика 1. Црвена рамка во чија внатрешност се слика задачата (Photomath).

Photomath поддржува аритметика, дропки, децимални броеви, линеарни равенки и неколку функции, како на пример логаритми. Апликацијата користи технологија за препознавање на оптички знаци за читање на задачата и ги пресметува одговорите за неколку секунди. Со активирање на апликацијата се појавува црвена рамка во чија внатрешност треба да се слика задачата (Слика 1). Ако резултатот не се прикаже по две до три секунди, тогаш или математичкиот проблем не е поддржан или апликацијата не може правилно да го препознае текстот (на пример, поради лошите услови на осветлување или неисчистената камера).



Слика 2. Чекори на решавање равенка (Photomath).

Во тој случај, може да се користи математичката тастатура за рачно внесување на проблемот. Откако ќе се скенира проблемот, резултатот се појавува на дното на екранот. Со допир на копчето „Прикажи чекори на решавање“ може да се видат поединечни, детални чекори (Слика 2).

И покрај сите добри карактеристики на Photomath, апликацијата има и свои недостатоци и може да биде злоупотребена од учениците:

– Дава впечаток дека има еден точен одговор (што може да биде вистина) и само еден начин да се стигне таму, што е погрешно:

– Дел од учениците ја користат за да ги „завршат“ домашните задачи без претходно да се обидат задачите да ги решат сами, а со тоа не го практикуваат или учат материјалот;

– Постојат ученици кои ја злоупотребуваат апликацијата за решавање на задачите во услови на настава од далечина.

Секој наставник се обидува учениците да ги насочи кон самостојно, критичко размислување, кон самостојно откривање на математичките вистини и донесување заклучоци. Ги учи дека честопати не е толку важен крајниот резултат колку начинот на кој тој е добиен. А Photomath го прави спротивното. Ова се причини поради кои многу од наставниците по математика имаат мислење дека оваа апликација е повеќе штетна отколку корисна.

Lecture notes е една од најпопуларните апликации којашто овозможува запишување на белешки, цртање, рачно пишување, па и снимање на одредено предавање. Функцијата за рачно цртање е посебно корисна за учениците. Оваа апликација вклучува поддршка за OneNote, индексирање и организација и снимање видеа.

My script calculator 2 е апликација за средношколци и студенти. Таа овозможува да се запише одредена равенка како на хартија, потоа ракописот го конвертира во текст и на крајот ја решава равенката. Апликацијата вклучува поддршка за операции како собирање, коренување, работа со експоненти, логаритми, константи, поддржува тригонометрија и многу повеќе.

Socratic е една од поновите математички апликации која е многу слична на Photomath. Учениците го сликаат проблемот и добиваат резултати, објаснувања како да се реши проблемот чекор по чекор и многу повеќе. Во некои случаи вклучува и примери со видео. Она што ја

прави оваа апликација подостапна е тоа што таа е целосно бесплатна. Google ја купи и повторно ја објави во 2020 година.

Wolfram содржи база на податоци од областа на математиката, помош, објаснувања и други информации. Таа во основа опфаќа и покомплексни проблеми од теорија на броеви, дискретна математика, статистика.

4.2. МАТЕМАТИЧКИ АПЛИКАЦИИ ЗА УЧЕНИЦИ ОД ПОНИСКИТЕ ОДДЕЛЕНИЈА

Апликациите кои ќе ги споменеме во продолжение достапни се во две или повеќе верзии: веб апликации за сите современи прелистувачи и верзии за преземање за специфични оперативни системи и уреди.

Math clock им помага на учениците во решавањето на различни проблеми поврзани со читање на времето. Тие користат аналогни часовници со насочени или слободни движења на стрелките за да научат како да го прочитаат точното време, да истражуваат скокови со броење и да визуализираат проблеми со приказни за временски интервали.

Со помош на *Number frames* учениците ги структурираат броевите до 100. Тие ги користат рамките за броење, претставување, споредување и пресметување со броеви во одреден опсег.

Со користење на апликацијата *Number line* учениците ги визуализираат низите од броеви и илустрираат стратегии за броење, споредување, собирање, одземање, множење и делење. Може да се изберат бројни прави на кои се означени цели броеви, дропки или децимални броеви.

Преку *Number peaces* учениците развиваат подлабоки разбирања на повеќецифрените броеви. Тие користат делови/парчиња за да претставуваат повеќецифрени броеви, да ги прегрупираат, собираат, одземаат, множат и делат.

Number rack го развива чувството за број. Учениците размислуваат, истражуваат и откриваат различни стратегии за собирање и одземање со помош на низи од подвижни обоени монистра.

Преку апликацијата *Pattern shapes* учениците може да усвојуваат знаења од областа на геометријата и дропките, може да создаваат свои дизајни, размислуваат за агли, истражуваат симетрија и составуваат поголеми форми.

Апликацијата *Fractions* им овозможува на учениците да користат лента или круг за да претставуваат, споредуваат и извршуваат операции со дропки со именители од 1 до 100. Може да користат боја за да изберат специфични делови за да прикажат дел од целото.

Со помош на картичките од *Math vocabulary cards* учениците го продлабочуваат своето концептуално разбирање на клучните поими во математиката. Секоја картичка има три дела: математички термин, репрезентативен пример или модел и концизна дефиниција.

5. ПЛАТФОРМИ ЗА КОМУНИКАЦИЈА И РАЗМЕНА НА ЕДУКАТИВНИ МАТЕРИЈАЛИ

Енормно големиот број на информации кои се зголемуваат од час во час, динамиката на содржините и независноста на достапноста од време и место, направија интернетот да стане голем потенцијал за учење и меѓусебна комуникација. Покрај популарните социјални мрежи како што се Facebook, Twitter и др., треба да се имаат предвид и оние коишто се насочени кон учење.

Pinterest ([19]) е една од најпопуларните социјални мрежи што ја користат наставниците. Истражувањата покажуваат дека 67 проценти од наставниците ја користат за професионални цели и тоа најмалку еднаш неделно. Ова не изненадува ако се земе предвид дека Pinterest може да биде неверојатно корисна алатка за наставниците. Може да се користи за личен професионален развој, да се соработува со други наставници и да се откријат нови ресурси: планови за лекции, идеи за креативни проекти, наставни листови и совети за украсување во училница.

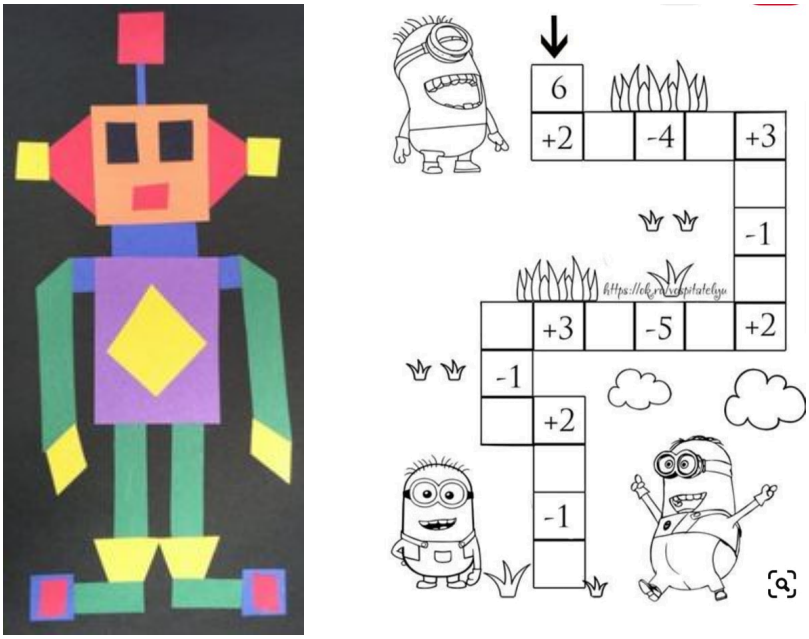
На оваа мрежа наставникот може да добие инспирација и идеи како на интересен и забавен начин да ја украси и организира својата училница (Слика 3). Членовите може да креираат свои табли за различни теми, а потоа да ги „закачат“ сликите што ги сакаат од веб-страници или други табли на Pinterest, како виртуелна табла од плута. И учениците можат да ги користат своите табли во училницата за да соберат едукативни ресурси за кои сметаат дека се корисни, украси во училницата што сакаат да ги направат или дури и теми за кои се заинтересирани да дознаат повеќе. Потоа наставникот може да разговара за нивните табли во училницата и да ги идентификува вообичаените теми што можат да бидат вклучени во лекциите.

Слика 3. Врата од соништата на секој наставник по математика (преземено од Pinterest)

Pinterest е одлична алатка за споделување визуелни содржини. Наставникот може да ги сподели своите идеи и искуства од училницата со други наставници или да им покаже на учениците примери за тоа како треба да изгледаат нивните проекти или домашни работи (Слика 4А)), а потоа и да се споделат нивните изработки за да им се овозможи на родителите да видат што работеле нивните деца на час. Уште подобро, може да се потенцираат достигнувањата на учениците за да можат да го следат сопствениот напредок во текот на учебната година. Всушност, истражувањата покажуваат дека користењето портфолија преку интернет за прикажување на работата на учениците може да ја зголеми нивната мотивација и нивните постигнувања. Интернет портфолиото исто така може да им помогне на учениците да имаат поголема контрола врз сопствената работа. Тие може да креираат и своја табла каде што ќе споделуваат фотографии од својата работа со врсници, пријатели и со своето семејство. Така, ова може да биде и одлично место за давање персонализирана повратна информација од наставникот, може да се стават коментари и да се креираат „тајни табли“ видливи само за избрани корисници.

Друг начин да се користи Pinterest во училницата е како алатка за рецензија на врсници. Барањето од учениците да ја прегледаат и критикуваат работата на другите ученици може да биде исклучително корис-

но бидејќи истражувањата покажуваат дека тие честопати повеќе може да научат еден од друг. Повратната информација од врсници исто така може да им помогне на учениците да развијат вештини и да ја подобрат сопствената работа во иднина.



Слика 4. А) Робот од четириаголници; Б) Активности по математика (преземено од Pinterest)

Една од најдобрите работи во врска со Pinterest е тоа што може да се најдат голем број на ресурси корисни за употрба во секојдневната настава како и голем број на наставни листови со задачи од сите математички теми од основното и средното образование коишто се од голема важност, посебно за формативното оценување (Слика 4Б)).

Ресурсите за учење и различните информации за одредена тема може лесно да се организираат (без копирање и лепење на секоја врска), со создавање нова табла.

Skype може да придонесе за поквалитетна, пофункционална и покреативна настава на повеќе начини, во смисла на меѓусебна соработка и комуникација, не само помеѓу ученик / наставник од исто училиште, од иста држава туку и во светот и со цел – мотивација за дополнително учење. Покрај размената на информации, корисниците ги вежбаат своите говорни вештини, што е посебно важно доколку комуникацијата се одвива на странски јазик. Дебатите на одредена тема и консултациите

за одредени задачи можат успешно да се водат во време надвор од наставата, што допринесува за продлабочување на знаењата стекнати за време на часот, но и развој на критичко мислење.

Edmodo ([20]) е многу популарна платформа за учење и социјална мрежа наменета за наставниците и учениците со цел поврзување на наставата на мрежа односно, на неа постојат бројни апликации кои се корисни за сите оние кои учествуваат во наставниот процес. Основана е во 2008 година, а денес има преку шест милиони корисници. Може да се опише како Facebook за наставници и ученици. Оваа мрежа дава можност за размена на линкови, мултимедијални датотеки, квизови, текстови, итн. Наставниците имаат можност за поврзување со други колеги од училиштето и надвор од него, можат да се здружуваат во групи во чии рамки разменуваат искуства, планираат заеднички активности, обуки, курсеви, семинари. Наменет е за работа со учениците, а со цел подобрување на условите за одвивање на наставата, но има и важна улога во професионалниот развој и усовршувањето на работата на просветните работници. Од неодамна, дава можност за пристап и на родителите.

Edu Blogs ([21]) е една од најголемите едукативни заедници на интернет која нуди можност на бесплатно регистрирање. Во голема мера ја олеснува комуникацијата наставник – ученик и наставник – родител. Станува збор за комуникација наменета единствено на образованието, без маркетинг побарувања. Нуди можност за размена на знаења, стекнување со нови информации и постојано учење преку online врска. Генерално, какво било јавно презентирање придонесува за аналитичко, критичко и креативно размислување на учениците.

Wiki spaces ([22]) се страници на интернет кои пријателите, групите или соработниците може заедно да ги уредуваат. Присутни се во наставата како корисно помагало за размена на информации, наставни содржини, електронски книги, планови и програми. Корисниците може да додаваат нови, да бришат стари и да менуваат постоечки содржини. Во наставниот процес овие сајтови може да се користат и за заеднички проекти, создавање билтени, учебници, вежбанки, белешки и скрипти. Исто така, Wiki сајтот може да биде и едноставна верзија на школски веб сајт или сајт на едно одделение.

Schoology ([23]) е многу слична на Edmodo по едноставното функционирање, но и по можноста на поврзување, соработка и размена на информации. Првенствено е наменета за работа со учениците – учење на далечина, но многу е корисна и за професионалниот развој на наставниците. Директно е поврзан со Google документите, а можен е и директен увоз на ресурси од системот за управување со учењето *Blackboard*, [24].

Благодарејќи на својата креативност, наставникот треба кај учениците да ја разбуди свеста за неопходноста од употребата на интернетот во наставните и воннаставните активности. Затоа, важно е прво тој сам да ги усвои и препознае вредностите кои ќе ги користи во образовниот процес.

6. ЗАКЛУЧОК

Достапноста на образованието е една од највоочливите промени. Модерните технологии создаваат можност за пристап до информациите и образовните содржини од било кое место и во било кое време. Учениците во секојдневниот живот се навикнати да го употребуваат интернетот, компјутерите, таблетите, мобилните телефони, па со самото тоа, природно очекуваат овие алатки да ги користат и во процесот на учење. Затоа, модерните технологии треба да се воведат во наставата по математика и учениците да се научат како правилно да ги користат.

И феноменот на социјалните мрежи не смее да биде изоставен, бидејќи тие се наша реалност. Честопати може да се слушнат и критики на сметка на промените коишто ги носи ваквиот концепт, но јасно е дека тој е глобално прифатен и затоа треба да се сконцентрираме на предностите кои може да се добијат со неговата примена, а во процесот на учење математика тие се големи. На социјалните мрежи треба да се гледа како на добар простор за размена и проширување на знаењата, можност за неформални комуникации и развој на соработка.

Во центарот на сите овие промени е идејата за континуирано и трајно учење. Значи, станува сосема јасно дека иднината им припаѓа на промените и учењето.

ЛИТЕРАТУРА

[1] D. Adams, M. Hamm, *Teaching Math, Science, and Technology in Schools Today, Guidelines for Engaging Both Eager and Reluctant Learners*, Second Edition, Rowman & Littlefield Education A division of Rowman & Littlefield, Lanham, Boulder, New York, Toronto, Plymouth, UK, 2014

[2] *Empowering Teaching for Digital Equity and Agency*, T. Brinda, D. Passey, T. Keane (Eds.), IFIP TC 3 Open Conference on Computers in Education, OCCE 2020 Mumbai, India, January 6–8, 2020 Proceedings, Springer, 2021

[3] D. Glasnović Gracin, *Računalo u nastavi matematike. Teorijska podloga i metodičke smjernice. 2. dio: Promjene u nastavi matematike,* Matematika i škola, 47 (2008), 81-84. https://mis.element.hr/fajli/844/47-07.pdf

[3] Р. Малчески*, Методика на наставата по математика,* Скопје, 2020. http://armaganka.org.mk/uploads/books/VZC4sYNLC0i3NlnX-gkHlg.pdf

[5] Н. Целакоски, *Дидактика на математиката со прирачник за студенти и наставници*, Нумерус-Скопје, 1993.

[6] *Eduino*, www.eduino.gov.mk

[7] *ПОИМ – Портал на Институтот за математика,* http://poim-pmf.weebly.com/

[8] *Наука за деца*, https://naukazadeca.mk/

[9] *Е-Математика*, https://www.e-matematika.mk/

[10] *Математика +*, https://matematika-plus.weebly.com/

[11] *Математираме*, https://matematirame.weebly.com/

[12] *Вредни пчели*, www.vrednipceli.ucoz.com

[13] *Учиме математика*, www.adrijanatodorova.blogspot.mk

[14] *Khan Academy*, https://www.khanacademy.org/

[15] *Patrick JMT Free Math Videos*, https://www.youtube.com/user/patrickJMT

[16] *Video Math Tutor*, https://www.youtube.com/user/videomathtutor

[17] *Numberphile,* https://www.youtube.com/user/numberphile

[18] *Math Mammoth,* https://www.youtube.com/user/MathMammoth

[19] *Pinterest,* https://www.pinterest.com/

[20] *Edmodo,* https://new.edmodo.com/

[21] *Edu Blogs,* https://edublogs.org/

[22] *Wiki spaces,* http://www.wikispaces.com/

[23] *Schoology,* https://www.schoology.com/

[24] *Blackboard,* https://www.blackboard.com/

[1] ООУ „Тодор Ангелевски“,
„Илинденска“ 82, 7000 Битола, Р. Македонија
e-mail: marijagramatkovska@yahoo.com

Примен: 30.3.2021
Поправен: 23.5.2021
Одобрен: 7.6.2021
Објавен на интернет: 16.1.2021

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 169 – 178
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

ПРИМЕНА НА КОМПЛЕКСНИТЕ БРОЕВИ ВО НАСТАВАТА ПО ФИЗИКА

Стојан Манолев [1]

Корелацијата помеѓу наставните содржини по математика и физика отсекогаш претставувала една од клучните алки за ефикасна настава по физика. Во трудот се прикажани наставни единици од физиката во кои може да се користат својствата на комплексните броеви, како на пример, нивното геометриско претставување, разните облици на запишување и модул на комплексен број.

1. ПОЧЕТОЦИТЕ НА ВОВЕДУВАЊЕ НА УЧЕЊЕТО ЗА КОМПЛЕКСНИТЕ БРОЕВИ

Од историска гледна точка првите почетоци за комплексните броеви, [5], започнуваат со трудовите на Џироламо Кардано (Girolamo Cardano, 1501–1576, италијански ренесансен математичар, физичар и пронаоѓач) во неговото дело Арс Магна (Artis Magnae, Sive de Regulis Algebraicis) објавено во 1542 година. Во 1572 година објавена е и книгата L`Algebra од Бомбели (Rafael Bombelli, 1526-1572, италијански математичар), во кој на база на работите опишани во Арс Магна изведува операции со негативни броеви, опишувајќи дури правила за работа со величини под чиј корен се наоѓа негативен број. На пример $x=1$ е очигледно решение на равенката $x^3 = 5x - 4$, но изразена во трудовите на Кардано решението е дадено во обликот:

$$x = \sqrt[3]{-2+\sqrt{-17/27}} + \sqrt[3]{-2-\sqrt{-17/27}}$$

Иако решението на равенката $x^2 + 1 = 0$ е мотивирачко и почетно при објаснување на комплексните броеви денес, главна улога одиграле решенијата на равенките од трет степен.

Првите чекори во развојот на аритметиката на комплексните броеви ги прави Бомбели. Буквата R ја користел за квадратен корен, radix quadraticus, а R^3 за кубен корен, radix cubus, p како симбол за собирање, m за одземање, а заградите укажувале на изразот на кој се однесува

разгледуваната операција. Така, изразите $\sqrt{4+\sqrt{6}}$; $\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}$ ги запишувал на следниот начин $R\lfloor 4pR6\rfloor$и $R^3\lfloor 2pR\lfloor 0m121\rfloor\rfloor$ соодветно.

Ознаката $i=\sqrt{-1}$ ја вовел Ојлер (Leonhard Paul Euler; 1707–1783, швајцарски математичар) во 1748 година. Гаус (Johann Carl Friedrich Gauß; 1777–1855, германски математичар) се смета дека прв го вовел името комплексен број.

Денес комплексните броеви имаат примена во теоријата на управување, електромагнетизмот, сигналната анализа, динамиката на флуиди, квантната механика и во други области. Колку е нивната примена важна во учењето на еден инженер по физика или професор по физика, на студентите по физика од прва година на Универзитетот „Рojал Холовеј“ во Лондон почетокот на учебната година ја започнува со химна, [4], посветена на комплексните броеви.

Воведувањето на поимот за комплексен број може да се направи на следниот начин:

– Еден од почетоците на курсевите, лекциите по математика започнуваат со барањето на решенија на равенката: $x^2+1=0$

– Равенката нема решение во множеството на реалните броеви, [1]. Нејзината трансформација во обликот $x^2=-1$ ни дава информација дека квадратот на ниеден реален број не е негативен.

– Се јавува потреба од проширување на множеството на реални броеви до множество кое треба да содржи елемент чиј квадрат е -1. Поради тоа се воведува нов број кој се означува со симболот i, таков што неговиот квадрат да е -1, т.е $i^2 \overset{\text{def}}{=} -1$, наречен *имагнарна единица*.

– Бројот $a+ib$, каде што a и b се дадени реални броеви, а i е имагинарната единица, се вика *комплексен број*.

– Ако $z=a+bi$, бројот a се вика *реален дел* на комплексниот број z и се означува со Re(z), а бројот b се вика *имагинарен дел* на бројот z и се означува со Im(z).

– Комплексниот број $z=a+bi$ може да се претстави со подреденото пар на реални броеви (a, b) и обратно, секој подреден пар (a, b) може да се запише како комплексен број $z=a+bi$.

– Рамнината чиишто точки претставуваат комплексни броеви се вика *комплексна* или *Гаусова рамнина*. Апцисната оска се вика *реална оска*, а ординатната оска се вика *имагинарна оска*.

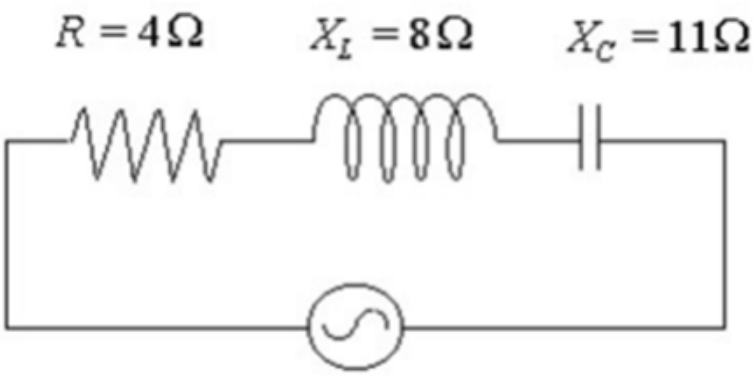
– Поим за *радиус вектор* (насочената отсечка којашто го поврзува координатниот почеток со одредена точка од Гаусовата рамнина).

Помеѓу комплексните броеви и радиус векторите постои заемно еднозначно соодветство.

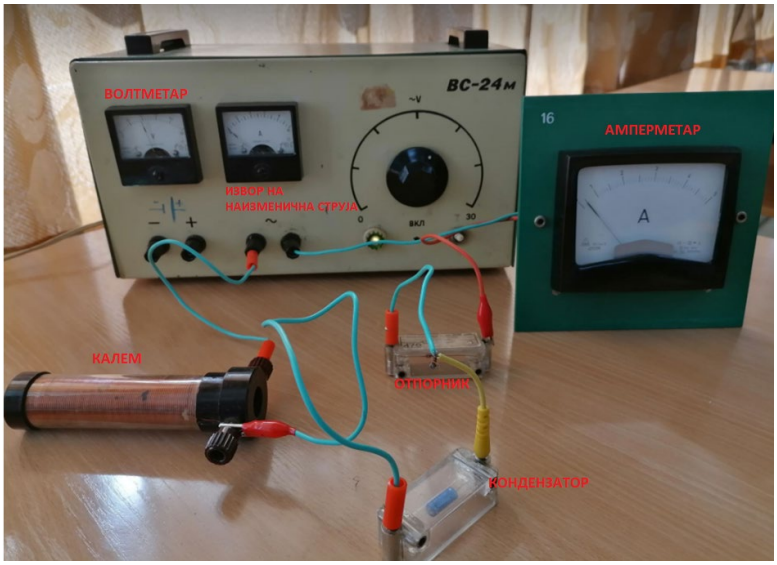
2. ПРИМЕРИ НА ЗАДАЧИ ОД ФИЗИКА ВО СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ СО ПРИМЕНА НА КОМПЛЕКСНИТЕ БРОЕВИ

Во нашето македонско образование првите лекции по математика за комплексни броеви се дадени во втора година средно образование. Во некои учебници по физика од втора и од трета година се опишани и примери за примена на комплексните броеви во објаснување и решавање задачи по физика. Како најчести примери во кои наоѓаат примена комплексните броеви во дизајнирањето на електричните струјни кругови со наизменична струја.

Пример 1. Да се пресмета вкупниот електричен отпор во круг со наизменична струја (импедансата) даден на Сликата 1 (шематски приказ) и на Сликата 2 реална монтажна шема.

