

ЗАДАЧИ ОД ОТВОРЕН ТИП ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Даниела Стојановска ¹

Современата настава е процес, ориентиран кон оспособување на учениците за истражување на различни начини на разрешување на проблем, односно решавање на задача. За моделирање на овој процес, од особено значење е изборот на задачи со кои наставникот ги унапредува математичките способности и креативното мислење на учениците, [2]. Овој труд е заснован на уверувањето дека за да ги стимулираме учениците да разрешуваат математички проблеми, неопходно е да ги замениме задачите од затворен, со задачи од отворен тип. Односно, неопходно е барањата на наставникот, учениците да: пресметаат, решат, одредат и да применат алгоритам, да ги замениме со барања, учениците да увидат, размислат, поврзат, препознаат математички елементи и да образложат.

Во продолжение даваме неколку примери на задачи од затворен тип за кои подоцна ќе ги приложиме соодветните пандани на задачи од отворен тип (Задача 1 – 4):

- Пресметај волумен на коцка со страна од 3 единични отсечки.
- Пресметај третина од волумен на коцка со страна од 3 единични отсечки.
- Пресметај волумен на коцка со страна од 4 единични отсечки.
- Пресметај го непознатиот член на пропорцијата: $8 : a = 4 : 3$.

Се разбира, задачите од затворен тип се поедноставни за составување, но и за решавање. Ученикот ги доживува како исклучиво математички и не бара аналогија со проблеми од реалниот свет, акцентот е на решението, а не на процесот на решавање. Така, за ученикот е најважно да се присети на соодветна постапка со која ќе дојде до точно решение. Сигурно е дека ваквото знаење на ученикот му е потребно, но не и доволно. Само со решавање на задачи од затворен тип, учениците не можат да се стекнат со компетенции потребни за високо рангирање на листите на светските институти за образовни мерења.

Задачите од отворен тип се задачи кои му овозможуваат на ученикот да го примени стандардното знаење, во нестандартни ситуации.

Преку решавање на ваквите задачи, ученикот може да демонстрира способност за логично и апстрактно размислување, способност да категоризира, сумира и да препознае аналогија. Иако не постои строга диференцијација од другите видови на задачи, може да се каже дека задачите од отворен тип најдобро ги отсликува мотото: „Подобро една задача на пет различни начини, одошто пет задачи на еден ист начин.“, [1].

Во овие задачи, акцентот е на дискусијата во процесот на решавање со која ученикот објаснува:

- Кој е пристапот во решавање на задачата?
- Кои се чекорите во постапката на решавање?
- Кои се причините за изборот на чекорите?
- Зошто се добива очекуваното решение?

Зависно од очекуваните исходи од учењето, наставникот може да направи избор помеѓу неколку видови задачи од отворен тип, [3]:

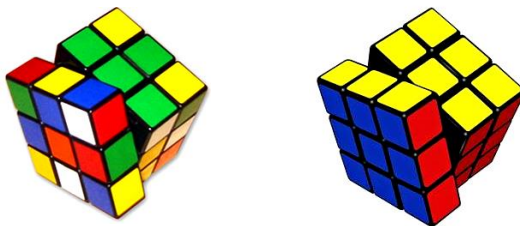
- Задачи со едно решение, но со повеќе различни пристапи во решавање.
- Задачи што имаат повеќе различни, но точни решенија.
- Задачи во кои се тргнува од реален свет.
- Задачи во кои се тргнува од математички свет.

Пред поставување на задача од отворен тип, наставникот мора да биде сигурен дека задачата е во согласност со претходните знаења на учениците, содржи лесно разбирливи очекувања и дека е доволно атрактивна за да го задржи нивното внимание. При тоа, наставникот мора да обезбеди најмалку еден наставен час за решавање на задачата.

Во првата половина од часот учениците работат самостојно на читање и толкување на задачата, а потоа ги споделуваат сознанијата во група, пронаоѓаат решенија и ги сумираат сопствените заклучоци. Во втората половина од часот, целото одделение учествува во дискусија околу пристапите во решавање на задачата и добиените решенија, а наставникот ги дава конечните заклучоци. Следните четири задачи се примери на задачи од отворен тип, соодветни пандани на дадените задачи од затворен тип на почетокот на трудот. Тие се со различен пристап во решавањето, но со единствено решение:

Задача 1. Колку единични коцки се потребни за да се направи Рубиковата коцка од Слика 1?

Задача 2. Колку единични коцки се потребни за да се направи жолтата страна од Рубиковата коцка од Слика 1?



Слика 1. Илустрации кои ги користат учениците за Задача 1 и Задача 2.

Од дискусијата по постапките на одредување на решенијата на овие задачи може да се воочи дека учениците најчесто тргнуваат од броење на коцките потребни за составување на еден ред (основа), (9), потоа множат со 3 (висина) и констатираат дека се потребни вкупно 27 коцки. Со насочена дискусија, наставникот може да сугерира заклучоци од типот:

– Бројот на