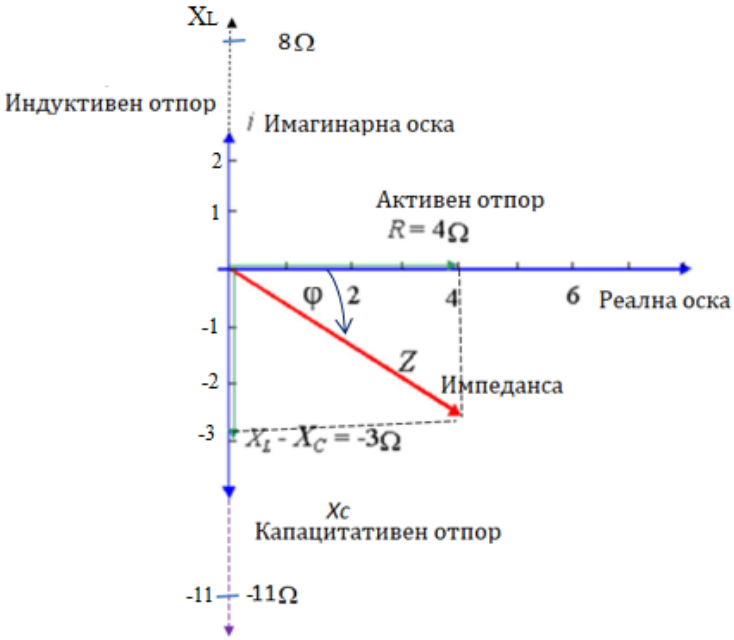


Слика 1. Сериска врска на активен, индуктивен и капацитативен отпор.



Слика 2. Реална реализирана сериска врска на калем со индуктивен отпор, кондензатор со капацитативен отпор и отпорник со термоген (активен) отпор.

Во комплексната рамнина лесно може да се прикажат вредностите на отпорот на кондензаторот (X_C), активниот (термогениот) отпор на отпорникот R и отпорот на калемот (индуктивен отпор) R_L, Слика 3, [2].



Слика 3. Комплексна рамнина – определување на импеданса.

На вертикалната оска позитивниот дел индуктивниот отпор е претставен како вектор. На негативниот дел од имагинарната оска, т.е. негативниот дел, е претставен капацитативниот отпор. Со собирање на овие колинеарни вектори кои имаат спротивна насока се добива разликата $X_L - X_C = -3\Omega$. Разликата е нов вектор кој ја задржува насоката на векторот што има поголем модул, во случајов насоката на капацитативниот отпор. Со собирање на така добиениот вектор со векторот на активниот отпор, по правилото на паралелограм, се добива резултантниот вектор, импедансата како дијагонала на паралелограмот. Вредноста на импедансата (модулот на векторот) се пресметува според Питагоровата теорема:

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = z = \sqrt{4^2 + (8 - 11)^2} = z = \sqrt{16 + 9} = 5\Omega.$$

Посочените физички величини можат да бидат претставени и како комплексни броеви во сите четири нивни записи. Притоа во однос на означувањето на некоја физичка величина како комплексен број, место *i* се користи *j*. Имено, во физиката *i* не се користи, туку *j*, поради тоа што *i* е искористена за електричната величина јачина на струја. За да се означи дека величината е комплексна, некои автори, користат црта под буквата, а некои црта над буквата. Во смисла да се прави разлика меѓу комплексна физичка величина и комплексно конјугиран број, попрактично е користење на ознаката со црта поставена одоздола. Така, претставувањето на разгледуваните физички величини како комлексни броеви е:

- правоаголен или алгебарски запис (картезијанска форма): $a + j$,
- тригнометриска форма: $|Z| \cdot (\cos\alpha + \sin\alpha)$,
- експоненцијална форма: $|Z| \cdot e^{j\alpha}$ и
- поларна форма: $|Z|, \angle\alpha$.

Импедансата за претставениот случај на векторскиот дијаграм во Гаусовата рамнина (Слика 3) може да биде претставена и како комплексен број (комплексна импеданса):

$$z = 4 - 3j \qquad (1)$$

$$Re = 4,\ Img = -3$$

Активниот отпор може да се претстави и со само реалниот дел на

комплексниот број $z_1 = 4$, индуктивниот отпор $z_2 = +8j$ и капацитивниот отпор со $z_3 = -11j$. Со собирање на активниот отпор, капацитивниот и индуктивниот отпор применувајќи ја операцијата собирање на комплексни броеви повторно може да се дојде до истиот резултат за импедансата (равенка 1).

$$z = z_1 + z_2 + z_3 = 4 + 8j - 11j = 4 + j(8 - 11) = 4 - 3j$$

Модулот на комплексниот број или апсолутната вредност на комплексниот број се пресметува со равенката

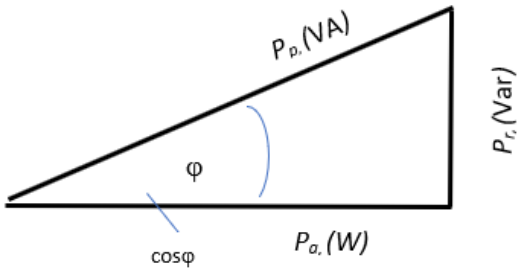
$$|z| = |4 - 3j| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{(4 - 3j) \cdot (4 + 3j)} = \sqrt{Re^2(z) + Jm^2(z)} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

Добиеното решение може да се изрази и во:

– поларен облик: $r = 5, \angle\varphi = -36{,}87^o$;
– тригнометриски облик: $z = 5(cos36{,}87^o - jsin36{,}87^o)$ или $z = 5(cos0{,}643328 - jsin0{,}643328)$;
– експоненцијален облик: $z = re^{j\varphi} = 5e^{-j0{,}643328}$.

Аголот φ, [3], изразен во поларниот облик на комплексниот број во степени 36,87° или 0,643328 rad изразен во радијани, ја покажува фазната разлика [3], помеѓу струјата *i* и напонот *u* во електричен круг со наизменична струја, (Слика 3).

Косинусната вредност од тој агол го претставува факторот на моќноста ($\cos\varphi$), кој е многу значаен за даден уред, потрошувач на наизменична електрична струја, во однос колкав дел од влезната електрична енергија е полезно искористена. Таа има вредности помеѓу 0 и 1. Колку вредноста е поблиска до 1 (0,85; 0,65; 0,50;.....), толку активната моќност е поголема и уредот е поефикасен.



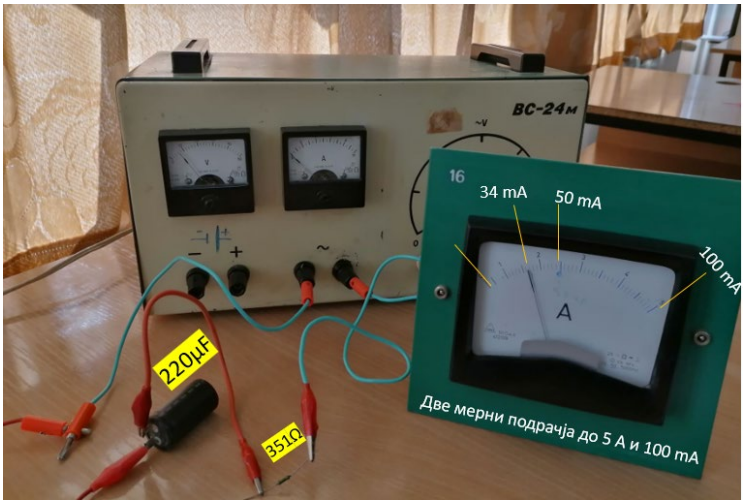
Слика 4. Вкупна, активна и реактивна моќност во круг со наизменична струја

Во следниот пример ќе покажеме експериментално мерење на ефективен напон и јачина на наизменична струја и определување на импедансата.

Пример 2. Да се пресмета импедансата (вкупниот отпор во круг со наизменична струја) и адмитансата на сериско поврзани термоген отпорник од 351Ω и кондензатор со капацитет од 220 μF. Измерените ефективни вредности на напонот и јачината на струјата во кругот се: U=11,1 V и I=34mA.

Дадено е: C=220μF, R= 351Ω, U=11,9V, I=34mA

Се бара: $z = ?$ (импеданса) и $1/z = ?$ (адмитанса).



Слика 5. Практична електрична шема на поврзаност на кондензатор и термоген отпорник.

$z_1 = 351 + 0 \cdot j = 351\Omega$ – активен (термоген) отпор;

$z_2 = 0 - \frac{1}{2\pi fC} j = -\frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 220 \cdot 10^{-6}} j \approx -14{,}5\text{j}\ \Omega$ – капацитивен отпор.

Импедансата $z = |z_1 + z_2|$ може да ја пресметаме како модул од збирот на два комплексни броеви:

$$z = \sqrt{351^2 + (-14{,}51)^2} = \sqrt{123\,201 + 210{,}54} = \sqrt{123\,411{,}54} = 351{,}3\Omega$$

Знаејќи ги ефективните вредности на напонот и јачината на наизменичната струја (вредности што ги покажуваат амперметар и волтме-

тар за наизменична струја) може да дојдеме до импедансата исползувајќи го Омовиот закон:

$$i_{ef} = \frac{U_{ef}}{z}$$

$$z = \frac{U_{ef}}{i_{ef}} = \frac{11{,}1\text{V}}{0{,}034\text{A}} = 326{,}4\Omega \ .$$

Забележуваме разлика меѓу теориски пресметаната импеданса како модул од збирот на комплексните броеви и пресметаниот резултат со мерење на ефективните вредности на напонот и јачината на струјата. Таа разлика се должи на фактот што за вредностите на отпорот и капацитетот на кондензаторот се запишани со некоја толерантна вредност, $\pm 5, 10$ или 15% , точноста на мерните инструменти и други објективни субјективни грешки при мерењата.

Адмитансата се пресметува како реципрочна вредност на импеданасата и се мери во единицата сименс, 1S. За конкретниот случај изнесува $\frac{1}{z} = \frac{1}{326{,}4} = 0{,}003S \approx 3\text{mS}$.

Физичките величини: активен, индуктивен и капацитивен отпор се скаларни величини. На величините коишто се скаларни, а им се припишува векторско својство се нарекуваат *фазори*.

Пример 3. Да се пресмета вкупниот отпор на сериско поврзаните отпорник со омски (активен, термоген отпор) $R = 20\Omega$ и калем со индуктивност $L = 240mH$, поврзани на извор од наизменична струја со фреквенција од 50Hz. Да се одреди комплексната импеданса во алгебарски, поларен и експоненцијален облик, Слика 4.

На реалната оска се нанесува активниот отпор, а на имагинарната оска индуктивниот отпор. Комплексните броеви може да се запишуваат и како **подредени** парови. Така, индуктивниот отпор може да се претстави како подреден пар $z_1 = X_L = (0, \omega L)$, а активниот отпор како $z_2 = (R, 0)$.

$$\bar{z} = Re + jIm = R + jX_L = R + j2\pi fL$$

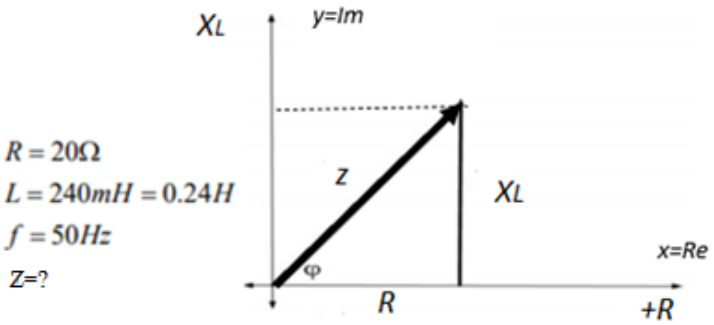
1. $\bar{z} = (20 + 75{,}36j)\Omega$ – алгебарска форма;

2. $r = |\bar{Z}| = \sqrt{R^2 + {X_L}^2} = \sqrt{20^2 + 75{,}36^2} \approx \sqrt{400 + 5679{,}13} \approx 77{,}9688\Omega$

   $\tan\varphi = \frac{X_L}{R} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\frac{75{,}36}{20} \approx 1{,}31138, rad \approx 75{,}17^0$

   $r = 77{,}97\Omega, \angle 75{,}17^0$ – поларна форма;

3. $|\bar{z}| = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 77{,}97(cos75{,}17^0 + jsin75{,}17^0)\Omega$ – тригнометриска форма и
4. $|\bar{z}| = re^{j\varphi} \approx 77{,}97e^{j1{,}31138}\Omega$ – експоненцијална форма.



Слика 6. Претставување на елементите од Пример 3.

Користењето на знаењето за комплексни броеви во наставата по физика овозможува значително олеснување и разбирање на некои физички феномени и обратно, внесувањето примери од физика на часовите по математика се губи „сувопарниот ефект“ од формулите без нивно соодветно значење.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Миладиновиќ, Т. Ѓорѓиевски, Н. Петрески, *Математика за II година,* Алби, Скопје 2002.

[2] К. Крстевски. *Физика за III година на сите технички струки и IV година општа гимназија,* Просветно дело, Скопје, 1999.

[3] *Representation de Fresnel,* http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Alternatif/Fresnel_FJ.php

[4] Imaginary Numbers, https://looneyatoms.com/2012/11/24/imaginary-numbers/

[5] N. Teofanov, *Deset lekcija elementarne matematike (Kompleksni broevi, istoriska perspektiva)*, Novi Sad 2021. https://pdfslide.net/documents/1-prvo-predavanje-kompleksni-brojevi-istorijska-perspektiva.html

[1] Средно општинско училиште „Гоце Делчев“ - Валандово, ул. Првомајска бр.3, Валандово, Р. Северна Македонија
e-mail: manolest@gmail.com

Примен: 12.6.2021
Поправен: 19.1.2022
Одобрен: 20.1.2022
Објавен на интернет: 23.1.2022

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 179 – 203
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

МЕТОДОЛОГИЈА ЗА КРЕИРАЊЕ ЕЛЕКТРОНСКИ ПРАШАЊА СО АВТОМАТСКО ОЦЕНУВАЊЕ

Марија Михова [1]

Учењето преку интернет преку ноќ стана единствен начин на едуцирање и голем број од едукаторите ги затекна целосно неспремни за справување со предизвиците коишто произлегуваат од овој начин на изведување на наставата. Еден од тие предизвици е реалното и објективното оценување на учениците. За среќа, методи, техники и алатки за електронско и автоматско тестирање се развиваат повеќе од 20 години, па технологијата веќе беше развиена на ниво да одговори на повеќето од предизвиците од овој домен. Секако, тоа само за себе не е доволно ако наставниците не знаат да ги користат тие алатки. Затоа оваа презентација ќе ги запознае наставниците по математика со можностите за креирање математички прашања што ги нуди современата технологија. Ќе се задржиме на можностите што ги нуди платформата Moodle од повеќе аспекти: видови прашања, постапка за креирање прашања, стратегија за креирање и оценување на прашањата, односно доделување поени, како и стратегија за креирање на тестот во целост.

1. ВОВЕД

Е-учење е форма на учење во која инструкциите се испорачуваат преку дигитални уреди со поддршка на интернет, [1]. Како најнова форма учење на далечина беше многу популарно и пред пандемијата, пред сé затоа што нуди флексибилност и е поевтино. Затоа се развиени голем број апликации и алатки за креирање разновидни материјали за учење преку интернет, како креирање лекции и тестови. Може да се најдат голем број посебни портали за учење од различни области, вклучувајќи ја и математиката. Дел од нив нудат содржини за учење, други дозволуваат наставникот сам да креира наставни содржини и виртуални училници, а има и можности за споделување наставни содржини помеѓу наставниците, [2, 3]. Најчесто платформите побаруваат наставникот да креира свој профил и да им ги испраќа содржините на студентите преку интернет линк. Многу често има одредени ограничувања на бро-

јот на студенти, времетраењето на часот или бројот на користени ресурси.

Математичарите многу често се спротиставуваат на ваквите методи на учење, посебно на можностите за проверка на знаењата, пред сé заради специфичноста на наставните цели, со кои се бара разбирање на суштината, а не помнење факти. Но, мислам дека токму поради тоа, најголемиот развој на алатките за е-учење е во насока на нивно користење во математиката и слични дисциплини.

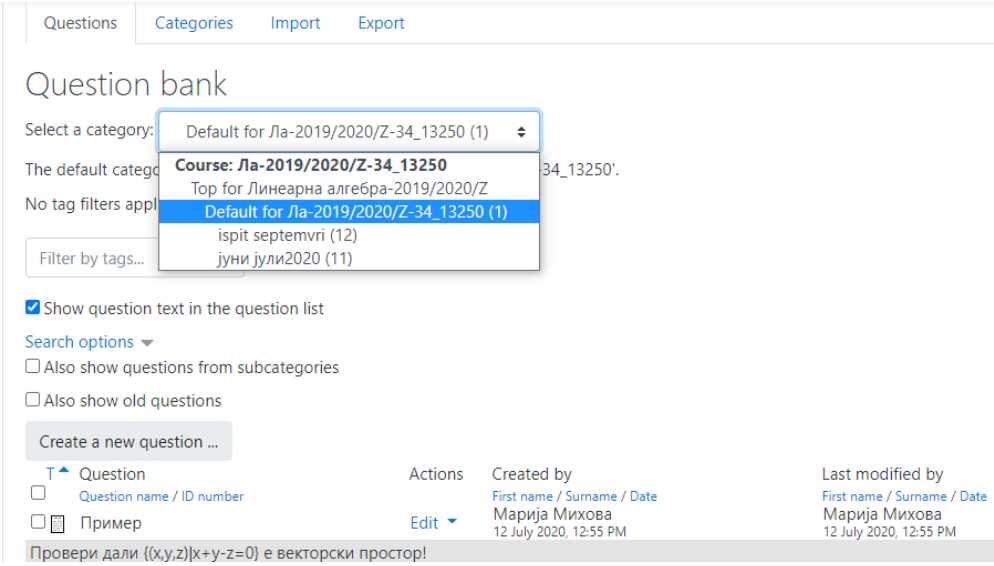
„За да може наставникот ефективно да ги користи интернет ресурсите во наставата, потребна е негова спрецифична обука. Наставниците во нашата земја имале многу малку вакви обуки и во ова време во кое одеднаш требаше да се адаптираат на промена на методологијата, голем дел од нив се најдоа пред голем предизвик. Затоа, целта на овој труд е да биде водич на наставниците за креирање е-тестови по математика. Тој е концентриран на платформата Moodle којашто е достапна на нашите наставници, но идеите што ќе бидат дадени подолу ќе можат да се искористат и за други платформи за учење [2, 3], но и за креирање прашања преку Microsoft form, Google form или Polly.

2. КРЕИРАЊЕ ТЕСТОВИ ВО MOODLE

Платформата Moodle се карактеризира со лесен и интуитивен начин на креирање прашања и квизови, односно тестови. Прашањата се зачувуваат во „банка од прашања“, каде што можат да се организираат по категории, да се преместуваат, копираат и едитираат. Во овој дел ќе биде опишано како изгледа банката од прашања и како да се работи со неа.

Банката од прашања се наоѓа во менито за администрација во левиот дел од почетната страница на курсот. Во неа може да се импортираат прашања кои се во некој од форматите поддржани од Moodle и да се експортираат прашања од него. Овде нé интересира како се креираат и организираат прашањата. На Сликата 1 е прикажано како изгледа екранот кога ќе се влезе во банката од прашања. Ако претходно имало креирани прашања во соодветната папка, тие се листаат во долниот дел од екранот. Организирањето на прашањата по категории е слично на организирање документи во папки во повеќето оперативни системи,

како Windows или Linux. Едноставно, категориите се гледаат како папки, а прашањата како документи зачувани во нив. На Сликата 1 се дадени категориите „ispit septemvri“ и „јуни јули2020“, каде што се зачувани 12 и 11 прашања, соодветно. Ако професорот сака да креира ново прашање, тогаш едноставно го притиска копчето Create a new question. Овој дел ќе биде разгледан подоцна. Ако, пак, сака да додаде нова категорија прашања, оди во делот Categories, каде што може да се избере родител категорија за новата група прашања и да ја именува.

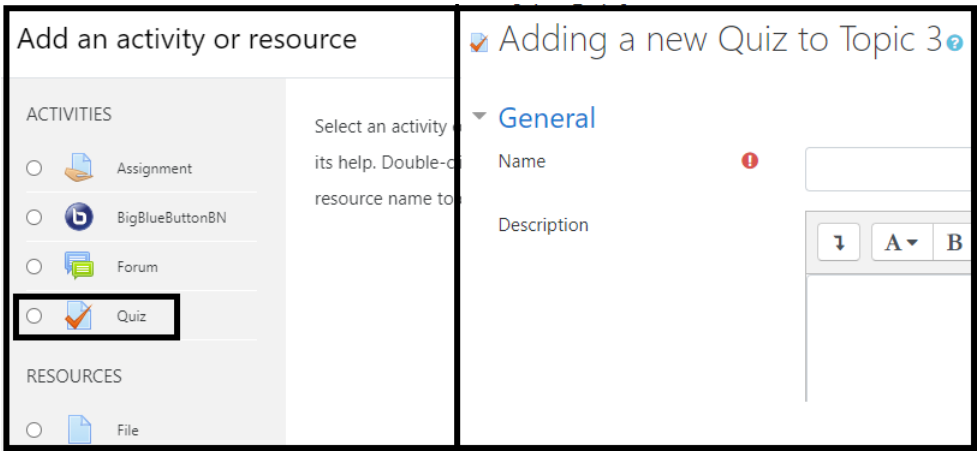


Слика 1. Изглед на Банката од прашања во Moodle.

Квизот се креира на главната страница со додавање активност или ресурс, каде што треба да се избере „Quiz“, како што е прикажано на Сликата 2 (лево). Потоа се отвора страницата на којашто може да се нагодат параметрите на новиот квиз. Прво, на квизот мора да му се даде име, Слика 2 (десно), а опционално, може да се даде и опис.

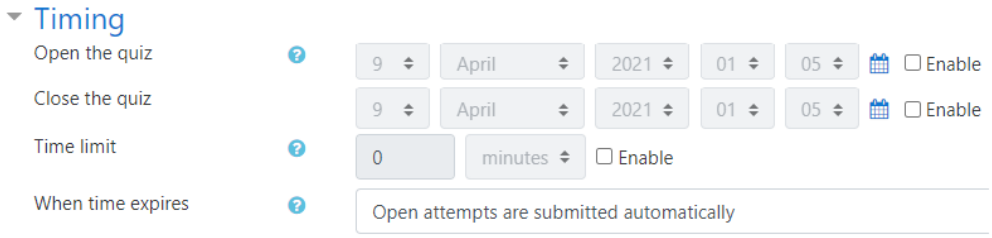
Под овие почетни делови има голем број опции кои може да се изберат. Овде ќе ги опишеме само поважните од нив. Во делот „Timing“, Слика 3, се подесува времето на отварање и затварање на квизот. Ова ни кажува од кога до кога тој квиз ќе можат да го решаваат студентите/учениците, поточно, ниту еден студент нема да може да пристапи на тестот пред времето на отворање или по времето на затворање на тестот. Не е задолжително да се подеси ова време и ако се работи за квиз

за вежбање, т.е. ако не се направи никакво подесување во овој дел, тогаш студентите ќе можат да пристапат на квизот кога сакаат.



Слика 2. Додавање нов квиз.

Кога се работи за тест за оценка, тогаш е најдобро е да не може да се пристапи пред времето кога тестот треба да започне. Во делот „Time limit“ се подесува времето за кое студентиот мора да го изработи тестот. Ако ова време се постави, на пример, на 30 минути, тогаш тестот автоматски се затвора по истекот на времето и студентот повеќе не може да се врати на тој тест. Тоа не значи дека не може повторно да го решава истиот квиз, но секое наредно решавање е од почеток, т.е. нов обид. На професорот му се видливи сите обиди на студентот како посебни тестови. Поконкретно, кога ќе го отвори тестот на конкретен студент, има јазичиња (tabs) за секој обид обележани со соодветниот број на обидот.



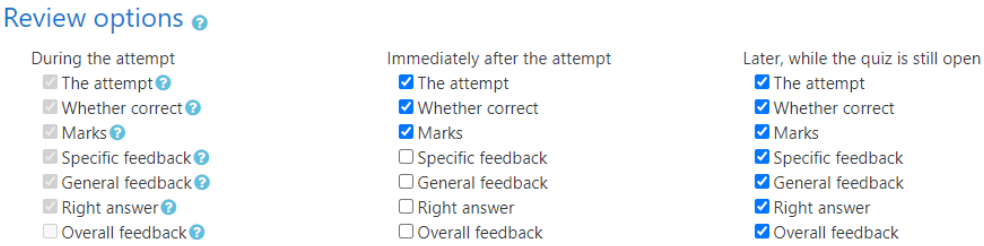
Слика 3. Подесување на параметрите за времетраењето на тестот.

Во делот „Grade“, Слика 4, се подесува бројот на поени со кои се положува тестот, но најважна опција овде е да се постави бројот на дозволени обиди, кој инаку автоматски е подесен на „бесконечен“. Кога

се работи за тест за оценка, најчесто професорот би дозволил само еден обид, за да му оневозможи на студентот да го решава истиот тест повеќепати, но за квиз за вежбање би било пожелно да се дозволат повеќе обиди.

Слика 4. Подесување параметри за оценување.

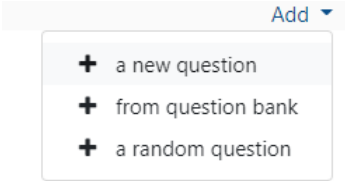
Во делот за преглед, „Review options“, Слика 5, се подесува како студентот ќе може да си го гледа резултатот. Со бирање на првата опција „The attempt“, професорот ќе му дозволи на студентот да го види својот тест. Втората опција овозможува на студентот да му биде видливо дали одговорот е точен или не, а третата е за видливост на бројот на освоени поени по секое прашање. Со избирање на опцијата Right answer професорот му дозволува на студентот да го види точниот одговор, а останатите опции се за да се прикаже автоматски коментар или коментар од страна на професорот. За секоја од овие опции може да се избере дали таа ќе биде достапна за време на обидот, веднаш кога ќе се заврши со тестот или подоцна кога квизот е сè уште отворен или кога ќе биде затворен.



Слика 5. Подесување параметри за преглед.

Корисни опции се и опциите за рестрикција што се однесуваат на студентите коишто можат да го решаваат тестот. Една од нив е поставувањето лозинка за тестот во делот Extra restrictions on attempts. Во ваква ситуација, влез во тестот ќе биде дозволен само на судентите коишто ја

знаат лозинката. Во делот Restrict access се понудени повеќе можности. Во овој дел може да се додаде група студенти на кои им е дозволено да го решаваат квизот, или да се дозволи само на студенти кои имаат одредена оценка на друг квиз.

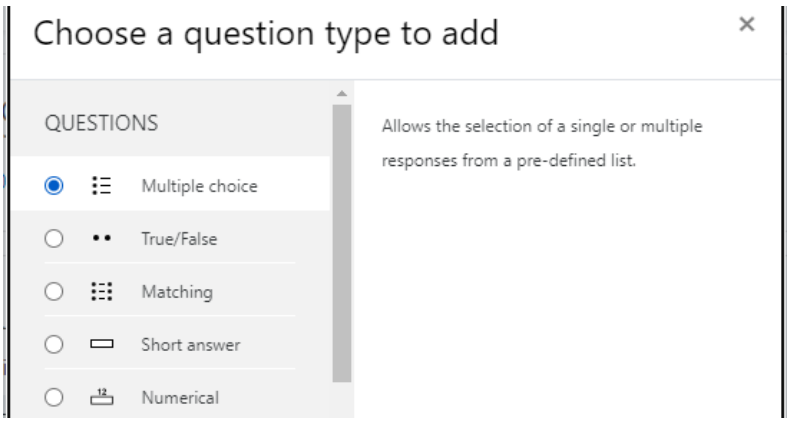


Слика 6. Внесување прашања.

Откога ќе се подесат параметрите на квизот, може да се додадат прашања. Може да се додаваат веќе креирани прашања, кои се зачувани во банката, или, пак, да се креираат прашања специфични за соодветниот тест, Слика 6. Може да се избере и случајно прашање (random) од некоја категорија од прашања, со избор на категоријата. Ако во квизот има додадени прашања, тогаш може да се пристапи кон уредување на истиот преку Edit Quiz во делот за администрација. Кога се додаваат прашања од банката прашања, автоматски се додава и соодветниот број поени на самото прашање, но за целите на квизот, тој број на поени може да се смени во соодветното поле од десната страна на прашањето.

3. ТИПОВИ ПРАШАЊА

Платформата Moodle нуди различни типови прашања, Слика 7, коишто можат да се искористат при изготвување математички тестови. Некои од нив се специјално дизајнирани за математика.

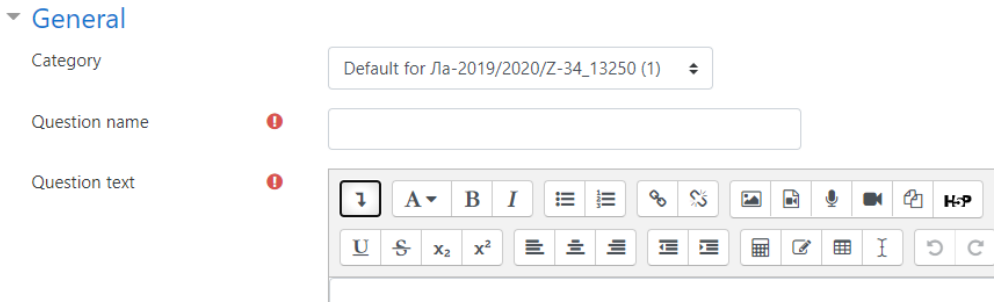


Слика 7. Листа од типови прашања.

При креирањето на секое прашање треба да се одбере категоријата во која ќе се зачува прашањето, да се внесе име на прашањето (видливо само за професорот, а не и за студентите), да се напише текстот на прашањето и да се доделат поени. Во текстот на прашањето може да се додаде слика, звук и видео, на копчињата од последната група во првиот ред. За математички прашања корисно е да се знае Latex за пишување формули. Пред и по математичкиот текст се става коса црта и загради, како на пример за да се напише дропката $\frac{a}{b}$:

\(\frac{a}{b} \).

Едноставен Latex едитор е понуден и на десеттото копче во вториот ред, слика 8, но истиот е многу рестриктивен. Ако формулата е напишана во Latex, тогаш се прикажува нејзиниот изглед како математички текст.

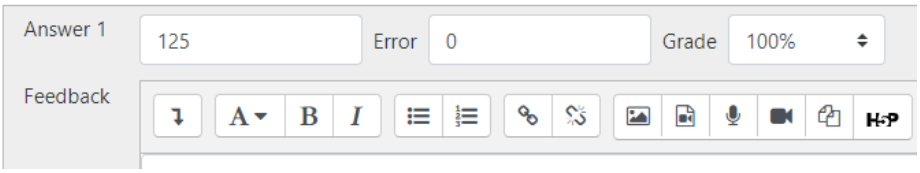


Слика 8. Креирање ново прашање.

Есејско прашање. Ваквото прашање е наједноставно да се креира, затоа што професорот само треба да го внесе текстот на прашањето. Студентот го дава неговиот одговор во вид на есејски одговор, како во тетратка. Дозволено е студентот во неговиот одговор да вметне формули во Latex и слики, но овој дел не е добро изработен од страна на самата платформа, па можно е да треба да се интервенира од страна на администраторот за истите да се додадат. Овој тип прашање не се прегледува автоматски и професорот мора да го прочита одговорот и да додаде поени. Има верзија на прашањето со автоматско прегледување, но истата брои број на зборови, реченици или таргет фрази, па не е корисна за математички прашања, [5].

Краток одговор и нумеричко прашање. Овие две прашања се многу слични. Во двата типа прашања студентот дава краток одговор,

со тоа што во нумеричкото прашање одговорот мора да биде број, додека прашањето со краток одговор дозволува каков било збор или кратка фраза. Така, ако одговорот е цел број, тогаш е потполно исто кое од овие прашања ќе се искористи, но ако се работи за децимален број кој треба да се заокружи на одреден број децимали, тогаш во нумеричкото прашање има дополнителна опција за грешка, поточно во полето Error, Слика 9, треба да се внесе големината на дозволената нумеричка грешка. Очекувано, изгледот за поставување на прашањето е речиси ист, а професорот треба да понуди можни одговори и да избере со колку поени ќе се бодува секој од нив. Ако одоговорот е фраза, којашто студентите можат да ја напишат на повеќе начини, тогаш во одоговорите може да се внесе секој можен точен одговор и да му се додели 100% од поените. Ако професорот сепак пропушти некој точен одговор, тоа може да го направи и по завршувањето на тестот, да го бодува соодветно и да направи повторно оценување на сите тестови на копчето Regrade.

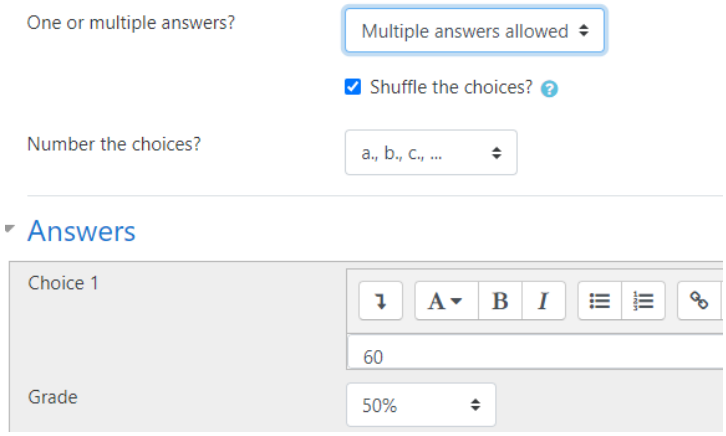


Слика 9. Нумеричко прашање.

Moodle платформата нуди повеќе видови прашања кои можат да се искористат како прашања со избор на точен одговор од повеќе понудени одговори: повеќе избори (Multiple choice), точно/неточно (True/-False), сé-или-ништо со повеќе избори (All-or-nothing multiple choice), повлечи и пушти (во текст, маркер, на слика) (Drag and drop (into text, markers, onto image)), пресметувачки со повеќе избори (Calculated multi-choice), ОУ со повеќекратни одговори (OU multiple response), избор на збор што недостасува (Select missing words). Некои од овие прашања не се разликуваат суштински, туку е различен само приказот на прашањето.

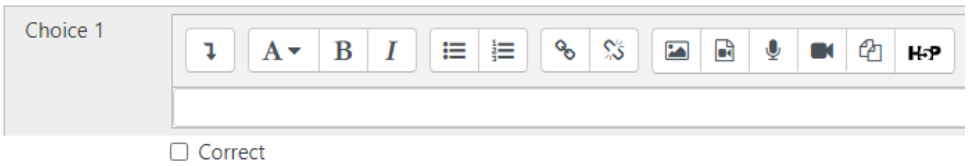
Едноставни прашања со повеќе избори. Наједноставен тип прашање со повеќе избори е Multiple choice прашањето. Во ова прашање, во делот за одговори се внесуваат сите понудени одговори кои ќе му се прикажат на студентот, Слика 10. Понудени се повеќе прозорци за запишување на сите понудени одговори. За секој одговор може да се из-

бере процент од –100% до 100% од поените што ќе ги освои студентот со избирање на соодветната опција. Дополнително, постои опција за само еден точен одговор или за повеќе точни одговори. Ако се избере опцијата за само еден точен одговор, тогаш еден од изборите мора да вреди 100%, а за останатите избори нема рестрикции. Ако се избере опција за повеќе избори, како на Слика 10, тогаш мора изборите со позитивен број поени да се сумираат до точно 100%. За ваквото прашање треба да се има предвид дека ако не се доделат негативни поени за неточните избори, тогаш студентот може да ги избере сите понудени одговори и да ги добие сите поени, без разлика што повеќето понуди се неточни.



Слика 10. Multiple choice прашање.

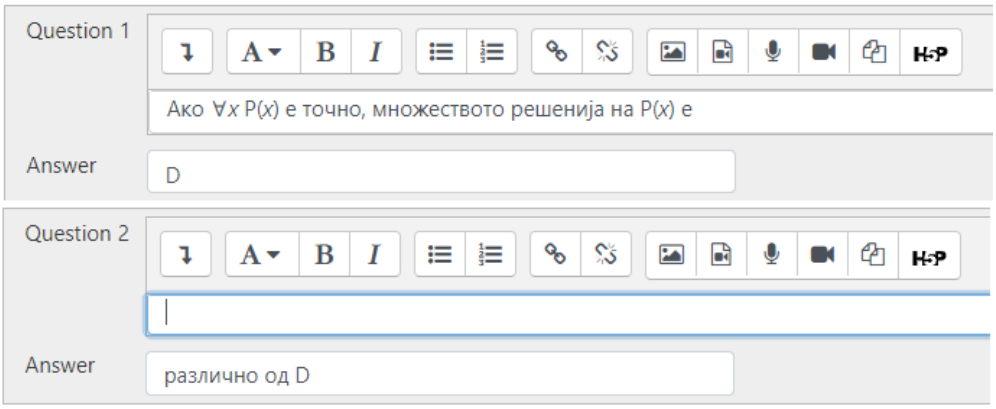
Во сите прашања со повеќе избори има дополнителна опција за мешање на изборите, со која на секој студент понудените одговори му се прикажуваат по случаен редослед. True/False типот прашања е само поедноставен тип прашање со повеќе одговори и во него се можни само два одговори, Точно и Неточно.



Слика 11. All-or-nothing multiple choice и OU multiple response прашања.

Прашањата сé или ништо со повеќе избори и ОУ повеќекратни одговори. Овие прашања се варијација на прашањето со повеќе

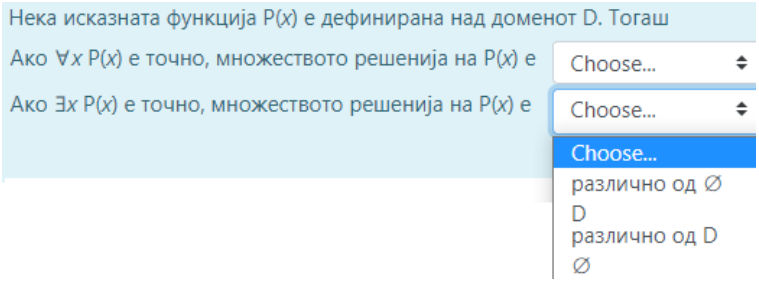
избори, со што се избегнува можност прашањето да биде оценето со негативен број поени. Истото се користи кога во понудените одговори може да има повеќе точни и од студентот се бара да ги обележи сите точни одговори. Ако студентот не избере барем еден точен одговор или избере еден неточен одговор, во сé или ништо прашањето не добива воопшто поени за тоа прашање, додека кај прашањето ОУ повеќекратни одговори, ако се избере барем еден точен одговор истото ќе се бодува со 50%. При краирање на прашањето, понудата на избори се прави на ист начин како и кај прашањето со повеќе избори, но наместо да се доделуваат поени на секој избор само се обележува точениот одговор со обележување на полето Correct, Слика 11.



Слика 12. Поставување прашање од тип Matching.

Прашање со поврзување. Овој тип прашање може да се користи за да се постават повеќе потпрашања во рамките на едно прашање, слика 13. Секое потпрашање мора да има само еден точен одговор. За секое потпрашање има оставено посебен прозорец за поставување на прашањето и дел за пишување на точниот одговор, слика 12. Ако професорот сака да понуди одговори кои не се точен одговор на ниту едно од потпрашањата, тогаш може да искористи потпрашање во кое ќе има само одговор, како што е прашањето 2 на слика 12. Во прашањето кое го добива студентот е даден главниот текст и текстот за секое потпрашање. После секое потпрашање има паѓачко мени во кое се наоѓаат сите избори кои се појавиле како одговор на некое од поставените потпрашања и студентот треба да избере еден од нив. Бодувањето е на тој начин што вкупниот број поени кои се доделени на целото прашање се

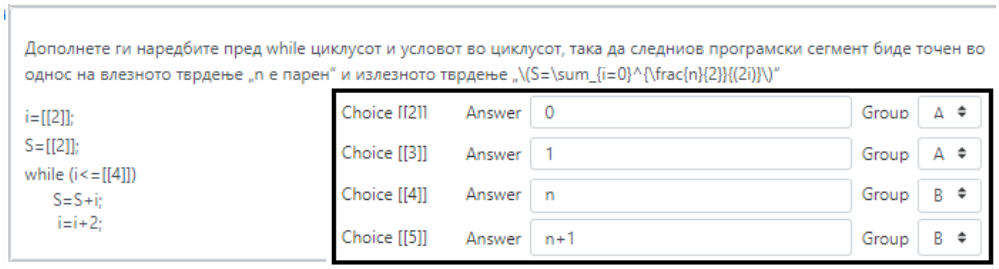
дистрибуираат рамномерно. На пример, ако прашање со две потпрашања носи 4 поени, секое од потпрашањата носи по два поени. Всушност, овој тип прашање може да замени неколку од претходно опишаните прашања, но има ограничувања во три аспекти: не може да се интервенира во бодувањето, не може да се понудат повеќе точни или делумно точни одговори и секое од потпрашањата ги има истите понудени одговори.



Слика 13. Приказ на прашање од тип Matching.

Избирање збор што недостасува. Овој тип прашање е генерализација на Matching типот на прашање, затоа што дозволува да се избере одговор од листа на одговори на повеќе места во прашањето, кои се вгнездени на кое било место во текстот на прашањето. Уште повеќе, одговорите кои се бираат може да се поделат во групи, па во една листа одговори да се појават едни одговори, а во друга листа други. Затоа може да се искористи секаде каде се користи типот прашање Matching, а може да се искористи и за посложени прашања. На Слика 14 во бледата рамка е прикажано како изгледа прашањето, а во делот со потемна рамка е прикажан начинот на пополнување на одговорите, односно изборите со кои може да се пополнат местата на кои недостасуваат зборови. Имено, секаде каде што во текстот ќе се внесе дел од облик „[[број]]“, на студентот ќе му се прикаже листа од понудени зборови кои треба да се вметнат на тоа место. На пример, во третиот ред во прашањето на слика 14 стои [[2]]. Во точниот одговор на тоа место би требало да стои 0, па подолу во листата на одговори на местото Choice[[2]] се запишува 0. Во петтиот ред стои [[4]], што треба да се пополни со n, што е точниот одговор кој го има како Choice[[4]] одговор. Може да се забележи дека на сликата одговорите се поделени во група А и група В. Тоа значи дека во листата на спуштање на местото обележано со [[2]] ќе

се појават сите понудени одговори кои се во групата на вториот избор, односно сите од групата А, додека во листата на спуштање на местото обележано со [[4]] ќе се појават сите понудени од групата В.



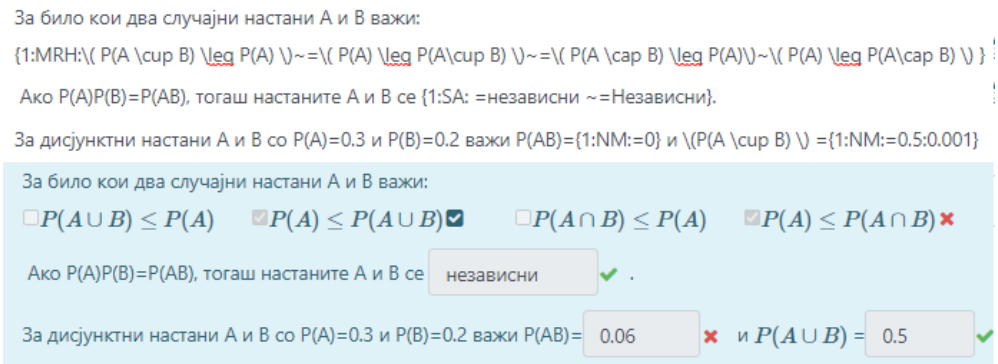
Слика 14. Поставување прашање од тип Select missing word.

Повлечи и пушти прашање. Вакви прашања има повеќе типови и тоа: Повлечи и пушти во текст (Drag and drop into text), Повлечи и пушти во слика (Drag and drop into image) и Повлечи и пушти во маркирани делови (Drag and drop markers). Прашањето за повлекување и ставање во текст суштински не се разликува од прашањето за збор кој недостасува во текст. Разликата е само во тоа што во ова прашање наместо листа на спуштање се прикажува листа од објекти кои може да се постават на празните позиции. Празните позиции се обележуваат на ист начин како и во прашањето за Missing word, одговорите се групираат на ист начин, но има и дополнителна опција колку пати може даден објект да се користи, дали еднаш или бесконечно многу. Пример за изгледот на вакво прашање е втората задача на слика 25. Прашањето Drag and drop into image и drag and drop markers дозволува да се додаваат објекти во слика, но на нив нема да се задржиме. За начинот на креирање ваков тип прашања може да се погледа некое видео на YouTube, [4]. Поените и во двата типа прашања се распределуваат рамномерно на сите позиции кои треба да се пополнат.

Прашање со вградени одговори (Embedded). Овој тип на прашање дозволува во рамките на едно прашање да се вметнат повеќе прашања од тип нумерички прашања, прашања со краток одговор и прашања со повеќекратен избор. Со вакво прашање може да се постигне целта на сите погоре објаснети прашања, а дополнително го разрешува и проблемот да се избегне рамномерно распределување на поените по секое место за пополнување. Единствена рестрикција е што бројот на поени на секое прашање мора да биде природен број, вклучувајќи и 0. Со добро

осмислено прашање од ваков тип може да се оцени и постапка за решавање.

На Сликата 15 е даден пример на прашање што содржи 4 вгнездени одговори. Првиот одговор е од тип избор од повеќе одговори, вториот од тип краток одговор, а третиот нумерички одговор. Податални информации во врска со креирањето вакво прашање може да се видат на официјалната страница на Moodle, [6], или на некое од многуте видеа на YouTube, [7]. Овде накратко ќе ги опишеме главните елементи.



Слика 15. Поставување прашање со вгнездени одговори и негов приказ.

За секој одговор што студентот треба да го внесе, се пишува мал код во големи загради. Неговиот облик се состои од 3 дела одделени со две точки (:) и генерално изгледа вака:

{поени: тип на прашање: =одговор1~%50%одговор2…}.

Во делот поени се пишува колку поени треба да носи точниот одговор на прашањето. Во делот тип на прашање се запишува од кој тип е прашањето и се користи кратенката SA за прашање со краток одговор, NM за нумеричко прашање, MC, MCV или MCH за прашање со повеќе избори и MRV или MRH за прашање со повеќе одговори. Последните букви V и H на прашањата со повеќе избори или одговори се однесуваат на приказот на изборите, V е за вертикален, а H за хоризонтален приказ. Само MC ќе ги прикаже одговорите во опаѓачко мени. Понудените избори кај прашањата од соодветниот тип или точните или делумно точните очекувани одговори кај прашањата од тип нумерички или краток одговор се одделуваат со ~. Пред точниот избор/одговор на кој било тип прашање може да се стави = или %100%. Ако професорот сака некој избор или одговор да го бодува со дел од поените или со

негативни поени, го пишува соодветниот процент. На пример, %50% ќе додели само половина од „поени“, а %–50% ќе одземе половина од „поени“. Во прашање со повеќе избори понудата на одговорите може да се појави по случаен редослед, ако се искористат опциите MC_S, MCV_S или MCH_S. На пример, во следното прашање:

Ако за настаните A и B важи P(AB)=P(A)P(B), тогаш настаните се:
{2:MC_S:%100%независни~%-25% дисјунктивни ~%-50%невозможни}

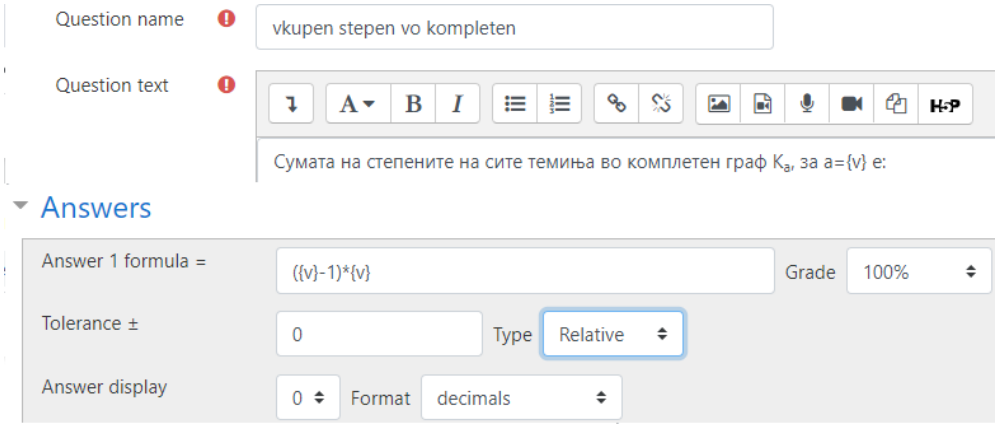
тогаш одговорите ќе се појавуваат по случаен редослед, а студентот кој ќе одговри „независни“ ќе добие 2 поени, студентот кој ќе одговори „невозможни“ ќе биде бодуван со –1 поен, а студентот кој ќе одговори „дисјунктвни“ ќе биде бодуван со –0,5 поени.

Кај кратките одговори и нумеричките прашања професорот може да понуди опции од повеќе очекувани одговори. На пример, во вториот вгнезден одговор на сликата 15, без разлика дали студентот ќе напише „независни“ со мала или голема буква, ќе ги добие сите поени на тоа прашање. Секој друг одговор ќе се бодува со 0 поени.

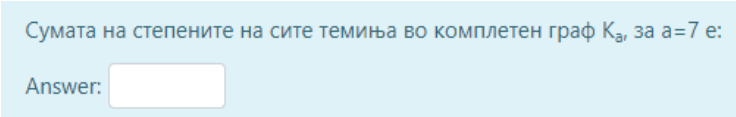
Кај нумеричките прашања може да се допрецизира и точноста на одговорот со „:грешка“. На пример во последниот вгнезден одговор е поставено одговорите со грешка помала од 0,001 да се бодуваат како точни одговори.

Пресметувачки прашања. Ова се прашања во кои одговорите се даваат во вид на формула со повеќе променливи. За секоја од променливите се генерираат случајни броеви во даден интервал, Генерално има два типа вакви прашања, прашање со избор на одговори и прашање со допишување на одговорот. Во двете опции формулата се запишува на ист начин, при што во опцијата со избор на одговори може да се понудат погрешни формули. Затоа, овде ќе биде објаснето само како се креира едноставно пресметувачко прашање. На Сликата 16 е илустрирано како се поставува вакво прашање. Во текстот на задачата, променливите кои се појавуваат се ставаат во големи загради. На пример, во текстот на сликата 16 променливата е {v}, а одговорот може да се пресмета по формулата ({v}-1)*{v}. Студентот го добива прашањето во обликот како на сликата 17, каде на местото на {v} е напишан бројот 7. Одговорот на студентот на ова прашање треба да биде 42, затоа што

(7 – 1)·7=6·7=42. Овие променливи се нарекуваат заменувачки симбол (wildcard).

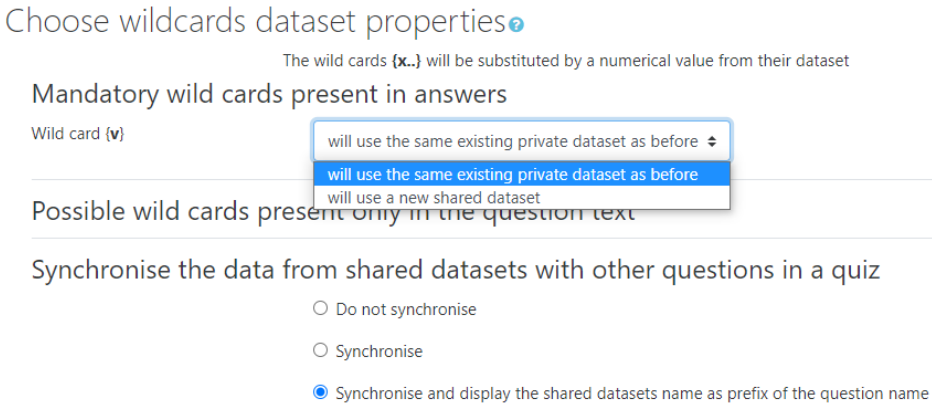


Слика 16. Поставување на пресметувачко прашање.



Слика 17. Приказ на пресметувачко прашање.

Понатаму, при креирањето на прашањето треба да се дефинира множеството вредности од кое ќе се бираат заменувачките симболи. За разлика од претходните прашања, овде не може веднаш да се зачува прашањето, туку копчето „Next“ води на екранот од Сликата 18, каде што професорот треба да избере дали за ова прашање ќе искористи исто множество симболи со претходните прашања што го содржат истиот симбол.

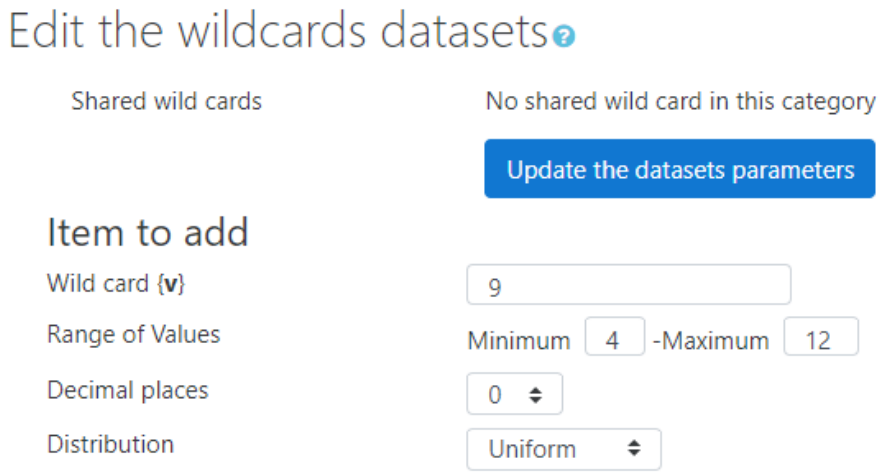


Слика 18. Избор на својствата на заменувачките симболи.

Нема да навлегуваме во суштината на оваа синхронизација на заменувачките симболи, само ќе напоменеме три работи. Прво, синхронизација се прави само ако во групата во која го снимате соодветното прашање има или планирате да додадете прашања што го содржат истиот симбол и ако досега не сте го искористиле тој симбол, тогаш треба да изберете да се користи ново множество податоци. Второ, ако направите синхронизација на вредностите, во наредниот чекор ќе мора да ги поставите истите параметри како и во претходните прашања, бидејќи во спротивно ќе се појави проблем кај претходно креираните прашања во кои го имате истиот симбол. И трето, дури и да направите синхронизација на симболот, сепак ако студентот добие повеќе рашања со истиот заменувачки симбол, вредноста што ќе биде избрана може да биде различна во секое прашање. На пример, ако во истата група прашања и во тестот се додаде прашање „Колкав е бројот на ребра во комплетен граф со a={v} темиња“, на студентот кој за претходното прашање од сликата 17 го добил бројот 7, на ова прашање може да го добие бројот 8 или кој било друг број. Поради тоа, кога некој прв пат креира вакво прашање, не мора да се оптоварува околу изборот на опциите во овој дел и најдобро е во секое прашање да користи различни симболи.

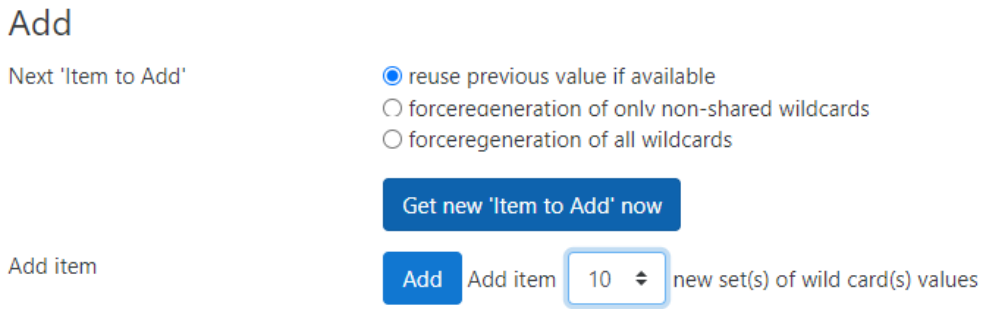
Во наредниот чекор се уредуваат заменувачките симболи. Прво се бира рангот на вредностите кои би се генерирале, во делот „Range of Values“, кои во нашиот пример на сликата 19 се од 4 до 12. Во полето над избор на рангот се запишува една вредност од тој ранг, само како пример и воопшто не е важно која вредност ќе се избере. Во наредните два реда се бира бројот на децимали на бројот и од каква распределба да се прави изборот. Бројот на децимални места е важен, и во нашиот пример, бидејќи станува збор за број на темиња во граф, мора да се избере цел број, т.е. број со 0 децимални места. Изборот на распределбата не е важен.

Во овој дел, подолу има наслов „Answer tolerance parameters“, во кој за избраната вредност за заменувачкиот симбол погоре се пресметува одговорот и во тој дел може да се игнорира сé освен можеби подесувањето на толеранцијата на грешка на одговорот и бројот на децимали при приказот на точниот одговор.



Слика 19. Уредување на заменувачките симболи.

Поважен е делот со наслов „Add“, слика 20, каде што всушност се генерираат прашањата. Во овој дел се избира колку различни прашања да се изгенерираат. Под различно прашање се подразбира различна комбинација за заменувачките вредности. Бројот се бира во полето „Add item“, се притиска на копчето Add и „Get new item to Add now“. По ова, може да ве врати на почетокот на страницата каде што треба да го ажурирате множеството вредности. Додека не се заврши ова, нема да се појави копчето „Save changes“ на дното на страната и ако истото не се појави, значи дека податоците не се ажурирани или не се додадени доволно вредности и таа постапка ќе треба да се повтори.



Слика 20. Генерирање прашања.

Подолу на оваа страна има наслов „Delete“, со кој може да се избришат дел од генерираните задачи, и копче „Display“ со чие притискање ќе се покажат дел од случајно избраните вредности и соодветните одговори. На крај, на копчето за снимање „Save“, се снима прашањето.

4. СТРАТЕГИИ ЗА КРЕИРАЊЕ ПРАШАЊА

Како и при креирање стандарден тест на хартија, главната цел на професорот треба да биде да дизајнира добар, објективен тест, кој го рефлектира вистинското знаење на студентот. Поради тоа, пред да се пристапи на креирање на прашањата, треба да се идентификуваат целите на тестот во насока на идентификација што е она што студентите треба да го знаат, односно што е она што треба да се оцени дали е научено и во која мера. Во наредниот чекор професорот треба да размисли со какво прашање или пакет од повеќе прашања може да ги постигне зацртаните цели, без да се оптоварува со фактот дека треба да креира електорнски тест, бидејќи секогаш кога нема да има добра идеја за автоматско прашање, може да се одлучи за есејско прашање. Откога ќе направи скица за прашањата кои сака да ги постави, треба да размисли дали одредени прашања со одредена модификација ќе можат да се формулираат како автоматски прашања. На крај мора добро да се обмисли како ќе се креира автоматското прашање, во насока на објективноста и исполнување на целта.

Иако на прв поглед изгледа дека со типовите прашања разгледани во претходното поглавје не може реално да се оцени математичко знаење, креативен професор може да дизајнира прашања коишто понекогаш и пообјективно ќе го оценат знаењето на студентот, во споредба со есејски одговор. Мора да се потенцира дека ова не е лесна работа и побарува повеќе работа, иновативност, креативност и обмислување од страна а професорот, за разлика од стандардните прашања. Овде ќе дадеме неколку стратегии за креирање вакви прашања.

За задачи во кои постапката за доаѓање до решение не е клучен елемент, како на пример во едноставни комбинаторни задачи од броење, избор од повеќе понудени одговори, нумеричко или пресметувачко прашање е исто толку добро решение како и есејски одговор. Сепак, треба да се има предвид дека нумеричко или пресметувачко прашање може да се искористи само во ситуации кога за пресметување на точниот резултат не се потребни многу операции, како што се прашањата прикажано на Сликата 17 и Сликата 15. Од друга страна таков тип на прашање не е соодветен за задачата прикажана на Сликата 21, каде што

одговорот е 6^{10}, но истото може да се зададе преку избор од понудени одговори. Генерално, во прашање во кое има избор од повеќе одговори, важни се понудените неточни одговори, за да не се навлезе во замка студентот да ги елиминира оние кои не се логични. Ако задачата од Сликата 21 биде поставена како есејско прашање, од студентот ќе се очекува да ја изведе формулата, па со понуда на 9 можни формули кои ги содржат броевите кои ги има во текстот, се елиминира нагаѓање од страна на студентот и тој би морал да ја изведе формулата за да одговори точно. Ако дополнително се доделат и негативни поени за неточните одговори, тогаш е многу веројатно дека студентите кои не го знаат одговорот воопшто нема да го одговараат прашањето.

Секој од десетте патници во авионот со 23 редови седишта, избрал ред во кој ќе се смести. Секој патник бил сместен во посебен ред. Во секој ред има по 6 седишта обележани со A, B, C, D, E и F. На колку начини патниците можат да се сместат во седиштата?

a) $6!$ b) $6! \cdot \frac{23!}{13!}$ c) $6!\frac{23!}{10!13!}$ d) 6^{10} e) $6^{10} \cdot \frac{23!}{13!}$ f) $6^{10}\frac{23!}{10!13!}$ g) $10^6 \cdot \frac{23!}{13!}$ h) $10^6\frac{23!}{10!13!}$ i) 10^6

Слика 21. Комбинаторна задача со избор од повеќе одговори.

На Сликата 22 е даден пример на задача во која студентите треба да ги подесат вредностите на непознатите параметри во формулата за функција на подобност, која се користи за изведување на оценувач за параметарот λ.

Нека $x_1, \ldots, x_k$ е независен примерок кој доаѓа од Поасонова распределба со параметар λ. Тогаш функцијата на подобност го има следниов облик $\prod_{i=a}^{b} \frac{\lambda^c}{d!} e^{-\lambda}$. За да формулата биде точна треба

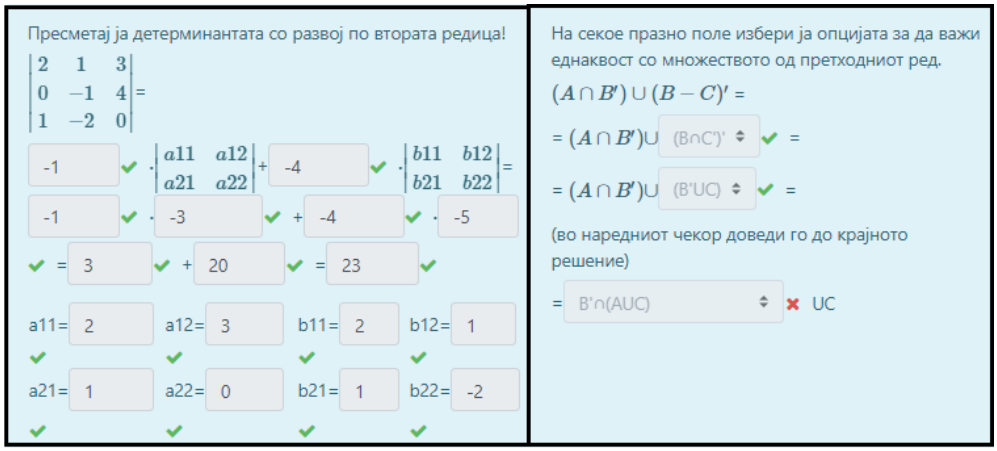
a=	○0	○1	○k	○i	○x_1	○x_k	○x_i	○∞
b=	○0	○1	○k	○i	○x_1	○x_k	○x_i	○∞
c=	○0	○1	○k	○i	○x_1	○x_k	○x_i	○∞
d=	○0	○1	○k	○i	○x_1	○x_k	○x_i	○∞

Слика 22. Избор на вредности на параметри.

Искуството покажува дека студентите имаат проблем со разбирање на значењето на функцијата на подобност и најчесто грешат во нејзиното изразување, односно погрешно ги подесуваат параметрите коишто се бараат. Потоа најчесто врз основа на каква било форма од оваа функција, на крај ја добиваат точната статистика за параметарот, затоа што знаат што треба да биде резултатот, нормално правејќи голем

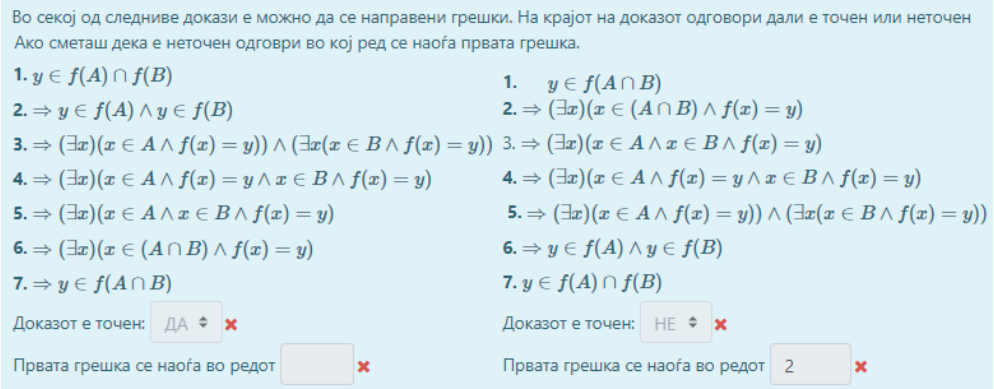
број грешки во изведувањето. Според тоа, без разлика дали ќе биде дадена оригиналната задача, да се изведе оценувачот, или ова прашање, студентите ќе бидат објективно оценети, односно оние кои го разбираат концептот успешно би ги решиле и двете задачи, а оние коишто не го разбираат концептот ќе направат грешки и во двете.

Најверојатно најголемата дилема за професорите по математика е дали со автоматски прашање може да се провери постапката за решавање, знаењето да се спроведе доказ и искаже дефиниција. Јасно дека начинот на изразување на студентот не може да се оцени поинаку освен со есејско прашање, но има начини да се провери дали студентот ги разбира и знае концептите. На пример, со пакетот прашања на сликата 15 може да се провери дали студентот владее со поимите од случајни настани, како независност, пресек и унија. Два примери за прашање во кое се оценува постапка се дадени на сликата 23. Во првата задача се оценува постапката за пресметување детерминанта на матрица, а во втората постапката за трансформација на множества. Сепак, ако професорот сака автоматски да се оценува постапка за решавање на задача, треба да биде спремен дека ќе мора да го наговести обликот на решението.



Слика 23. Задачи за проверување постапка за решавање.

Дали студентот го разбира концептот на доказ може да се провери со прашање во кое студентот треба да препознае дали понуден доказ е точен, а ако не е, да препознае каде или зошто е направена грешка, како прашањето на Сликата 24.



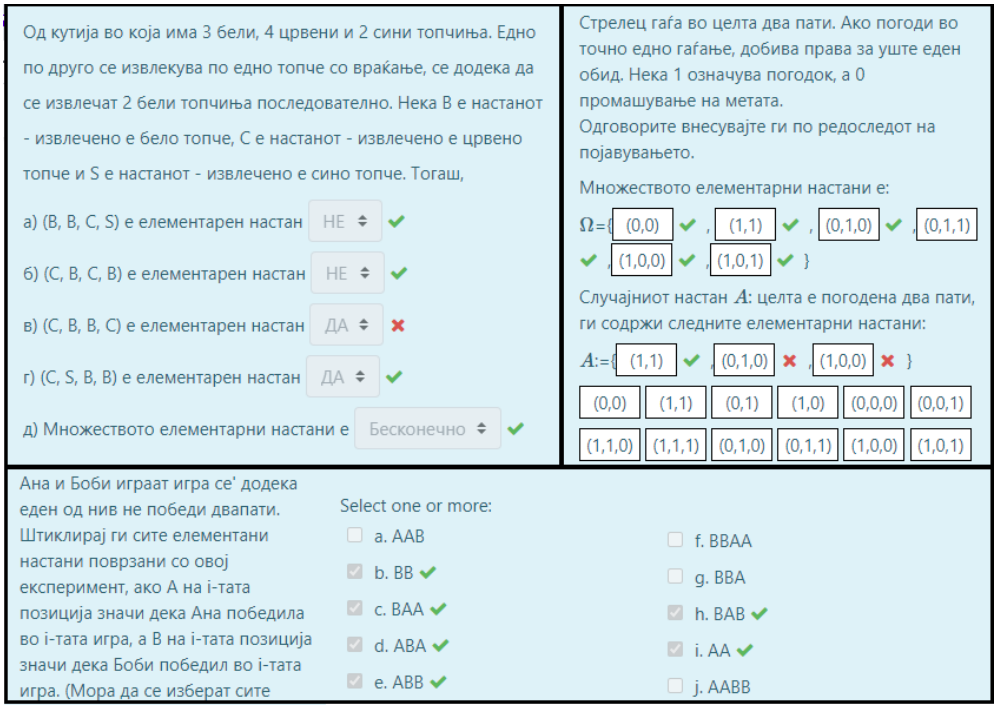
Слика 24. Прашање со докажување.

Креативен професор може да обмисли различни стратегии со кои може да постави проблемска задача во облик на прашање кое автоматски се прегледува и уште повеќе, не мора да значи дека таквото прашање ќе биде полесно во споредба со прашање со есејски одговор. Напротив, добро формулирано прашање може да биде предизвик дури и за студентите кои многу добро ги разбираат концептите.

5. СТРАТЕГИИ ЗА БОДУВАЊЕ

Посебно внимание при креирањето на едно прашање треба да се посвети на неговото бодување. Притоа, не треба да се размислува на бодувањето на точните одговори, туку на бодувањето на неточните или делумно точните одговори. Имено, на крајот студентот ја добива оценката во зависност од вкупниот број поени, па ако во прашањето се доделуваат поени за неточни одоговори или не доделуваат поени за делумно точни или точни одговори, тоа значително ќе влијае на неговиот успех. Освен што треба соодветно да се избере типот на прашање, треба да се обмисли кога да се доделуваат негативни поени на погрешни одговори и кога воопшто да не се доделуваат поени.

На Сликата 25 е прикажана слична задача поставена преку различни типови прашања. Во секоја од задачите треба да се определи множеството елементарни настани опишани во проблемот. Во првата задача за избрани настани треба да се избере дали припаѓаат во множеството елементарни настани, а во другите две треба да се определи целото множество елементарни настани, со тоа што во втората треба да се подредат во множество, а во третата треба да се селектираат.

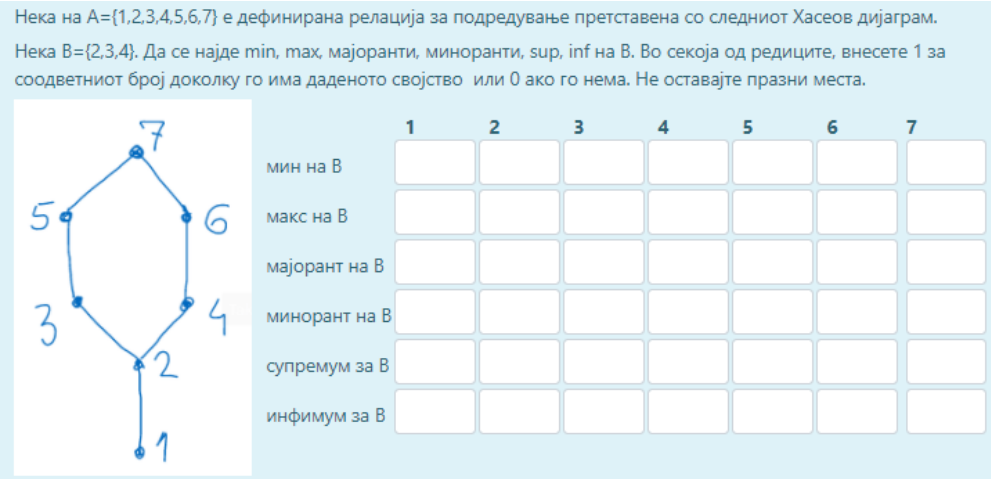


Слика 25. Слична задача поставена со различни типови прашања.

Бодувањето во секоја ситуација е различно. Во првата задача се добиваат поени за секое точно одговорено потпрашање, при што за неточен одговор може да се доделат и негативни поени, но и за секое потпрашање може да се доделат различен број поени за точен одговор. Настаните за кои е поставено потпрашање се специфично избрани за да се добие слика за нивото на разбирање на овој поим од страна на студентот. Во втората задача секој точно наместен настан носи еднаков број поени, но може да се случи студент кој точно ги избрал настаните, но ги подредил во погрешен редослед да биде бодуван со 0. Од друга страна, пак, може да се случи студент случајно да погоди само два или три настани и да ги намести на соодветната позиција, па да добие солиден број поени. Оттука ваквиот тип прашање не е соодветен за задачата и таа ќе мора рачно да се препрегледа, што не е идејата на автоматските прашања. Третата задача во ситуацијава е од тип „сé или ништо“, што значи една грешка се бодува со 0 поени. Професорот може да одбере и друг начин на бодување, со користење тип на прашање со повеќе одговори или повеќекратни одговори, но треба добро да размисли да не западне во друга замка. На пример, ако се избере секој точен одговор да

носи позитивен број поени, а секој неточен 0 поени, тогаш студент кој ќе ги селектира сите понудени опции ќе ги добие сите поени, што воопшто не е објективно. Ако, пак, избере неточните одговори да носат негативни поени, тогаш на некои студенти прашањето може да им се бодува со негативни поени, што во некои ситуации може да не е пожелно. Ако, пак, се одбере опција на прашање со повеќекратни одговори, тогаш студент кој не селектирал само една опција и студент кој точно селектирал само една опција ќе бидат исто оценети, со половина поени и тоа повторно не е објективно.

Колку бодувањето е важно ќе илустрираме на пример со различни бодувања на истото прашање, дадено на Сликата 26, кое го одговарале 175 студенти на Факултетот за информатички науки и компјутерско инженерство по предметот Дискретна математика во февруарската сесија 2021 година.



Слика 26. Прашање поврзано со Хасеов дијаграм.

Ако сите полиња вредат ист број поени и нема негативни поени, тогаш среднот број поени кои би ги добиле студентите е 64,38% од вкупниот број поени. Може да се забележи дека студент со стратегија да ги стави сите 0, при вакво бодување ќе добие 34 од 42 поени што е околу 80% од поените, а сосема случајно пополнување на полињата многу веројатно би му донело на студентот барем 30% од поените. Ако се оди со стратегија за погрешен одговор на студентот да му се одземат половина од поените кои ги носи прашањето, тогаш просечниот про

цент поени кои би ги освоиле студентите е 57,86%. Ако полињата во кои треба да се напише 1 се бодуваат со двојно повеќе поени отколку оние во кои одговорот е 0 и нема негативни поени, средната вредност на процентот поени кои би ги освоиле студентите е 62,67% од поените, а со негативни поени за неточните одговори овој процент би бил 55,26%. Од друга страна, ако прашањето се прегледа мануелно и за точен одговор на секое од шестте прашања се доделат сите поени за тоа прашање, а за неточен се доделат 0 поени, тогаш просечниот процент поени би бил само 36,49%.

6. ЗАКЛУЧОК

Овој текст претставува краток прирачник за креирање е-тестови од областа математика. Објаснета е постапката за креирање на најважните типови прашања на платформата Moodle кои се корисни за професорите по математика и други сродни дисциплини, во кои акцент се става на решавање задачи. Дадени се неколку идеи како да се направат прашања со кои може да се оцени знаењето на студентите на сензитивни математички коцепти, како прикажување на постапката при решавање и разбирање доказ. Прикажана е важноста за избор на типот на прашање и бодувањето на прашањата преку разработка на неколку примери на задачи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] R. C. Clark, R. E. Mayer, *E-Learning and the Science of Instruction: Proven Guidelines for Costumers*, Willey, 2016.

[2] *Digitalchalk | Top 10 Quiz Makers Teachers Educators*, https://www.digitalchalk.com/resources/blog/elearning-tools/top-10-quiz-makers-teachers-educators

[3] *Help Teaching | Free Test Maker - Create Free Tests and Worksheets* https://www.helpteaching.com/free-test-maker

[4] *Youtube | Moodle: Drag Text onto Image type quiz*, https://www.youtube.com/watch?v=epFMkOV4fd0

[5] Moodle | Essay (auto-grade), https://moodle.org/plugins/qtype_essayautograde

[6] *Moodle*, *Embedded Answers (Cloze) question type*, https://docs.moodle.org/310/en/Embedded_Answers_(Cloze)_question_type#Equations_in_multichoice_questions

[7] *Youtube, Moodle Quizzes - Embedded Cloze Questions* https://www.youtube.com/watch?v=JS_U6Vs-sxg

[1] Универзитет Св. Кирил и Методиј,
Факултет за информатички науки и компјутерско инженерство
ул. Руѓер Бошковиќ 16, Скопје, Р. Северна Македонија
e-mail: marija.mihova@finki.ukim.mk

Примен: 2.5.2021
Поправен: 30.5.2021
Одобрен: 15.9.2021
Објавен на интернет: 4.2.2022

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 205 – 214
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

ИНТЕГРАЦИЈА ВО НАСТАВНИТЕ ПРОГРАМИ

Лидија Кондинска [1]

Снежана Ристовска [2]

На секоја промена на наставните програми има отпор од сите кои стекнале навика во рамките на старата структура на наставните програми. Секако во наставните програми се јавува отпор и при воведување на интеграција. Интеграцијата е едноставен додаток на традиционалните наставни програми – програми по предмети/дисциплини и не е нешто што бара целосена промена на наставата.

Меѓупредметната интеграција се соочи со многу пречки. Зошто? Одговорот е во рамките на темата.

1. ШТО Е ИНТЕГРАЦИЈА?

Интеграција значи да се координираат, мешаат или здружат одделни делови во функционална, унифицирана и хармонична целина, [2]. Интеграцијата им помага на учениците да ги идентификуваат врските, не само помеѓу идеите и процесите во рамките на еден предмет, туку и врските меѓу идеите и процесите во одделни предмети и во светот надвор од училиштето.

При интеграција во текот на наставниот процес корист имаат учениците и наставниците. Учениците стекнуваат подлабоки знаења, пројавуваат зголемена активност и интерес, добиваат можност за избирање теми за поучување и развивање вештини за решавање проблеми. Наставниците имаат можност за тимска работа, споделување искуства од работата, запознавање со други содржини, извори и материјали, почитување на интересите и барањата на учениците, а сето тоа ја подобрува атмосферата во училницата.

1.1. ВИДОВИ ИНТЕГРАЦИЈА

Интеграцијата на знаења и вештини може да се категоризира според три главни типови на наставни врски:

1) само во рамките на еден предмет,
2) помеѓу два или повеќе предмети и
3) надвор од предметите.

1) **Во рамките на предметните теми/подрачја.** Внатрешната интеграција вклучува поврзување на знаењата и вештините во рамките на една предметна тема/подрачје. Дел од овој пристап е вертикална интеграција каде што знаењето и вештините во рамките на една предметна област се поврзани од одделение до одделение.

2) **Помеѓу предметните теми/подрачја**. Во мултидисциплинарен пристап, предметните теми/подрачја се независни едни од други. Во овој пристап, наставниците намерно го координираат времето на реализација на сродни теми/подрачја, но тие не се обидуваат да ги синтетизираат или соберат различните перспективи на предметната тема/подрачје. Пред наставниците да започнат да воспоставуваат врски помеѓу предметните области, мора да се воспостави првиот вид интеграција, интрадисциплинарна интеграција.

Пример 1. Наставникот по математика се фокусира на вештините за цртање на графици, додека наставникот по природни науки бара од учениците да прават експерименти каде што резултатите се претставени со графици. При овој начин на интеграција

- резултатите од учењето од областа на предметите остануваат различни;
- знаењето и вештините се учат преку одделни предметни теми / подрачја, но на моменти се поврзуваат со меѓунаставни теми, прашања или големи идеи;
- карактеристичната природа на учењето е препознаена во секоја предметна област;
- личното значење на учениците и социјалната релевантност на учењето се подобруваат со интеграција на когнитивните, афективните и социјалните домени со знаења и вештини од предметите;
- учениците се упатуваат да видат врски помеѓу предметите (на пример: вештините за цртање на графици научени во математиката се применуваат во природните науки).

Овој пристап на интеграција поврзува различни цели/содржини околу една заедничка тема. Во овој пристап, наставниците ги спојуваат вештините, знаењето, па дури и ставовите во редовната училишна програма. Во некои училишта, на пример, учениците учат почит кон животната средина во секој наставен предмет.

3) Надвор од предметните области (трансдисциплинарна интеграција). Во трансдисциплинарниот пристап кон интеграцијата, наставниците ја организираат наставната програма околу прашања за коишто учениците покажуваат инререс. Со ваквиот вид интеграција се овозможува фокусирање на прашања и проекти иницирани од учениците коишто се:

– поврзани со искуства од реалниот живот, при што знаењата и вештините се меѓусебно поврзани и меѓусебно зависни;

– нагласување на светски контексти;

– помал акцент на предметната област;

– неформално стекнување знаења и вештини од предметната област;

– зајакнување на иницијативата, фантазијата и креативноста на учениците.

Пример 2. Една вест во медиумите за мостовите во Република Северна Македонија, може да биде проект за истражување на структури и процесот на изградба на мостови. Притоа, би можело да се истражува за модели и шеми на мостови во различни контексти применувајќи знаења од математика.

2. ИНТЕГРАЦИЈА ВО НАСТАВНИТЕ ПРОГРАМИ

Интеграцијата во наставните програми има за цел да ја поврзе научената теорија во рамки на училишните предмети, со практични, реални знаења и искуства. За да се постигне мултидисциплинарната интеграција потребно е при изработување на наставните програми по предметите коишто се изучуваат во едно одделение, односно година(и) да биде усогласено со времето на реализација на сродните наставни теми/подрачја. Потоа мултидисциплинарната интеграција меѓу предметите во едно одделение останува на креативноста на наставниците и нивната тимска работа.

Мултидисциплинарната интеграција бара од наставниците проучување на наставните програми по предмети и притоа да се утврди можната и неопходна хоризонтална интеграција на целите/резултатите од учењето и содржините меѓу предметите. Тимската работа во одделенска настава се однесува на помал број наставници, а во предметна настава и средното образование тимската работа треба да се реализира

од поголем број на наставници коишто реализираат настава во едно одделение, односно година. Притоа, како проблем се јавува усогласувањето на времето за заедничка работа.

3. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВА ВО КОЈА СЕ ЗАПАЗУВА ПРИНЦИПОТ НА ИНТЕГРАЦИЈА

Планирањето и подготвувањето на наставата може да се врши за покус или подолг период, да биде детализирано или глобално, да опфаќа само дел од целите и содржините или да се однесува на целата програма. Имајќи ги предвид овие карактеристики, може да се зборува за три вида планирање и подготвување на наставата:

– за цела учебна година, односно наставна програма – наречено годишно или глобално планирање;

– за одредено време од учебната година, односно за дел од целите/содржините коешто обично се нарекува етапно или тематско и за одделна наставна единица, односно за еден или за блок часови – наречено дневно планирање, т. е, подготовка на план за наставен час, [1].

За да се испланира настава во која е запазен принципот на интеграција потребно е да се изработи интегриран глобален план, интегрирано тематско планирање и план за час во кој има активност(и) во која (кои) ученикот применува знаења од повеќе предмети за да го реши проблемот, одговори на прашања и сл., [8].

Во одделенска настава ваквото планирање полесно се спроведува, бидејќи наставата ја реализираат помал број наставници или само еден наставник реализира настава од повеќе предмети. За предметна настава во основното образование и средно образование (гимназиско и стручно) бара тимска работа на наставниот кадар.

Интегриран годишен (глобален) план. Пред да се пристапи кон изработување на интегрираниот годишен план за настава по предметите од едно/а одделение/година, потребно е да се изработи индивидуален глобален (годишен) план за кој секој наставник треба да ја проучи наставната програма од својот предмет, да направи осврт или анализа на својата работа во претходната учебна година, да консултира соодветна стручна литература, да ги провери објективните услови во кои ќе се изведува наставата и кои директно или индиректно ќе влијаат на нејзиниот тек и резултати, да се информира за учениците во паралелката/те,

интересите на учениците, нивниот развој како основа за диференцирана настава, да ја утврди соработката со колегите кои со истите ученици реализираат настава по други предмети, а кои се поврзани или можат да се поврзат меѓу себе.

Структурата на интегрираното глобално (годишно) планирање во основа треба да ги содржи следните елементи:

– наставни теми/подрачја од наставната програма на секој наставен предмет што се изучува во одделението/годината и може да се интегрира со други предмети;

– интегрирани наставни теми/подрачја, чиј наслов може, но не мора да биде наслов од тема или подрачје од некој од наставните предмети од истото одделение;

– ориентационо време на реализација на секоја интегрирана наставна тема;

– развојни елементи.

Интегрирано тематско планирање. Интегрираното тематско планирање претставува врска помеѓу интегрираното глобално (годишно) планирање и планирањето и подготовката за непосредно изведување на наставниот час. Опфаќа релативно поширока заокружена целина од програмата, неколку или повеќе наставни часови, чиешто реализирање води кон постигнување на некоја тематска цел. Неговото планирање и подготвување, всушност е натамошно операционализирање на целите/очекуваните резултати и осмислено структуирање на содржините на тематската целина по предмети.

Секој наставник изработува индивидуално тематско планирање за темата/подрачјето од каде што ги извлекува целите/резултатите од учењето и содржините за интегрираната тема. Во индивидуалното тематско планирање, наставникот размислува за следните елементи: целите /резултатите од учењето од темата/подрачјето и содржините утврдени со програмата; можностите на учениците; дидактички средства и другите услови за учење; наставната технологија и соработка со колегите и други субјекти.

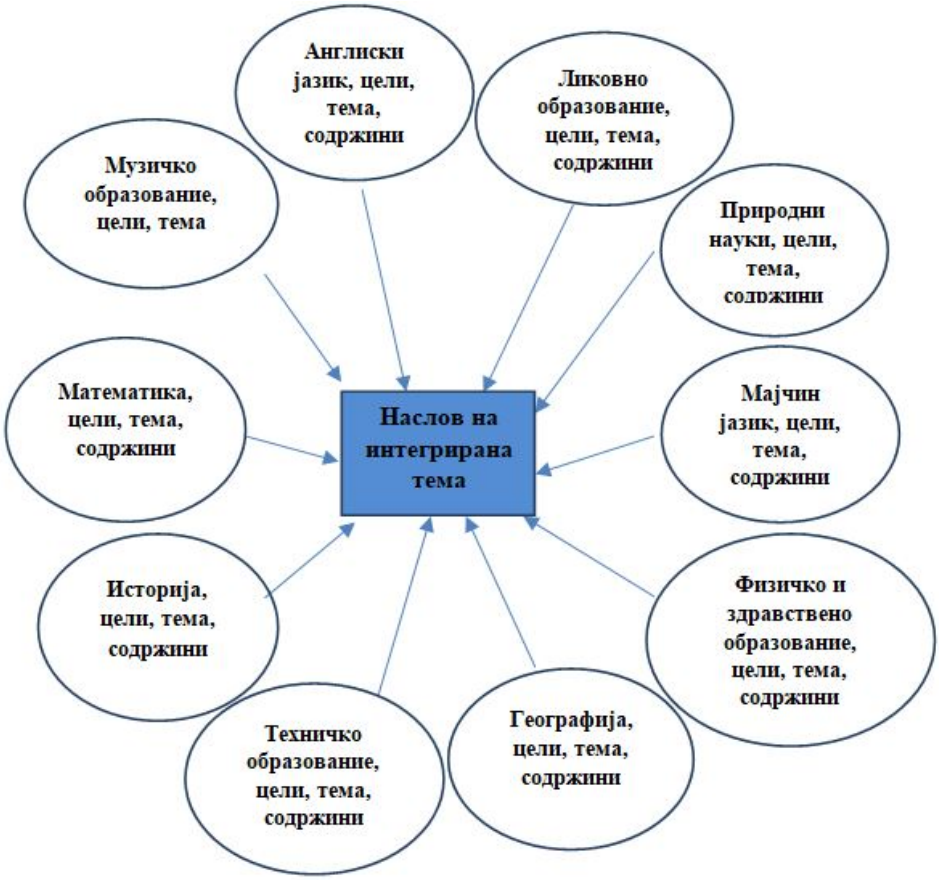
Структурата на интегрираното тематско планирање во основа треба да ги има следните елементи: наслов на интегрираната или целната тема, наставните предмети од едно одделение, цели/резултати од учењето и содржини по предмети кои се во функционална поврзаност,

следење на реализацијата и постигнувањата на целите/резултатите од страна на учениците.

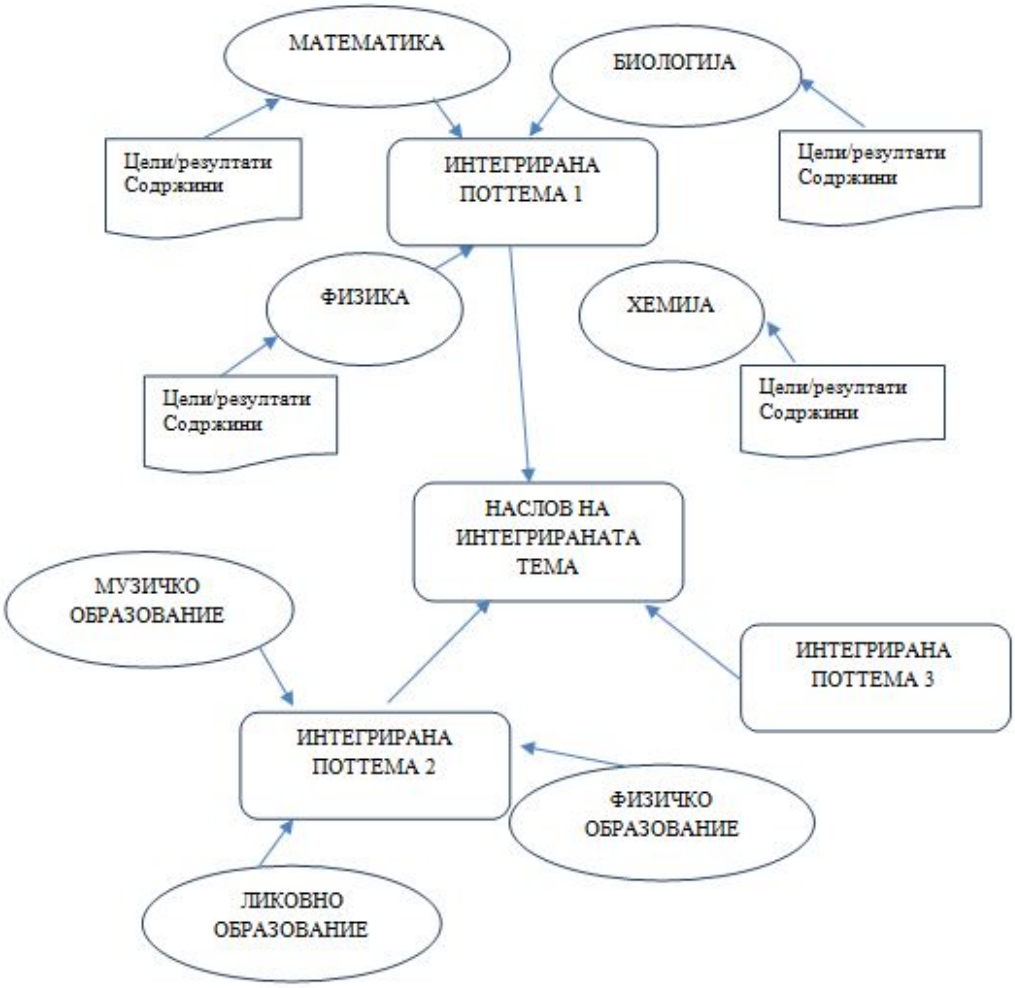
Примери на мултидисциплинарна интеграција – интеграција на цели/ содржини меѓу предмети.

За мултидисциплинарната интеграција, како пример може да ни послужи заедничка тема кон која се придружуваат неколку наставни предмети, на пример тема „Цвет“, а целите од неколку наставни предмети коишто се соодветни на зададената тема се реализираат во ист временски период со нагласување на врските меѓу предметите.

На пример, ако таа тема интегрира цели од математика за изучување на Керолов дијаграм, истиот може да биде искористен и во македонски јазик за попрегледно претставување на согласките и самогласките, звучни или безвучни.



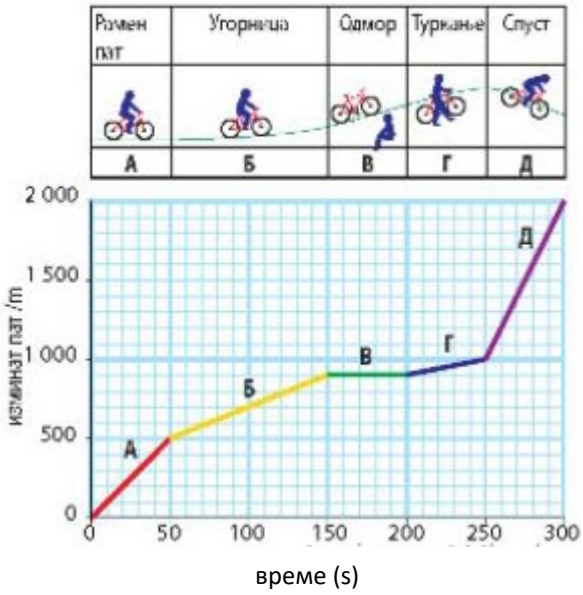
Слика 1. Интегрирање со цели и теми (содржини) на сите предмети од едно одделение.

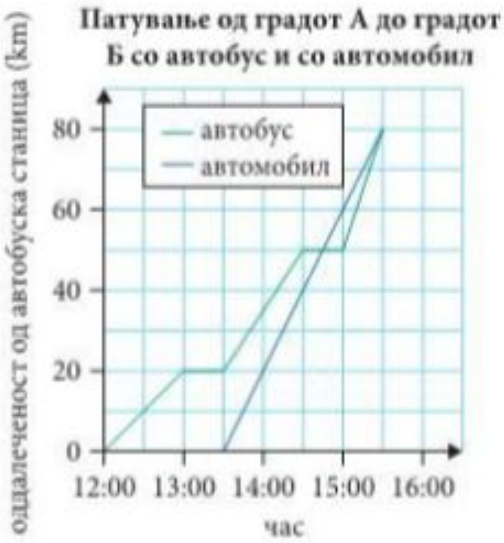


Слика 2. Интегрирање на групи предмети во интегрирани поттеми во интегрирана тема.

Слично, може да се искористи во предметот природни науки за прикажување повратни и неповратни промени со задавање конкретни примери. Ова значи дека секој предмет си ги задржува и реализира „своите“ цели со акцентирање на меѓупредметните врски или концепти.

Друга примерна мултидисциплинарна интеграција меѓу математика, физика, биологија и хемија би биле графиците на линеарна функција (за рамномерно движење, приказ на раст на некое растение или промена на компоненти/температура во хемиска реакција на пример).





Слика 3. Мултидисциплинарна интеграција меѓу математика и физика- графици на изминат пат.

Интердисциплинарна интеграција, тргнува од интердисциплинарни - заеднички цели/ резултати од учењето за повеќе наставни предмети, кон кои соодветно се надоврзуваат наставните предмети. На пример,

за развивање вештини за читање со разбирање, може да се интегрираат македонски јазик и математика, како и други предмети. Конкретно, може да биде зададена задача од математика на часот по македонски јазик и да се бара од учениците да ја прочитаат и анализираат до кој степен ги разбрале поставените услови и барањата (истото би било најдобро да се направи на заеднички интегриран час од двата предмети). Слично со општествените или природни науки кај кои со посебни техники на работа може да се цели кон подобрување на вештините за читање со разбирање.

Значи, да потенцираме, интеграцијата во нашите наставни програми може да се овозможи примарно преку мултидисциплинарна интеграција во основните и средните училишта што ја предизвикува потребата и од подготвен наставен кадар за интердисциплинарни предмети во текот на додипломските студии, [7].

4. ЗАКЛУЧОК

Мултидисциплинарната интеграција им овозможува на наставниците наместо да пристапуваат кон целите/резултатите од учењето и содржината на традиционален начин, односно да предаваат математика сама по себе или да предаваат природни науки сами по себе – да размислуваат како математиката, природните науки, општествените науки и јазичните уметности се меѓусебно поврзани и како учениците можат да го применат своето знаење по математика при учење на природни науки или да ги применат нивните вештини за читање и критичко размислување за да им помогнат подобро да ги разберат концептите за општествените предмети.

Учениците не само што создаваат пореални врски меѓу знаењата во училницата, туку се и поактивно ангажирани. Креирање наставни програми во кои има временско усогласување на теми по предмети од исто одделение/година значи дека наставниците треба да создаваат предизвикувачки, интересни, значајни проблеми кои им помагаат на учениците да ги поврзуваат информациите (на пример, интегрираната тема „Соларен систем” бара поврзување на знаења и вештини од повеќе предмети, освен оние кои се постигнуваат цели/ резултати од учењето со наставната содржина по географија: Сончевиот систем).

Предуслов за спроведување на мултидисциплинарна интеграција е наставниците да имаат предметни знаења во длабочина и ширина, како и вештини за интеграција.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Ампов, К. Поповски, *Планирање и подготовка на наставата*, ПЗ, 1975.

[2] Ann Malamah-Thomas, *Classroom Interaction*, Oxford University Press, 1987.

[3] C. Golding, *Integrating the disciplines: Successful interdisciplinary subjects*, Centre for the study of higher education, 2009.

[4] S. Lynch, *A Practitioner's Guide for Outstanding Cross - Curricular Physical Education*, Strategies, vol. 29, 2016, 48–50.

[5] C. Golding, *Integrating the disciplines: Successful interdisciplinary subjects,* https://gened.psu.edu/sites/default/files/docs/LOA%20-%20InterdisciplinaryCourse_HowToGuide-Gooding.pdf

[6] *Explaining the Importance of Integration|us.corwin.com,* https://us.corwin.com/sites/default/files/upm-binaries/23224_Chapter_5.pdf

[7] M. Minnis, V. P. John-Steiner, *Interdisciplinary integration in professional education*, Issues in Integration Studies, No. 24 (2006), 32 – 88, https://interdisciplinarystudies.org/docs/Vol24_2006/04_Vol_24_pp_32_88.pdf

[8] Susan M. Drake and Rebecca C. Burns, *Meeting Standards Through Integrated Curriculum,*2004.

[1] Биро за развој на образованието, ПЕ Битола, Р. Северна Македонија
e-mail: lkondinska@yahoo.com

[2] ОУ Даме Груев, Битола, Р. Северна Македонија
e-mail: sristovska@hotmail.com

Примен: 31.3.2021
Поправен: 5.6.2021
Одобрен: 7.6.2021
Објавен на интернет: 7.2.2022

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 215 – 235
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНОТО И СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Игор Богданоски [1]

Моника Богданоска [2]

1. ВОВЕД

Односот кон наставата во голем дел зависи од подготовката на наставникот. Кога ќе забележиме дека учениците не разбираат одреден концепт за кој ги подучуваме во тој момент, можеме да им поставуваме прашања со цел да ги откриеме нивните начини на размислување или, пак, да се фрустрираме за тоа како е можно материјалот да не се разбере, имајќи предвид дека истиот концепт е работен неколку пати во различни ситуации и варијанти.

Добар наставник ќе си го поставуви прашањето: „Зошто учениците не го разбираат концептот или идејата?“ Желбата за да се откријат и истражат размислувањата на учениците ги натерало Роберт Капландски (Robert Kaplinsky) и Нанет Џонсон (Nanette Johnson) да започнат со креирање и собирање на Open Middle проблеми (проблеми со отворен среден дел), [1]. Идејата на овие проблеми е да ја откријат длабочината на разбирањето на она што го учат учениците и тоа да се направи со што е можно помалку проблеми (задачи) од овој вид.

Во овој труд ќе прикажеме повеќе вакви проблеми за различен степен на образование, а ќе ги презентираме и резултатите од направените истражувања. Овие проблеми првенствено се креирани за настава со физичко присуство, но многу добро можат да се модифицираат и да се користат како во синхрона, така и во асинхрона настава, па дури и во хибриден модел на настава.

Ќе прикажеме неколку различни начини на задавање на овие проблеми. Ќе се задржиме и на начинот на кој ќе може да се следи во живо работата на ученикот за време на часот (при синхрона настава) со цел формативно да се оценува напредокот на ученикот и да се отстранат одредени концептуални и процедурални грешки.

2. ЗОШТО OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ?

Со традиционалните проблеми, на учениците им се кажуваат чекорите што треба да ги направат за да го решат проблемот, па учениците знаат кога го решиле проблемот. Лесната структура и недостатокот на можности на традиционалните проблеми ја ограничуваат флексибилноста и креативноста и го ослабуваат жарот за учење кај најголем број ученици. Учениците прават проверки или се откажуваат, се чувствуваат фрустрирани или само ги следат чекорите кои се запишани во нивните тетратки (белешки) наместо да размислуваат и да прават рефлексија на нивните стратегии.

Наспроти традиционалните проблеми Open Middle проблемите многу често побаруваат од ученците да пронајдат стратегија според која ќе го одберат видот на својот одговор, како на пример, најмалото или најголемото решение или, пак, она решение кое е најблиско до некој однапред зададен број. Ваквата структура на овие проблеми побарува од учениците прво да се убедат себеси, а потоа да ги убедат и другите дека нивното решение е најдоброто можно. Со помош на овие проблеми кај ученците се поттикнува дискусијата за проблемите и продолжуваат со размислувањето и по добивањето на првобитното решение (одговор). Кај нив се развива навика за повеќекратни обиди за решавање на проблемот. Притоа, секој нареден пат си поставуваат пред себе цел да бидат подобри од претходниот обид или да добијат подобро решение од претходното.

Живеејќи во дигитално време на голем број софтверски решенија за различни видови проблеми кои можат да го решат нашиот проблем место нас, Open middle проблемите се покажаа како голем предизвик за ваквите апликации и софтвери кои не успеваат да ги решат во целост овие проблеми. Затоа, примената на Open Middle проблемите во синхроната и асинхроната настава добива на тежина. Тие се креирани за да го развиваат критичкото и аналитичкото размислување, решавањето проблеми и се многу тешки за решавање со паметен уред, одреден трик или процедура. Еден Open Middle проблем кој го ислустрира сето погоре кажано е следниот: „Кој е најмалиот број на (геометриски) ознаки коишто се потребни за да се покаже дека еден четириаголник е квадрат?“.

3. КАКО ОВИЕ ПРОБЛЕМИ ЌЕ МУ ПОМОГНАТ НА НАСТАВНИКОТ?

Многу често мислиме дека нашите ученици го разбрале она што им го предаваме, за подоцна да се покаже дека сме имале сосема погрешна претстава. Нема наставник кој не го почувствувал ова, а особено е фрустрирачки фактот како е можно такво нешто да не се забележи за време на часовите. Најчесто ова се забележува откако ќе ги направиме тестирањата (оценувањата) додека веќе работиме на друга содржина. Ситуацијата е уште подраматична ако се има предвид дека сигурно за време на часовите сме поставувале прашања и сме добивале точни одговори, па тогаш како е можно да не го разбираат она што се учи? Што јас како наставник правев или правам погрешно?

За да го објасниме она што се случува ќе го искористиме експериментот на философот John Searle наречен „Кинеска соба“. Замислете дека некој човек, кој воопшто не знае кинески, седи сам во соба и располага со една кутија со кинески карактери и една книга според која ги толкува сите карактери што може да ги добие и врати како одговор на кој било надвор од собата. Во собата влегува жена којашто течно зборува кинески, запишува нешто на лист хартија и му го дава на човекот во собата. Тој ќе ја искористи книгата за да протолкува што пишува на листот и со соодветни карактери од кутијата што ја има, ќе испрати одговор, [2]. Да се обидеме да ги објасниме перспективите на сите инволвирани во експериментот. Жената што знае кинески, на ливчето кое го испратила во собата запишала: „Дали зборувате кинески?“, а одговорот што го добила од човекот во собата бил „Да, течно.“. На тој начин од нејзина перспектива човекот во собата знае кинески, но од перспектива на човекот, тој само ја следел процедурата што му е дадена. Тој најверојатно нема претстава што пишува во писмото, ниту, пак, каков одговор дал.

Во контекст на математиката, учениците се тие што се во собата, а место кинески се работи за математика. Ние како наставници задаваме задачи коишто нашите ученици треба ќе ги решаваат со користење на формули или процедури запишани во нивните тетратки. Поголем дел од нашите ученици не ги разбираат проблемите и она што од нив се бара да се направи или која формула треба да се употреби, но можат да откријат

кои информации треба да им ги дадат на наставниците како одговор. Да ја разгледаме перспективата на учениците и наставниците во овој случај. Наставникот задава одреден проблем што треба да се реши и го добива точниот одговор. На тој начин, од негова гледна точка, учениците го разбираат она што тој ги подучува, што го демонстрираат со даденото точно решение на понудениот проблем. Но, гледано од страна на ученикот, тој само ги користи информациите од сопствените белешки, за да го даде одговорот, притоа не покажувајќи со ништо дека го разбрал било прашањето, било одговорот. Ученикот, во таков случај, учествува во една измама којашто е на штета и на двете страни.

За жал, од досегашното искуство, голем дел од наставниците можат да се препознаат во експериментот било како личноста во собата или онаа надвор или, пак, можеби и како двете. Како наставници, опасно е да помислиме дека немаме алатки со чијашто помош ќе определиме дали нашите ученици навистина го разбираат она што им го предаваме или, пак, да се надеваме дека прашањата коишто се користат на тестовите ќе бидат во состојба да го измерат вистинското разбирање на учениците.

4. КОЈА Е РАЗЛИКАТА МЕЃУ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИТЕ И ОСТАНАТИТЕ ПРОБЛЕМИ?

Open Middle проблемите изгледаат поинакви од останатите проблеми и нивната употреба за првпат можеби ќе ве направи повнимателни и поскептични, но токму тоа ги прави специјални. Особено кога ќе почнете да користите повеќе проблеми за ист математички концепт. За да го покажеме тоа, детално ќе образложиме три проблеми коишто се однесуваат на решавање на линеарни равенки со една непозната. Прво ќе започнеме со класичен проблем кој може да се сретне во учебник по математика.

Проблем 1. Реши ја равенката $21+x=70$.

На кој било начин да се решава оваа равенка дали со барање на непознат собирок или пак со одземање на 21 од двете страни на равенството со користење на методот на рамнотежа, не е тешко да се добие дека решението на равенката е $x=49$. При едно истражување од вкупно 1120 ученици од VI и VII одделение, 92% од учениците точно ја решиле оваа

задача, [3]. Прашањето коешто се поставува во овој случај е дали решавањето на овој вид задачи или, пак, на цел работен лист со задачи од овој вид, е доволно за да се определи длабочината на разбирањето на концептот за решавање на линеарни равенки што се решаваат во еден чекор.
За да се најде одговор на последното прашање, креиран е нов проблем од истата тема кој се однесува на истиот тип равенки.

Проблем 2. Во секое од празните полиња стави некоја од цифрите од 1 до 9. Притоа, секоја цифра употреби ја најмногу еднаш за да креираш две равенки, така што решението на првата равенка да е позитивен број, а решението на втората равенка да е негативен број.

Прва равенка $\square\square + x = \square\square$ Втора равенка $\square\square + x = \square\square$.

Овој проблем на прв поглед е многу потежок од претходниот поради празните полиња кои не овозможуваат веднаш да се отпочне со некоја позната стратегија. Најголем број од учениците започнуваат со размеСтување на цифрите во празните полиња со цел да добијат нешто што им е познато, а дури потоа почнуваат со решавање по некоја позната стратегија. Едно од можните решенија на задачата е равенката $12 + x = 34$, за која $x = 22 > 0$ е позитивното решение. Тешкотиите настануваат кога учениците треба да го најдат негативното решение. Како треба да се постават цифрите за да се добие негативното решение? Една од можностите која учениците прва ја прифаќаат, е да поставуваат цифри и да го проверуваат решението, но на овој начин ќе потрошат многу време. Секогаш како опција ја имаат можноста да размислуваат концептуално, односно ако бројот којшто се додава на x е поголем од збирот, тогаш секогаш решението на таа равенка ќе е негативно. Мораме да признаеме дека овој проблем бара од учениците да размислуваат на поинаков начин во споредба со првиот. И тој бил зададен на истата група од 1120 ученици , но овој пат само 571 ученик или 51% од нив точно го решиле, што претставува разлика од 41%. На што се должи ова намалување на процентот на ученици кои го решиле проблемот? Ако се земе предвид дека голем број од нив знаат да решаваат класични равенки со една непозната (како оние од Проблем 1), тогаш за очекување е дека тие ќе можат без тешкотии да го решат и овој проблем, но 41% од нив не се во можност тоа да го направат. Тоа значи дека сите тие имаат само привидно разбирање на

концептот за решавање на линеарни равенки. Заклучокот е: ако задаваме само проблеми како првиот, тогаш голем број од нашите ученици ќе го немаат потребното концептуално разбирање, односно нема да го разбираат она што им го предаваме, факт којшто немаше да го знаеме сè до воведувањето на вториот проблем. Тука се поставува дополнително прашање: дали постои начин да се откријат дополнителни празнини во знаењето и како тоа да се направи? За таа цел на истата група ученици им е зададен и трет проблем.

Проблем 3. Во празните полиња стави некоја од цифрите од 1 до 9. Притоа секоја цифра искористи ја најмногу еднаш, за да добиеш најголемо можно решение на равенката.

$$\square\square + x = \square\square$$

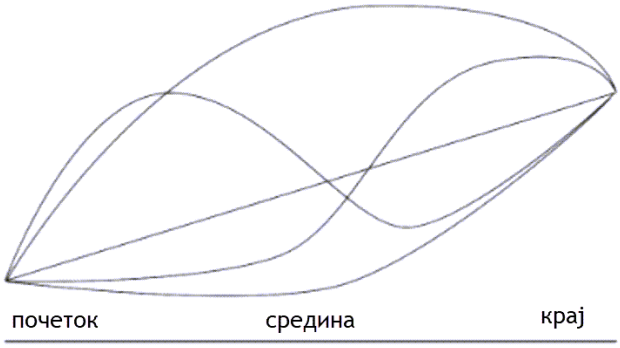
Проблемите како овој побаруваат подлабоко концептуално разбирање отколку претходните два. Тој е надоградба на претходниот проблем, принудувајќи го ученикот подлабоко да размислува како поставувањето на цифрите влијаат врз вредноста на решението. Доколку учениците не користат концептуално размислување, тогаш многу долго ќе го погодуваат решението и на крај може и да го добијат. Но, со користење на концептуално разбирање, ќе забележат дека ако го додадат најмалиот број кон x, а вредноста за збирот е најголемиот можен број, тогаш решението ќе е најголемо. Тоа значи дека бараната равенка е $12 + x = 98$. Кога овој проблем бил зададен на истата група од 1120 ученици, само 37% или 414 ученик точно ја решиле задачата.

Ако користиме само проблеми како од пример 1, а не Open Middle проблеми како од пример 2 и пример 3, тогаш најверојатно голем дел од учениците навидум ќе го разбираат она што ним им го предаваме, но во суштина имаме скриени незнаења и празнини, т.е. скоро 63 % од учениците имаат математички непознавања кои немаше да се откријат доколку не се зададеа проблемите од пример 2 и пример 3. Од лично искуство може да потврдиме дека учениците многу почесто имаат скриени незнаења отколку што ние во суштина можеме да детектираме (препознаеме). Интересно би било да се спомене дека ако во претходните задачи се бараше празните полиња да се пополнат со цифрите од 0 до 9, наместо од 1 до 9, притоа добивајќи двоцифрени броеви на местото на собирокот и

збирот, дека во тој случај уште повеќе би можело да се измери суштинското познавање на изучуваниот математички концепт, во овој случај линеарните равенки со една непозната. Многу тестирања (дури и национални стандардизирани тестирања) во голема мерка се потпираат на проблеми како од првиот пример, а како последица се добиваат погрешни толкувања на многу од резултатите од тестирањата како математички солидни резултати, што во суштина не се. Оваа разлика е нешто на што треба да се работи за таа да се намали што е можно повеќе.

5. КОИ ПРОБЛЕМИ СЕ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ?

Dan Meyer во неговата презентација при NCTM на 11 Април 2014 година зборува како математичките проблеми исто како и видео игрите имаат почеток, средна и завршеток кој може да биде отворен или затворен . Тој ја користи слика 1 со цел да покаже како во најголем дел од видео игрите секој играч започнува одредено ниво во играта на ист начин и на исто место и победува со исполнување на иста цел. На овој начин почетокот и крајот се затворени затоа што тие се исти за секој играч, но она што ги прави игрите интересни за играње е можноста да се изберат најразлични начини или патеки кои ќе го однесат играчот од почетокот до целта. На тој начин средишниот дел е отворен затоа што она што се случува помеѓу почетокот и крајот зависи од играчот. Ако играчот треба да следи одредено правило или одредени инструкции за да заврши одредено ниво, во тој случај средината ќе е затворена со што играта ќе биде многу понеинтересна, [4].



Слика 1. Визуелен приказ на проблемите кои имаат затворен почеток, отворена средина и затворен крај според Den Meyer, [4].

Слично е и со најголемиот број математички проблеми кои започнуваат на тој начин што сите го имаат истиот проблем и работат во насока на исто решение, како резултат на што почетокот и крајот се затворени. Она што е променливо е средината. Понекогаш барањата во проблемот му кажуваат на ученикот да го реши со користење на одреден метод (тогаш се работи за проблем со затворена средина), но најчесто се работи за повеќе различни начини на решавање (таквите проблеми имаат отворена средина). Проблемите коишто имаат затворен почеток и крај, а отворена средина, имаат тенденција да бидат поинтересни и да придонесат за побогата дискусија.

6. ДЛАБОЧИНА НА ЗНАЕЊЕТО

Длабочина на знаењето (ДнЗ) претставува друг вид рамка која се користи за да се идентификува нивото на строгост при оценувањето. Во 1997 година Dr. Norman Webb ја развил ДнЗ со цел да се категоризираат активностите според нивото на комплексност во размислувањето, [5]. Создавањето на ДнЗ е произлезено од усогласување на стандардите со оценувањето. Стандардизираните оценувања мерат како учениците размислуваат за содржините и научените процедури, но не мерат колку длабоко учениците мора да разберат и да бидат свесни за учењето за да можат да ги објаснат сопствените одговори и да дадат решенија, како и да го пренесат наученото во контекст на реалниот свет. Целта на ДнЗ е да го утврди контекстот (сценариото, поставките или ситуацијата) во која учениците ја изразуваат длабочината и степенот на учење, а се состои од 4 нивоа: ниво 1 – наједноставно, до ниво 4 – најсложено (Слика 2).

Ниво 1 (стекнато знаење) вклучува препознавање и репродукција. Запомнување на фактите или дефинирање на постапката.

Ниво 2 (примена на знаењето) се вештини и концепти. Учениците користат научени концепти за да одговорат на прашања.

Ниво 3 (анализа) вклучува стратешко размислување. Комплексноста тука се зголемува и вклучува планирање, оправдување (докажување) и сложено расудување. Објаснува како можат да се користат концепти и процедури за да се дадат резултати (одговори , решенија).

Ниво 4 (Augmentation - проширување) е проширено размислување. Ова бара да се надмине стандардното учење и да се постават прашања како на друго место може да се користи наученото во контекст на секојдневниот живот.

Слика 2. Длабочина на Знаењето според Webb, [5].

ДнЗ претставува начин на класификација на проблемите во зависност од длабочината на знаењето кое треба да го поседува ученикот за да може да го реши проблемот. Колку нивото на ДнЗ е повисоко, толку треба да е подлабоко и разбирањето. ДнЗ за првпат е опишано од Norman L. Webb од Универзитетот Wisconsin - Madison во 1997 година, кога тој ги истражувал стандардизираните оценувања и забележал разлика помеѓу нивото на разбирање опишано преку стандардите и нивото на разбирање кое оценувањето требало да го измери кај тие стандарди. Учениците се оценувани како одлични или напредни, затоа што ние ги учиме на стратегии кои ќе им помогнат да одговорат на „површни“ прашања, но тие немаат концептуално разбирање коешто се бара според стандардите. Webb развил 4 нивоа за поделба на задачите според нивната ДНЗ:

– Присетување: потсетување на факти, информации или процедури;
– Стекнување вештини и знаења: користење информации, концептуално знаење, примена на процедури во два или во повеќе чекори;
– Стратешко размислување: развивање план или низа чекори, има одредена комплексност, давање повеќе од еден можен одговор;
– Проширено размислување: потреба од истражување, време за размислување и процесирање на повеќе услови во задачата, [7].

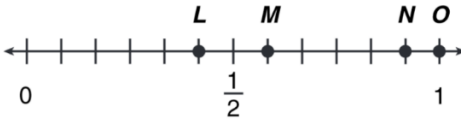
7. ПРИМЕРИ ЗА СЕКОЈА УЧИЛИШНА ВОЗРАСТ

За секоја училишна возраст ќе прикажеме по три проблеми за првите три нивоа на ДнЗ. Доколку сакате да ги примените во наставата,

препорачливо е да го следите редоследот по кој се прикажани заради постепено зголемување на сложеноста.

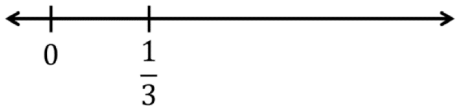
Четврто - петто одделение (основно образование)
Тема: Дропки на бројна права

ДнЗ 1. Која точка ја претставува дропката $\frac{7}{12}$ на бројната права прикажана на црт. 1?



Црт. 1.

ДнЗ 2. Означи ја точката што ќе ја претставува дропката $\frac{3}{5}$ на бројната права прикажана на црт. 2. Обидете се да бидете што е можно попрецизни.



Црт. 2.

ДнЗ 3. Со користење на цифрите 0 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, а потоа добиените дропки прикажи ги на иста бројна права.

$$\frac{\square}{\square},\frac{\square}{\square},\frac{\square}{\square},\frac{\square}{\square},\frac{\square}{\square}$$

Тема: Низи и шеми

ДнЗ 1. Запиши бројна низа во која секој нареден член се зголемува за 8.

ДнЗ 2. Со некои од цифрите од 1 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, за низата да биде точна: $\square,\square\square,\square\square\square$ зголемувањето е $\square$.

ДнЗ 3. Со некои од цифрите од 1 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, за низата да биде точна и зголемувањето да биде за најмалиот можен број.

$\square,\square\square,\square\square\square$ зголемувањето е $\square$.

Тема: Мешани броеви

ДнЗ 1. Определи го збирот на дропките $3\frac{5}{8}+2\frac{7}{8}=$.

ДнЗ 2. Употреби ги цифрите од 1 до 9 најмногу по еднаш пополнувајќи ги со нив празните полиња за да добиеш точно бројно равенство.

$$\square\frac{\square}{8}+\square\frac{\square}{8}=\square\frac{\square}{8}.$$

ДнЗ 3. Употреби ги цифрите од 1 до 9 најмногу по еднаш пополнувајќи ги со нив празните полиња за да добиеш точно бројно равенство кое има најмал можен збир: $\square\frac{\square}{8}+\square\frac{\square}{8}=\square\frac{\square}{8}$.

Шесто - седмо одделение (основно образование)

Тема: Проценти

ДнЗ 1. Пополни го празното поле за да биде точно 24 е 30% од $\square$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш два точни искази без при тоа да заокружуваш. При формирање на вториот исказ дозволено е да ги користиш цифрите кои си ги искористил во првиот исказ: $\square\square$ е $\square\square\%$ од $\square\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш точен исказ без при тоа да заокружуваш и при тоа одговорот (процентниот износ) да е најголем можен цел број.

$$\square\square \text{ е } \square\square\% \text{ од } \square\square.$$

Тема: Делење дропки

ДнЗ 1. Да се пресмета количникот на дропките $\frac{4}{9}:\frac{2}{5}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите 1 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш два пара дропки кои имаат количник $\frac{2}{3}$. При формирањето на вториот пар може да ги користиш цифрите кои си ги искористил во првиот пар $\frac{\square}{\square}:\frac{\square}{\square}=\frac{2}{3}$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 1 од 9 најмногу еднаш, пополни ги празните полиња $\frac{\square}{\square}:\frac{\square}{\square}$ за да добиеш две дропки кои имаат количник кој е најблизу до $\frac{4}{11}$.

Тема: Работа со податоци, мода, медијана и ранг

ДнЗ 1. Определи ги модата, медијаната и рангот на следните цели броеви: $3,7,8,12,14$.

ДнЗ 2. Креирајте множество од пет позитивни цели броеви од 1 до 20 такви што вредностите на модата, медијаната и рангот да бидат еднакви.

ДнЗ 3. Креирајте множество од пет позитивни цели броеви од 1 до 20 такви што вредностите на нивната медијана, мода и ранг се еднакви и ја имаат најголемата можна вредност.

Осмо - деветто одделение (основно образование)

Тема: Број и решавање проблеми - Проценка на ирационален број

ДнЗ 1. Одреди меѓу кои два цели броеви се наоѓа ирационалниот број $\sqrt{70}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите 0 до 9 најмногу по еднаш пополни ги празните полиња за да добиеш два различни точни искази. При формирање на вториот исказ, може да ги користиш цифрите кои си ги користел во првиот исказ $\square<\sqrt{\square\square}<\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња $\square<\sqrt{\square\square}<\square$ за да добиеш точен исказ со најголем можен ирационален број.

Тема: Алгебра - График на линеарна функција

ДнЗ 1. Нацртај го графикот на линеарната функција $y=\frac{2}{3}x+(-5)$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш две линеарни функции коишто минуваат низ точката $(1,2)$, притоа едната да има позитивен коефициент на

правец, а другата негативен. При формирање на втората линеарна функција може да ги користиш цифрите кои си ги користел во првата линеарна функција $y=\frac{\square}{\square}x+\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш линеарна функција која минува низ точката $(1,2)$, а нејзиниот коефициент на правец е што е можно поблиску до 0, но да не биде хоризонтална права: $y=\frac{\square}{\square}x+\square$.

Тема: Алгебра - Систем од линеарни равенки

ДнЗ 1. Реши го системот $\begin{cases} y=\frac{-1}{9}x+6 \\ y=\frac{5}{3}x+4 \end{cases}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња, за да креираш систем од две равенки чие што решение се наоѓа во вториот квадрант: $\begin{cases} y=\frac{\square}{\square}x+\square \\ y=\frac{\square}{\square}x+\square \end{cases}$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем од две равенки чие решение е најблиско можно до координатниот почеток: $\begin{cases} y=\frac{\square}{\square}x+\square \\ y=\frac{\square}{\square}x+\square \end{cases}$.

Прва-втора година (средно образование)

Тема: Разложување на квадратни триноми

ДнЗ 1. Да се разложи квадратниот трином $2x^2+7x+3$.

ДнЗ 2. Да се определат три различни цели броеви кои може да се стават во празното поле за да се добие квадратен трином кој што може да се разложи: $x^2 + \square x + 4$.

ДнЗ 3. Пополни го празниот квадрат со најголемиот и најмалиот цел број за да се добие квадратен трином којшто може да се разложи: $2x^2 + 3x + \square$

Тема: Квадратна функција во каноничен облик

ДнЗ 1. Определи ги нулите и максимумот на квадратната функција: $y = -3(x-4)^2 - 3$.

ДнЗ 2. Креирајте три функции во каноничен облик коишто имаат нули 3 и 5, но сите да имаат различна максимална или минимална вредност.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите 1 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш равенка на квадратна функција со најголема максимална вредност: $y = -\square(x-\square)^2 + \square$.

Тема: Системи неравенки

ДнЗ 1. Определи дали точката $(2,5)$ е решение на системот неравенки:

$$\begin{cases} y < -4x + 2 \\ y > 3x + (-5) \end{cases}.$$

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем неравенки и две точки, од кои едната припаѓа, а другата не припаѓа во областа на решението на системот $\begin{cases} y < \square x + \square \\ y > \square x + \square \end{cases}$. Точка која припаѓа во областа на решението е: $(\square,\square)$, а точка која не припаѓа во областа на решението е: $(\square,\square)$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем неравенки и две точки, од кои едната припаѓа а другата не припаѓа во областа на решението на системот и притоа двете точки се што е можно поблизу една до друга.

$\begin{cases} y < \square x + \square \\ y > \square x + \square \end{cases}$; точка која припаѓа $(\square,\square)$, точка која не припаѓа $(\square,\square)$

Трета-четврта година (средно образование)

Тема: Својства на експоненцијални функции

ДнЗ 1. Да се определи пресекот со у оската на експоненцијалната функција $y = -2 \cdot 3^{x+1} + 4$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш растечка експоненцијална функција заедно со нејзината пресечна точка со у-оската.

$y = \square \cdot \square^{x+\square} + \square$. Пресекот со у оската е $(0, \square)$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш растечка експоненцијална функција заедно со нејзината пресечна точка со у оската која има најголема можна вредност: $y = \square \cdot \square^{x+\square} + \square$. Пресекот со у оската е $(0, \square)$.

Тема: Својства на рационални функции

ДнЗ 1. Да се определи вертикална асимптота на функцијата и нулата на функцијата $y = \frac{5}{x+8} + (-3)$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш рационална функција, нејзината нула и вертикална асимптота: $y = \frac{\square}{x+\square} + \square$.

Нулата на функцијата е $x = \square$; Вертикална асимптота е $x = \square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш рационална функција, нејзината нула и вертикална асимптота, така што нулата на функцијата да има најголема можна вредност: $y = \frac{\square}{x+\square} + \square$.

Нулата на функцијата е $x = \square$; Вертикална асимптота е $x = \square$.

Тема: Равенка на кружница

ДнЗ 1. Определи дали произволно избрана точка лежи на кружницата зададена со равенката $(x-4)^2+(y-(-3))^2=6^2$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш:

1) равенка на кружница: $(x-\square)^2+(y-\square)^2=\square^2$,
2) и точка од кружницата со координати $(\square,\square)$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш:

1) равенка на кружница $(x-\square)^2+(y-\square)^2=\square^2$
2) и точка од кружницата со координати $(\square,\square)$, којашто е на најблиското можно растојание до координатниот почеток.

8. НАЧИНИ НА ЗАДАВАЊЕ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ

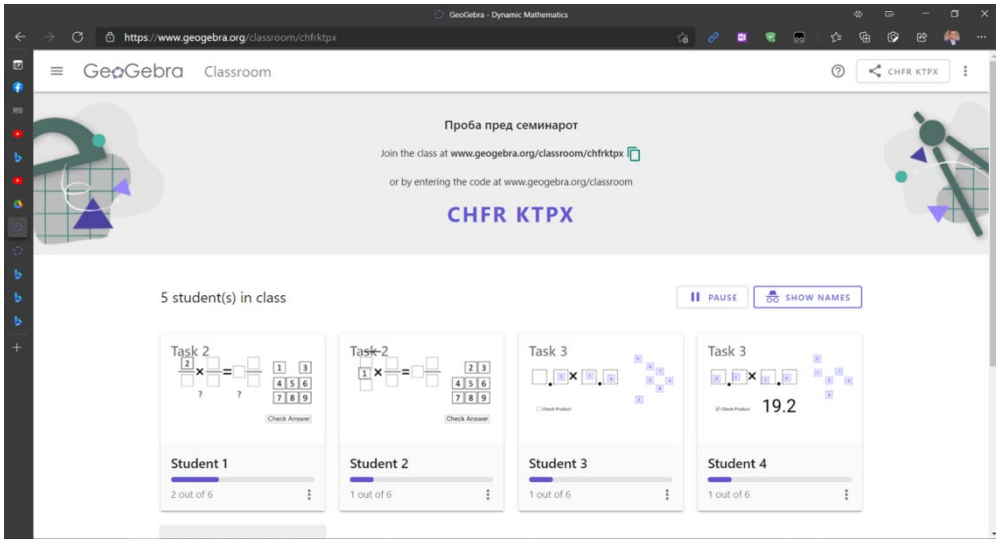
Овој вид проблеми, заради својот карактер, можат да се зададат на учениците на повеќе начни, некои од нив се:

а) Со користење на *GeoGebra Classroom*

Како што може да се види од Слика 5, предноста од овој начин на задавање на проблемите е што наставникот има увид во работата и начинот на размислување на секој од учениците.

Наставникот во секој момент може да интервенира и да започне разговор со учениците. Тој не може да интервенира во работната површина на ученикот, туку може да прати само пишана повратна информација, а доколку овој начин се користи во синхрона настава тогаш можна е и комуникација во реално време.

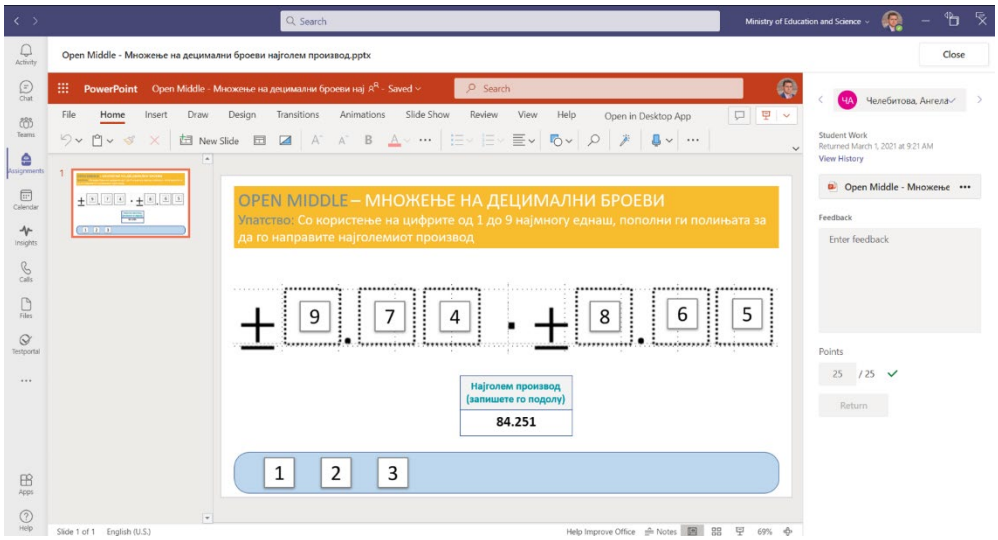
Како предност на овој начин на споделување можеме да ја сметаме и можноста да се прикријат имињата на учениците за евентуалниот процес на формативно оценување и следење на напредокот на учениците да биде пообјективен.



Слика 3. Прозорец на GeoGebra Classroom, [6].

б) Како *Assignment во Microsoft Teams*

При овој начин на задавање на проблемите се задржува нивната интерактивност затоа што се задава интерактивна презентација во која учениците со двежење на квадрати со броеви се обидуваат да одговорат на поставените барање во задачата, а откако ќе се готови со сопственото решение го испраќаат кај наставникот за проверка. Наставникот може да испрати повратен одговор (пишан, видео и аудио) и по потреба и да го оцени или да го врати на доработка.



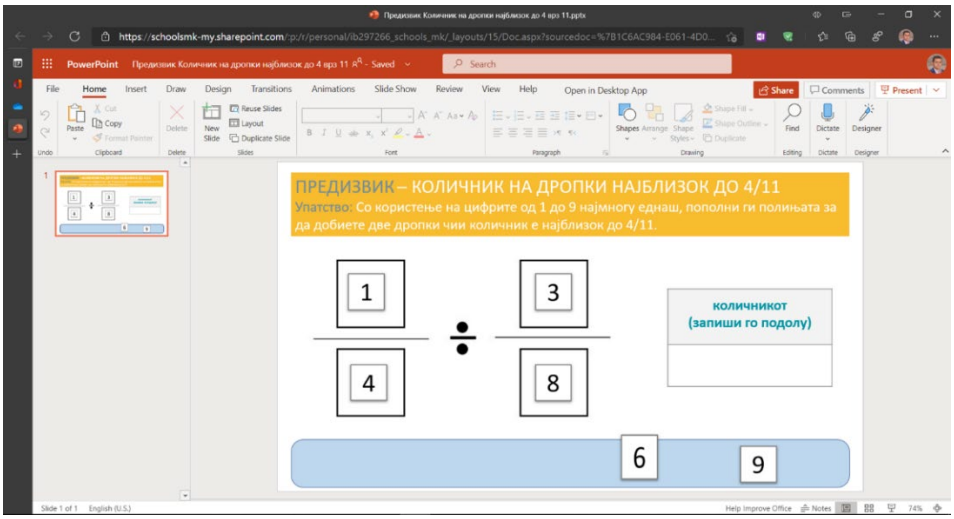
Слика 4. Задавање на Open Middle проблем како задача во Microsoft Teams.

Предноста на ваквиот начин на задавање е во тоа што секој ученик ја добива истата интерактивна презентација, а рубриката за оценување (доколку постои) е зададена однапред и е достапна до ученикот како и времето до кога треба да биде испратено решението на проблемот. Како негативност можеме да го сметаме фактот дека наставникот нема увид во текот на размислувањето на ученикот, туку само во конечното решение врз основа на што и го задава својот коментар.

в) Директен *OneDrive* линк за уредување

Овој вид на споделување овозможува секој ученик да добие засебен линк до истата интерактивна презентација на која може да работи самостојно. Наставникот да ја следи работата на ученикот во истиот момент кога тој работи на проблемот. Притоа, наставникот може да интервенира во кој било дел од работата на ученикот, да даде коментар и веднаш да оцени или, ако има потреба, да даде дополнителени насоки.

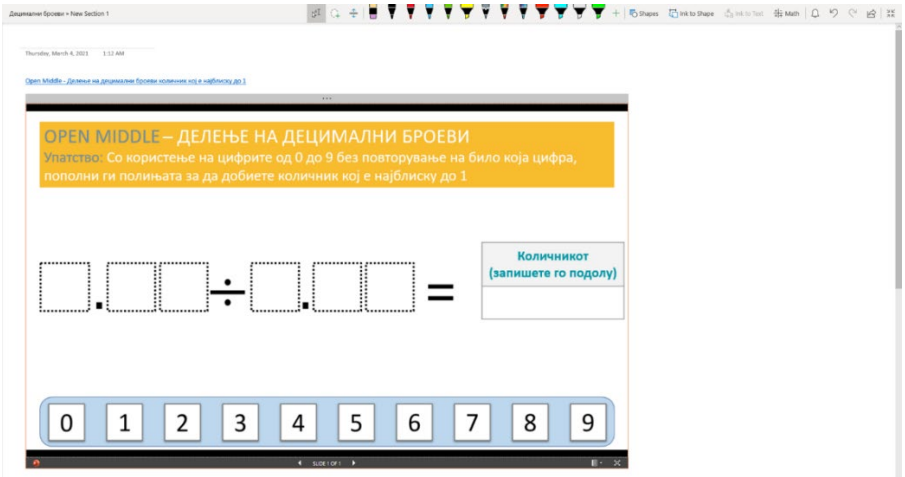
Како можен недостаток на овој начин на задавање може да се смета потребата за креирање на засебни линкови за секој ученик и нивно споделување, па во случај на поголемо одделение тоа може да биде проблем. Може да се јават и проблеми поврзани со успешното следење во ист момент на поголем број ученици. Проблемот со софтверот се исклучува, затоа што сите ученици ја поседуваат апликацијата во која е изработена активноста. Таа може да се постави и на мобилен уред и да се следи со одредени потешкотии поради големината на екранот.



Слика 5. Споделување со директен линк на One Drive за уредување до секој ученик.

г) Со користење на *OneNote*

За користење на овој начин на задавање на проблемите се препорачува наставникот да користи OneNote Class Notebook во кој има простор за секој ученик каде што се дистрибуира интерактивната презентација и каде секој ученик независно од соучениците може да го запише својот начин на размислување и тоа да го направи на начин кој е најпогоден за него. Дистрибуцијата на интерактивната презентација на овој начин ја губи својата интерактивност, но секогаш постои можност со линк за отварање на One Drive. Ако го искористите Collaboration Space делот од OneNote Class Notebook можете да креирате и групни активности со целото одделение каде што секој ученик може да учествува во дискусијата.

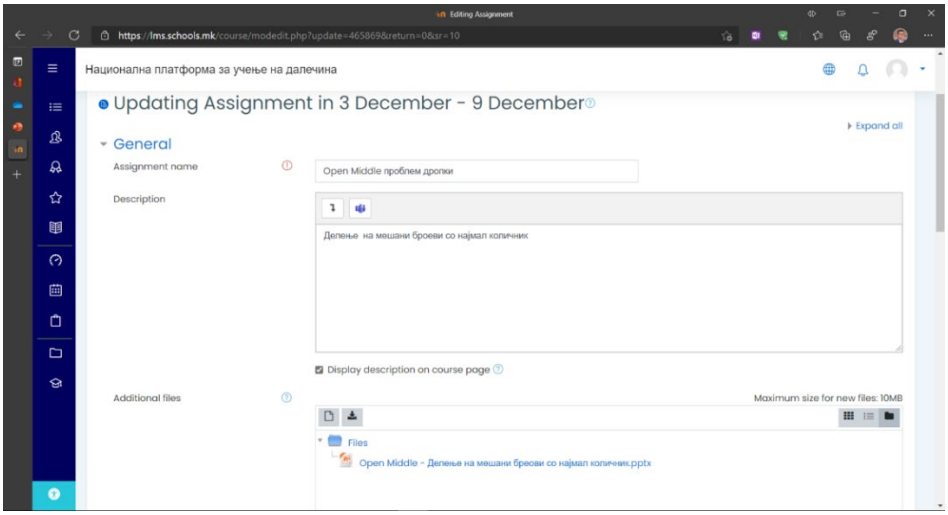


Слика 6. Задавање на проблемите со помош на OneNote.

д) Споделување преку *Moodle* како дел од *Националната платформа за учење на далечина* (НПУД)

Со користење на *Националната платформа за учење на далечина* (НПУД) овој вид проблеми можат да се зададат и како ресурс, но и како активност, т. е. задача за учениците за самостојна работа. Но, исто така може да се искористат и форумите коишто постојат во НПУД за да се поттикне соработката помеѓу учениците, затоа што не постои само еден начин на којшто може да се решат проблемите. На овој начин се охрабруваат сите ученици да учествуваат во дискусиите поврзани со проблемите.

Со овој начин на споделување се намалува интерктивниот карактер на активноста кој во мал дел постои само при користење на форумите. Тој е најблизок до класичниот начин на задавање на проблемите со користење молив и харија (што не смееме да го заборавиме како можност).



Слика 7. Сподеување преку Moodle како дел од НУПД.

9. ЗАКЛУЧОК

Без разлика кој начин на задавање на Open Middle проблемите ќе го искористите, немојте да се разочарате доколку не го постигнете резултатот којшто сте го очекувале на почетокот. Карактеристиката на овие проблеми (особено оние коишто се со поголема длабочина на знаењето) е да не можат да се решат со користење на класичните методи или со помош на калкулатор. Тие бараат одредено концептуално знаење на учениците, за разлика од задачите коишто ние како наставници најчесто ги користиме на сите нивоа на оценување, па дури и на завршните испити. Доколку сакате да проверите дали вашите ученици, покрај процедурално, поседуваат и концептуално знаење, тогаш немојте да се двоумите, почнете да го користите овој вид проблеми на првиот нареден час (било на почетокот од часот или во неговиот централен дел или во завршниот дел) на почетокот исклучиво во формативни цели и секогаш со задачи кои се едно одделение пониско од она што го предавате барем на почетокот.

Да забележиме дека Open Middle проблемите нема целосно да ги елиминираат погрешните концептуални разбирања кај учениците, но со

нивната употреба ќе може да ги видиме подобро процедуралните и концептуалните грешки што ги прават учениците. Во тој случај, можеме да ги искористиме во насока на засилување на математичкото разбирање и тоа за време на часот, што овозможува часовите да имаат поголема вредност, а не да се гледа на нив како на залудно потрошено време.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Open Middle - Challenging math problems worth solving,* https://www.openmiddle.com/

[2] D. Cole, *"The Chinese Room Argument"*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Edward N. Zalta (ed.). (Feb. 20, 2020 Edition). https://plato.stanford.edu/entries/chinese-room/

[3] R. Kaplinski, *Open middle math: problems that unlock student thinking, grade 6 -12,* Portsmouth, New Hampshire: Stenhouse publishers, 2019

[4] *D.Meyer,* Video Games & Making Math More Like Things Students Like, December 16, 2014. https://blog.mrmeyer.com/2014/video-games-making-math-more-like-things-students-like/

[5] *K.Miller, Bloom's taxonomy and Webb's Depth of Knowledge,* https://www.synergiseducation.com/blooms-taxonomy-and-webbs-depth-of-knowledge/

[6] *GeoGebra - Dynamic mathematics,* https://www.geogebra.org/classroom/vyrzmmqx

[7] *Webb's Depth of Knowledge Giude Career and Tecbical Education Definitions, 2209, http://www.mde.k12.ms.us http://redesign.rcu.msstate.edu https://www.aps.edu/sapr/documents/resources/Webbs_DOK_Guide.pdf*

[1] ООУ „Блаже Конески" Прилеп,
[2] ООУ „Климент Охридски", Прилеп,
Кузман Јосифоски, (7500) Прилеп, Р. Северна Македонија
e-mail: bogdanoskiigor@live.com
e-mail: monika.elim@yahoo.com

Примен: 7.7.2021
Поправен: 24.2.2022
Одобрен: 18.3.2022
Објавен на интернет: 8.4.2022

МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 237 – 254
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

СПОРЕДБЕНА АНАЛИЗА НА КЛАСИЧНАТА НАСТАВА И НАСТАВАТА ПРЕКУ СИСТЕМИ ЗА ДАЛЕЧИНСКО ОБРАЗОВАНИЕ ВО УСЛОВИ НА КОРОНА-КРИЗА, ЗА НЕКОИ МАТЕМАТИЧКИ УНИВЕРЗИТЕТСКИ КУРСЕВИ

Весна Димитриевска Ристовска [1]
Емил Станков [1]
Петар Секулоски [1]

1. ВОВЕД

Целта на овој труд е преглед и споредба на некои аспекти од изведување на наставата и резултати од испитите од неколку математички курсеви на Факултетот за информатички науки и компјутерско инженерство (ФИНКИ), при Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, во времето пред корона-кризата, наспроти првата година од корона-кризата.

Наставата на повеќето математички предмети на ФИНКИ се состои од предавања, аудиториумски и лабораториски вежби. Класичниот начин на предавања и аудиториумски вежби се одвиваше во училница, со користење на табла и видео-бим. Новонастанатата состојба во државава и многу пошироко – на целата планета, причинета од кризата на вирусот кој ја предизвикува болеста COVID-19, диктираше потреба од прилагодување на наставата и испитите на голем дел од универзитетските курсеви.

Светската здравствена организација (СЗО), [1], објави пандемија на 11.3.2020 год., а на факултетот ФИНКИ нецела недела по тој датум, т.е. започнувајќи од 17.3.2020 год., па сè до денес (март 2021 год.), изведувањето на наставата и испитите е комплетно преку системи за далечинско учење. Тоа е реализирано со користење на видео конференцискиот систем *BigBlueButton* (*BBB*), [2], имплементиран во студентскиот сервис *Courses*, односно на официјалните интернет страници на ФИНКИ на платформата за е-учење Moodle, [3], [4].

Споредбата на изведувањето на наставата и резултатите од испитите од неколку математички курсеви ја даваме во продолжение.

2. ПРЕГЛЕД НА ТРУДОВИ ОД ОБЛАСТА

Во продолжение следува краток преглед на неколку статии кои се осврнуваат на слични теми.

Во трудот [5] е направена компарација на ефикасноста на онлајн наспроти класичната „лице-во-лице“ (англ. Face-to-Face) настава во текот на временски период од 8 години (од 2009 до 2016 година). Со цел да се одреди кој од двата наставни модалитети генерира подобри студентски перформанси, анализирани се постигнатите резултати на 548 студенти на курс од областа на екологијата (на државниот универзитет Fort Valley во САД), од кои 401 посетувале традиционална, а 147 посетувале онлајн настава. Заклучокот од оваа анализа е дека не е утврдена статистички значајна разлика помеѓу перформансите на студентите кои посетувале онлајн настава и оние кои посетувале традиционална настава, од каде што авторите посочуваат дека постои голем потенцијал за успешна примена на онлајн наставата кај општествените науки.

Во трудот [6] се анализира далечинското (онлајн) учење во основните и средните училишта во Словачка, чијашто имплементација била наметната со отпочнувањето на пандемијата со COVID-19. Авторите се задржуваат на имплементацијата на далечинското учење од гледна точка на наставниот кадар во училиштата, со посебен акцент на влијанието на претходното искуство и перцепцијата на наставниците врз успешноста при справувањето со наставниот процес за време на пандемијата.

Во [7] е опишано истражување коешто е спроведено со цел да се одреди влијанието на воведувањето на далечинското учење врз перформансите на учениците во средните училишта во Малезија, за предметот Математика. Во рамки на ова истражување анализирани се две множества податоци за резултатите постигнати од учениците: пред и по отпочнувањето на пандемијата (т. е. при традиционална настава и во услови на далечинско учење). Со примена на соодветен статистички тест е утврдено дека успехот на студентите значително опаднал со воведувањето на далечинската настава. Како фактори кои би можеле да придонесат за ваков ефект авторите ги наведуваат недостатокот од ефективни методи на предавање на материјалот, како и недостатокот на мотивација кај учениците во пандемиски услови.

3. СПОРЕДБЕНА АНАЛИЗА НА КЛАСИЧНАТА НАСТАВА НАСПРОТИ НАСТАВАТА ЗА ВРЕМЕ НА КОРОНА-КРИЗАТА

3.1 КЛАСИЧНА НАСТАВА И ИСПИТИ

Најголем дел од математичките предмети на ФИНКИ вклучуваат настава која се состои од предавања, аудиториумски и лабораториски вежби. Предавањата и аудиториумските вежби до појавата на корона-кризата се изведуваа во училница, со помош на табла и видео-бим.

– За време на предавањата наставникот ја објаснува предвидената тема, користи презентации од видео-бим за лекцијата на кои се прикажани дефиниции, теореми, докази, својства, но и задачи од материјалот. Зависно од материјалот, наставникот на табла детално испишува решенија на задачи, скицира графици или шеми, изведува докази на теореми и слично.

– При изведувањето на аудиториумските вежби асистентот ги објаснува и испишува на табла решенијата на предвидените задачи, скицира графици, табели, идеи, итн. Многу често за време на вежбите се користи и паралелно прикажување на материјалот на видео бим, за да може студентите да имаат подобар увид во текстот на задачите.

– На лабораториските вежби од математичките предмети, во некој соодветен математички софтвер, како на пример, GeoGebra, [8], Mathematica, [9], и други, се работат основни задачи поврзани со материјалот од предметот. До пред две години беше задолжително присуството на студентите во лабораторија, но последните две години, до пред појавата на корона-кризата, тие вежби беа најчесто консултативни. Имено, секоја недела се објавуваше упатство за вежбата, со соодветни наредби и решени задачи, но и задачи за самостојна изработка. Студентот можеше да присуствува во лабораторија и да го праша одговорниот асистент во врска со предвидените задачи, но можеше предвидениот материјал од лабораториската вежба да го разработи и во домашни услови.

– Испитите се изведуваа во училница или амфитеатар, така што студентите пишуваа одговори на прашања и решаваа задачи на хартија, освен делот од лабораториски вежби, кој се полагаше во лабораторија, на

компјутер, со решавање на кратки задачи во соодветниот математички програмски јазик.

3.2 НАСТАВА ЗА ВРЕМЕ НА КОРОНА-КРИЗАТА

За време на корона-кризата, како и за сите останати курсеви на факултетот, така и за математичките курсеви, како на пример: Калкулус 1, Калкулус 2, Калкулус, Дискретна математика и други, далечинското образование реализирано преку предавања, аудиториумски и лабораториски вежби, како и колоквиумите и испитите, се одвива преку видео конференцискиот систем *BigBlueButton* (*BBB*), имплементиран во студентскиот сервис *Courses*, т.е. на официјалните интернет страници на ФИНКИ на платформата за е-учење Moodle.

На самиот почеток се наметнаа повеќе прашања околу начинот на изведувањето на наставата, за кои требаше што побргу да се донесе одлука и да се продолжи со прекинатата настава:

1) Дали предавањата да се снимаат или секое предавање да се изведува само онлајн, без снимка, во термин предвиден во факултетскиот распоред на часови?

2) Ако предавањата се снимаат, дали тоа да се направи претходно, а не на самиот час, со цел да се подготви што подобра и почиста снимка, на која не би имало евентуални прашања од студенти?

3) Дали аудиториумските вежби да се изведуваат преку онлајн часови со веб-камера и решавање на задачи на лист хартија со пенкало, или дигитална табла или, пак, со користење на pdf материјали и дообјаснување?

4) Дали аудиториумските вежби да се изведуваат со претходно подготвени видео снимки, кои би можело да се користат за време на предвидените термини за аудиториумските вежби, така што на онлајн термините по потреба би се разјаснувале само некои од деталите или само некои од задачите?

Според стратегијата донесена на Наставно-научниот совет на факултетот, деталите за одвивањето на наставата по одреден предмет беа препуштени на проценката на предметните наставници. Имено, за различни предмети имаше разлики во начините на изведување на наставата, за што ќе се осврнеме подоцна во продолжението на овој труд.

3.3 ИСПИТИ ЗА ВРЕМЕ НА КОРОНА-КРИЗАТА

Првата колоквиумска недела, која стандардно до пред корона-кризата се одвиваше во април, во летниот семестар во 2020 год. се одржа само за некои предмети, таканаречени „пилот-предмети“ и тоа претежно за оние предмети со помал број студенти.

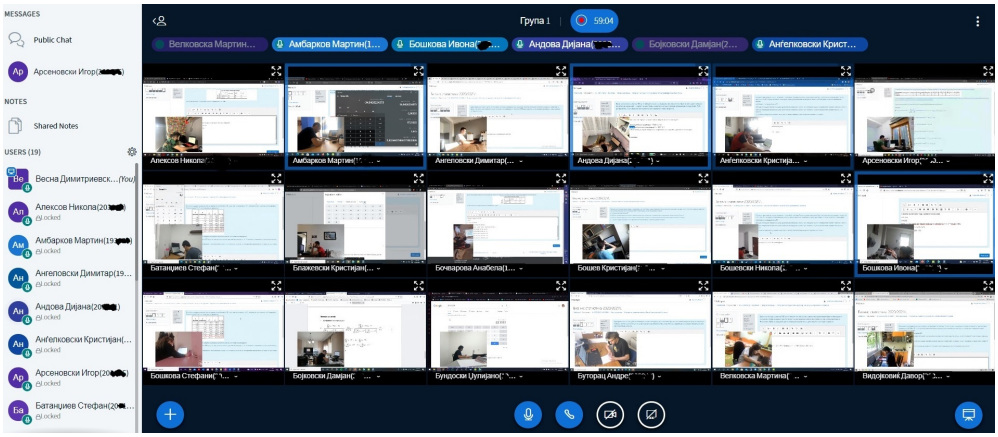
Трите големи сесии: јунска, септемвриска и јануарска, како и двата колоквиуми во зимскиот семестар, се одржаа со стопроцентно онлајн полагање, најчесто со користење на две камери, преку системот *BBB*. Едната камера беше од компјутерот на студентот (се споделуваше екранот на студентот за да се има постојан увид во неговата работа), а втората беше камера од мобилен телефон или веб-камера, поставена десно од студентот, така што може убаво да се следи студентот, неговата работна маса и компјутерот на кој што полага.

За време на полагањето беа забранети какви било други материјали, освен оние што се дозволени за предметот. Исто така строго беше забрането користење на социјални мрежи или комуникациски софтвер.

За студентите кои немаат соодветни технички услови за онлајн полагање од дома (соодветна хардверска опрема и стабилна интернет конекција), ФИНКИ овозможи да полагаат со физичко присуство. Таквите студенти требаше навремено да се пријават на анкетата пред сесијата и сите испити во таа сесија требаше да ги полагаат со физичко присуство. За потребите на ова полагање во секоја испитна сесија беше подготвена соодветна, доволно голема компјутерска лабораторија во која помеѓу студентите беше овозможено безбедно растојание и беа почитувани сите препораки и мерки за заштита на здравјето на студентите, а во која беше инсталирана висококвалитетна веб камера која што се користеше за постојан надзор за време на полагањето. За овие студенти, исто како и за останатите студенти присутни на испитот, важеа идентичните правила за полагање.

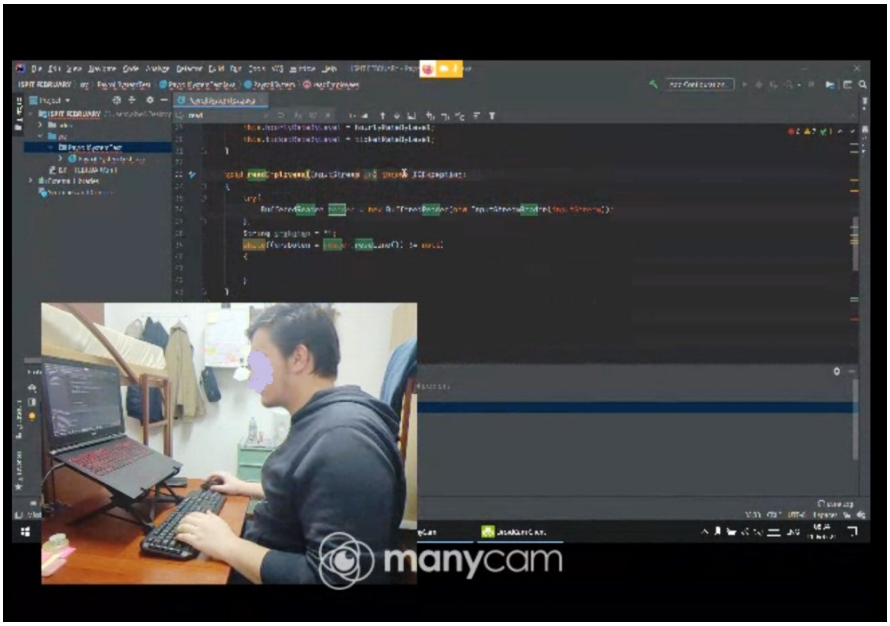
За време на секој онлајн испит студентите полагаа со задолжително приклучување во *BBB* сесии, по околу 20 студенти во сесија (Слика 1). Пред почетокот на испитот се прави идентификација на секој студент, со негов индекс, студентска легитимација или друг документ за лична идентификација. Ако студентот користи еден или повеќе листови хартија

како помошно средство при решавање на прашањата/задачите од испитот, истиот задолжително мора да го прикаже на камера пред почетокот на испитот за наставникот да се увери дека е празен.



Слика 1. Приказ на една *BBB* сесија за време на (онлајн) полагање испит.

Секој наставник за време на испитот ги следи сите студенти со видео и аудио сигнал, а на екранот на наставникот стои и листа на имиња на сите присутни студенти на *BBB* сесијата. По потреба, наставникот може да ја зголеми (зумира) снимката од еден студент, за да провери, доколку нешто е сомнително (Слика 2).



Слика 2. Зголемен приказ на видео снимката од две камери на студент.

Ако студентот има прашање, тој може да го постави во писмена (електронска) форма на каналот за комуникација (анг. chat).

Сите наставници, асистенти и дополнителни дежурачи на испитот се поврзани во вибер-група за побрза меѓусебна координација во врска со прашања околу испитот.

3.3.1 РЕШАВАЊЕ НА ДЕЛОТ ЗАДАЧИ

Во јунската сесија, изведувањето на делот од испитот – решавање задачи по Калкулус 1 и Калкулус 2, беше преку решавање на хартија со пенкало, во текот на 2 часа и 30 минути, а потоа на крајот на испитот студентот ги сликаше решенијата со мобилен телефон и ги прикачуваше на системот Moodle.

Од септемвриска сесија па наваму, решавањето задачи по Калкулус 1 и Калкулус 2 се одвиваше на следниот начин: студентот прво ги решава задачите на хартија со пенкало, а потоа решенијата ги испишува во едитор за математички формули, базиран на TEX-команди, вграден во платформата за е-учење Moodle, во текот на 3 часа и, на крајот, ги прикачува решенијата на системот. Претходно, асистентите имаа подготвено упатство за студентите, со готови примери за илустрација како се пишуваат основните потребни формули во едиторот.

3.3.2 РЕШАВАЊЕ НА ДЕЛОТ ТЕОРИЈА

Решавањето на делот од испитот - теорија од предметите Калкулус, Калкулус 1 и Калкулус 2, се одвиваше онлајн, преку Moodle квиз на кој некои прашања беа со избор од понудени одговори, за некои требаше да се внесе краток одговор (на пример број или буква), а за некои, студентот требаше да напише дефиниција, теорема, својство, доказ и сл. Според мислењето на наставникот, доколку има потреба, некои од студентите беа повикувани на дополнително усно испрашување пред камера.

3.3.3 ЛАБОРАТОРИСКИ ДЕЛ ОД ИСПИТОТ

Овој дел од испитот се одвиваше на компјутер, со две вклучени камери, додека студентот решава неколку кратки задачи во соодветниот математички програмски јазик.

4. ПОДЕТАЛНА АНАЛИЗА ЗА НАСТАВАТА ЗА ВРЕМЕ НА КОРОНА-КРИЗАТА

4.1 КУРС: КАЛКУЛУС 2 ОД ЛЕТЕННИОТ СЕМЕСТАР ОД УЧЕБНАТА 2019/2020 ГОДИНА

4.1.1 ПРЕДАВАЊА

Предавањата за предметот Калкулус 2, кој е од летен семестар, за време на првата година од корона-кризата (учебна 2019/2020 год.) се одвиваа на следниот начин:

– Наставниците подготвуваа снимено предавање во времетраење колку и предвидениот термин од распоредот на часови. Снимката беше изготвувана пред да започне работната недела, а во понеделник беше поставувана на системот. На тој предмет снимките се оставени да стојат трајно на системот.

– Студентите можеа да изберат дали сакаат да ја видат и слушнат лекцијата пред редовниот термин според распоредот на часови или точно во предвидениот термин или, пак, подоцна.

– Во терминот за предавања, наставникот беше задолжително присутен на онлајн сесијата и, во договор со присутните студенти, часовите беа користени за дообјаснување на некој дел од снимената лекција, за разјаснување нејасни прашања или за заедничко преслушување на делови од снимката. За таа цел наставникот можеше да користи лист, пенкало и камера која го снима додека објаснува или, пак, дигитална табла за цртање и пишување со дигитално пенкало. Притоа, наставникот преку „споделување“, т.е. онлајн прикажување на неговиот екран, испишува објаснување на некој нејасен дел или решава некоја задача.

Повеќе добри страни беа забележани кај овој тип на предавања, но двете најважни се:

– **Флексибилност за тајмингот**: студентот може да избере кое било време од 24 часа во денот кога нему најмногу му одговара да ја преслуша снимената лекција.

– **Деловите од лекцијата**, кои му се потешки на студентот, **може да ги преслуша произволен број пати** за да го разбере подобро. Ова е многу ефикасно за време на сесија, кога студентот го подготвува испитот

и има потреба повеќепати да ја прегледа лекцијата според неговите потреби и согледувања.

Како евидентна лоша страна беше онлајн **посетеноста**. Имено, на почетокот на далечинската настава онлајн посетеноста на часовите беше голема, но со текот на времето таа се повеќе се намалуваше, со оглед на тоа дека студентот може сам да ја слуша лекцијата, во кое било време, без потреба од онлајн туторство или асистенција од наставникот.

4.1.2 АУДИТОРИУМСКИ ВЕЖБИ И ИСПИТИ

– Аудиториумските вежби се изведуваа комбинирано: за дел од нив одговорните асистенти подготвија видеа кои беа поставени на YouTube каналот Petar Sekuloski со линк

https://www.youtube.com/channel/UCILgCZgml5HQOePjCWGOkF,

а на кои решавањето задачи беше директно на голема табла, со пишување со фломастер.

– Поради краткото време за организирање на техничка поддршка, како на пример, обезбедување на високо-квалитетна камера за споменатите снимки за YouTube, другиот дел од аудиториумските вежби се изведуваа преку онлајн часови со користење на pdf материјали и дообјаснување со лист/пенкало и веб-камера.

– Бројот на прегледи на снимките од вежбите на YouTube беше значително голем и според изјавите на анкетираните студенти, тие се покажаа како голем бенефит за студентите, пред сѐ заради достапноста во кое било време, како и квалитетот на снимките и деталното решавање на задачите.

Начинот на спроведување на испитите за Калкулус 2 е опишан во претходните параграфи 3.3.1 и 3.3.2.

4.1.3 КУРСЕВИ: ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА, КАЛКУЛУС И КАЛКУЛУС 1 ОД ЗИМСКИОТ СЕМЕСТАР ОД УЧЕБНАТА 2020/2021 ГОДИНАПРЕДАВАЊА

Предавањата за предметот Дискретна математика за време на првата година од корона-кризата (учебна 2020/2021 год.) се одвиваа само онлајн со цел да се одржи повисока посетеност на часовите.

За предметите Калкулус и Калкулус 1 предавањата се изведуваа онлајн, а некои од нив, според проценка на наставникот, беа снимани на самиот онлајн час и оставани како трајна снимка за студентите подоцна да можат да ги користат.

4.1.4 АУДИТОРИУМСКИ ВЕЖБИ

Аудиториумските вежби за овие три предмети се изведуваа комбинирано:

– за дел од нив одговорните асистенти претходно подготвија видеа кои беа поставени на YouTube, со решавање задачи на голема табла или на мала дигитална табла (pen-tablet). Во редовните термини за вежби тие видеа беа проследувани, но барем по една задача од материјалот беше задолжително онлајн решавана со цел да се задржи вниманието на студентите.

– еден дел од аудиториумските вежби се изведуваа преку онлајн часови со користење на pdf материјали и/или решавање задачи на лист хартија со пенкало и директно прикажување на решавањето со веб-камера.

4.1.5 ИСПИТИ

Полагањето на испитот од предметите Калкулус и Калкулус 1, се одвиваше онлајн и е опишано во претходните параграфи 3.3.1 и 3.3.2.

Испитот по Дискретна математика се реализираше онлајн, во само еден дел, преку квиз, слично како теорискиот дел од испитот за Калкулус 2, со тоа што студентите по нивни избор можеа да користат едитор или, пак, да користат готови математички симболи кои им беа дадени на располагање, како на пример, симбол за унија, пресек, импликација, итн.

5. СПОРЕДБЕНА АНАЛИЗА ЗА РЕЗУЛТАТИ ОД КОЛОКВИУМИ И ИСПИТИ

Битно е да забележиме дека во јануарска сесија во 2019/2020 г. и 2020/2021 година имаше одреден број студенти коишто повторно го полагале предметот заради повисока оценка, иако веќе го положиле преку колоквиуми. Таквите студенти во следните табели се избројани само еднаш – во број на положени преку колоквиуми.

Исто така, постојат студенти кои повторно го полагале делот задачи или делот теорија од испитот, иако веќе го положиле тој дел преку колоквиуми. Таквите студенти во следниве табели се избројани само еднаш - во број на положени преку колоквиуми.

За пресметување на процентот на положени студенти е искористен количникот од бројот на положени студенти и вкупниот број на студенти што го полагале испитот.

5.1 КУРС: КАЛКУЛУС 1 ЗА ЗИМСКИОТ СЕМЕСТАР ОД УЧЕБНИТЕ 2019/2020 И 2020/2021 ГОДИНА

Во Табела 1 е дадена споредба на резултатите (во проценти) од колоквиуми и испити за предметот Калкулус 1 од зимските семестри во учебните 2019/2020 и 2020/2021 год.

Учебна година:	**2019/2020**	**2020/2021**
Колоквиуми		
Вкупно положени студенти (%)	**22,17**	**34,80**
Јануарска испитна сесија		
Вкупно положени студенти (%)	**23,14**	**11,70**

Табела 1. Споредбена табела со резултати од колоквиуми и испити за предметот Калкулус 1 од зимски семестар, за 2019/2020 и 2020/2021.

Од табелата е очигледно значителното зголемување на процентот на студенти коишто го положиле предметот преку колоквиуми: 22,17% во учебната 2019/20 год. наспроти 34,8% во учебната 2020/2021 год.

Но, во јануарската сесија е забележано намалување на тој процент: во учебната 2019/2020 год. тоа се 23,14% наспроти 11,7% во 2020/21 год. Овие различни трендови во процентите на положени студенти се добиени од податоците за двете сесии и засега се недоволни за да укажат на некоја тенденција.

5.2 КУРС КАЛКУЛУС ЗА ЗИМСКИОТ СЕМЕСТАР ОД УЧЕБНИТЕ 2019/2020 И 2020/2021 ГОДИНА

Во Табела 2 е дадена споредба на резултатите од колоквиуми и испити за предметот Калкулус од зимски семестар за 2019/2020 и 2020/2021 година.

Слично како и во Табела 1, броевите во Табела 2 кои се одвоени со коса црта претставуваат број на положени студенти / број на студенти кои го полагале испитот.

Според податоците прикажани во Табела 2, евидентно е зголемувањето на процентот на положени студенти и изведени оценки преку колоквиумите: во учебната 2019/2020 год. тоа се 22% наспроти 36,31% во 2020/2021 год., што е зголемување за 14,31%. Но, резултатите од јануарската сесија во 2021 год. покажуваат намалување на процентот на положени студенти и изведени оценки во учебната 2019/2020 год. (26,62%), наспроти 2020/2021 год. (21,09%), што е намалување за 5,53%.

	Учебна година	**2019/2020**	**2020/2021**
Колоквиуми	**Број на положени студенти на делот теорија преку кол.**	157 / 514	220 / 373
	Процент на положени студенти на делот теорија преку колоквиуми	30.54	58.98
	Број на положени студенти на делот задачи преку кол.	162 / 491	154 / 369
	Процент на положени студенти на делот задачи преку колоквиуми	32.99	41.73
	Број на положени студенти преку колоквиуми	**108**	**134**
	Процент на положени студенти преку колоквиуми	**22.00**	**36.31**
	Број на 6-ки преку кол.	50	58
	Број на 7-ки преку кол.	27	38
	Број на 8-ки преку кол.	16	18
	Број на 9-ки преку кол.	11	17
	Број на 10-ки преку кол.	4	3

Јануарска сесија	**Број на положени студенти на делот теорија во јануарска сесија**	115 / 294	53 / 147
	Процент на положени студенти на делот теорија во јануарска сесија	39.12	36.05
	Број на положени студенти на делот задачи во јануарска сесија	148 / 308	47 / 173
	Процент на положени студенти на делот задачи во јануарска сесија	48.05	27.17
	Број на положени студенти во јануарска сесија	**78**	**31**
	Процент на положени студенти во јануарска сесија	**26.62**	**21.09**
	Број на 6-ки во јануарска сес.	44	23
	Број на 7-ки во јануарска сес.	21	4
	Број на 8-ки во јануарска сес.	7	3
	Број на 9-ки во јануарска сес.	5	1
	Број на 10-ки во јануарска сес.	1	0
Кол.+ Јан.с.	**Вкупно: број на положени студенти од кол. и јан. сесија**	**186/785**	**165/516**
	Вкупно: процент на положени студенти од кол. и јан.сесија	**23.69**	**31.98**

Табела 2. Споредбена табела со резултати од колоквиуми и испити за предметот Калкулус од зимски семестар, за 2019/2020 и 2020/2021 год.

Понатаму следуваат резултати од статистички тестови, спроведени со цел да воочиме дали има разлика во процентот на положени студенти за учебните 2019/2020 и 2020/21 година, преку колоквиуми и испитот во јануарска сесија. За таа цел е користен тест за пропорции.

Во Табела 3 се дадени резултати од три теста, каде што тестиравме дали има статистички значајна промена во процентот на положени студенти преку колоквиуми. Во сите три теста се тестираше нултата хипотеза $H_0: p_1 = p_2$ наспроти алтернативната хипотеза $H_a: p_1 \geq p_2$, каде што p_1 е процентот на положени студенти за одреден дел преку колоквиуми во учебната 2020/21 година, додека p_2 е процентот на положени студенти за одреден дел преку колоквиуми во учебната 2019/2020. Во сите три теста H_0 се отфрла, односно може да тврдиме дека има зголемување на процентот на положени студенти во учебната учебната 2020/2021 година

во споредба со учебната 2019/2020 година. Моќта на тестовите, чиишто резултати се дадени во Табела 3, е голема и изнесува 0,992.

Споредба Колоквиуми: 2020/2021 со 2019/2020	p-вредност (Грешка од I тип)	Ниво на значајност
Теорија	0,00000004429	0,01
Задачи	0,0528431	0,1
Положени студенти	0,0114411	0,05

Табела 3. Резултати од статистички тестови за разлика на пропорции на положени студенти со колоквиуми за Калкулус, за 2020/2021 и 2019/2020 год.

Во Табела 4 се дадени резултати од три теста, каде што тестиравме дали има статистички значајна промена во процентот на положени преку испитот во јануарска сесија. Во сите три теста се тестираше нултата хипотеза $H_0: p_1 = p_2$ наспроти алтернативната хипотеза $H_a: p_1 \neq p_2$, каде што p_1 е процентот на положени студенти за одреден дел преку испитот во јануарска сесија во учебната 2020/2021 год., додека p_2 е процентот на положени студенти за одреден дел преку испитот во јануарска сесија во во учебната 2019/2020 год. Во сите три теста H_0 се прифаќа, т.е. може да тврдиме дека нема промена на процентот на положени студенти во учебната 2020/2021 год. во споредба со учебната 2019/2020 год.

Споредба Испит јануарска с. : 2020/2021 со 2019/2020	p-вредност (Грешка од I тип)	Ниво на значајност
Теорија	0.833839	0.05
Задачи	0.0175315	0.01
Положени студенти	0.721752	0.05

Табела 4. Резултати од статистички тестови за разлика на пропорции на положени студенти, јануарска сесија, Калкулус, за 2020/2021 г. и 2019/2020.

Во Табела 5 се дадени резултати од три теста, каде што тестиравме дали има статистички значајна промена во процентот на положени студенти кумулативно преку колоквиумите и испитот во јануарска сесија. Во сите три теста се тестираше нултата хипотеза $H_0: p_1 = p_2$ наспроти алтернативната хипотеза $H_a: p_1 \neq p_2$, каде што p_1 е процентот на положени студенти кумулативно од колоквиумите и испитот во јануарска

сесија во учебната 2020/2021 година, додека p_2 е процентот на кумулативно положени студенти преку колоквиумите и испитот во јануарска сесија во учебната 2019/2020 год. Во сите три теста H_0 се прифаќа, т.е. може да тврдиме дека нема промена на процентот на вкупно положени студенти (колоквиуми и јануарска сесија) во учебната 2020/2021 година во споредба со учебната 2019/2020 година.

Споредба **Вкупно положени преку колоквиуми и јануарска сесија 2020/2021 со 2019/2020**	**p-вредност** **(Грешка од I тип)**	**Ниво на значајност**
Положени кумулативно преку колоквиуми и испит во јануарска с.	0,106371	0,05

Табела 5. Резултати од статистички тест за разлика на пропорции на вкупно положени студенти (со колоквиуми и јануарска сесија) за Калкулус, за учебните 2020/2021 год. и 2019/2020 год.

Од спроведените тестови може да се каже дека во учебната 2020/2021 година има зголемување на процентот на положени студенти преку колоквиумите, во споредба со учебната 2019/2020 година, при што е евидентна голема моќ на статистичките тестови.

6. ЗАКЛУЧОК

Новонастанатата состојба во државава причинета од пандемиските размери од вирусот кој ја предизвикува болеста COVID-19, диктираше потреба од прилагодување на наставата и испитите на голем дел од универзитетските курсеви.

На Факултетот за информатички науки и компјутерско инженерство (ФИНКИ), започнувајќи од 17.3.2020 год., па сè до денес (март 2021 год.), изведувањето на наставата и испитите целосно се реализираше преку системи за далечинско учење, со видео конференцискиот систем *BigBlueButton* и студентскиот сервис *Courses* на платформата за е-учење *Moodle*.

Како и за сите останати курсеви на факултетот, така и за математичките курсеви, како Калкулус 1 и 2, Калкулус, Дискретна математика и други, предавањата, аудиториумските и лабораториските вежби, колоквиумите и испитите, се одвиваат преку видео конференциски систем за далечинско образование.

Анализирањето на двата аспекти – настава и испити, кои ги разгледувавме во оваа статија, нè доведува до заклучок за повеќе позитивни и негативни страни што ги забележавме кај далечинското образование во споредба со класичните услови на изведување на настава и испити.

Пред да преминеме на преглед на добрите и лошите страни, да забележиме дека кај двата разгледани предмети во параграф 5, според резултатите од табелите, очигледно е дека има значително зголемување на процентот на положени студенти и изведени оцени на колоквиумите за време на корона-кризата (т. е. учебната 2020/2021 год.), во однос на процентот на положени студенти и изведени оцени на колоквиумите за време класичната настава во 2019/2020 год.

Но, кај двата разгледани предмети во параграф 5, резултатите од јануарската сесија во 2021 год. покажуваат мало намалување на процентот на положени студенти и изведени оцени во учебната 2020/2021 год. наспроти 2019/2020 год.

Сметаме дека, иако има мала тенденција на зголемување на вкупно ниво, сепак овие варирања укажуваат на тоа дека не постои значајна разлика во процентот на положени студенти и изведени оцени во учебната 2020/2021 год. наспроти 2019/2020 год.

Позитивни страни. Повеќе добри страни беа забележани кај далечинскиот начин на настава, но неколку најважни се:

– ***Флексибилност за времето за усвојување на материјалот***: студентот може да избере кое било време, кога нему најмногу му одговара, за да ги види решенијата на задачите или да ја преслуша снимената лекција.

– ***Деловите од лекцијата или задачата***, кои му се потешки на студентот, ***може да ги преслуша повеќепати***, за да ги преслуша повторно и разбере подобро.

– ***Особено за време на испитна сесија, снимените материјали се многу ефикасни***, зашто може повторно да се прегледаат за повторување

на материјалот. Кога студентот го подготвува испитот, тој има потреба повеќе пати да ја погледа лекцијата, или решението на задачата, според неговите потреби и согледувања.

– ***Сосема се избегнати трошоците за транспорт и сместување на студентите***, кои не живеат во градот каде студираат. Исто така, се заштедува и времето кое нормално се губи во транспорт до факултетот (заради присуство на настава, испити или пак консултации), па студентите можат да го искористат ова време на други попродуктивни активности (на пример, на учење).

Негативни страни. Овде ги издвојуваме:

– ***Недостиг на директен контакт очи-во-очи***. За разлика од класичниот начин на настава во училница или лабораторија, каде што наставникот или асистентот има директен контакт во живо со студентите, кај далечинското образование во значителна мера се чувствува недостигот од тој директен начин на комуникација кога наставникот во живо ја пренесува материјата и го следи вниманието и реакциите на студентите.

– ***На предметите каде беа оставани снимки од материјалот***, на почетокот на онлајн наставата, онлајн посетеноста на часовите беше голема, но подоцна ***посетеноста се намалуваше***, од причина што студентот може сам да ја слуша и гледа снимката, без потреба од онлајн присуство на наставникот или асистентот.

– Забележително е дека сè повеќе се зголемуваше бројот на студенти коишто прават дисциплински прекршоци, во смисла на користење на недозволени средства за време на испитите.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *WHO | World Health Organization*
https://www.who.int/

[2] *BigBlueButton | Open Source Virtual Classroom Software*
https://bigbluebutton.org/

[3] *Систем за курсеви на ФИНКИ*
https://courses.finki.ukim.mk/

[4] *Систем за полагање на тестови на ФИНКИ* https://ispiti.finki.ukim.mk/

[5] J. Paul and F. Jefferson, *A Comparative Analysis of Student Performance in an Online vs. Face-to-Face Environmental Science Course From 2009 to 2016*, Front. Comput. Sci., 1:7, 2019.

[6] E. Ballova Mikuskova and M. Veresova, *Distance education during Covid-19: the perspective of Slovak teachers*, Problems of Education in the 21st century, 78(6), p. 884-906, 2020.

[7] S. Zakaria, S. M. Abdul Malik and N. B. Safie, *Statistical analysis on effects of Covid-19 pandemic on secondary students' performance in mathematics subject*, AIP Conference Proceedings 2355, 060015, 2021.

[8] *GeoGebra | Free Math Apps* https://www.geogebra.org

[9] *Wolfram Mathematica: Modern Technical Computing* https://www.wolfram.com/mathematica/

[1] Факултет за информатички науки и компјутерско инженерство, ул. Руѓер Бошковиќ 16, 1000, Скопје, Р. Северна Македонија
e-mail: vesna.dimitrievska.ristovska@finki.ukim.mk,
e-mail: emil.stankov@finki.ukim.mk,
e-mail: petar.sekuloski@finki.ukim.mk

Примен: 15.5.2021
Поправен: 16.3.2022
Одобрен: 28.3.2022
Објавен на интернет: 14.4.2022

Печатница: Мар-саж, Скопје

Тираж: 300 примероци

http://im-pmf.weebly.com/petti-seminar-matematika-i-primeni.html

http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

51(062)

ТРУДОВИ за наставата по математика од Петтиот семинар "Математика и примени" [Електронски извор] / [уредници Весна Целакоска-Јорданова, Ирена Стојковска]. - Текст во PDF формат, содржи 254 стр. ; табели, граф. прикази. - Скопје : Природно-математички факултет, 2022. - (Едиција Математички омнибус ; кн. 10)

Начин на пристапување (URL):
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html;. -
Библиографија кон трудовите

ISBN 978-608-4762-50-8

а) Математика -- Примена -- Собири

COBISS.MK-ID 58030853

ISBN 978-608-4762-50-8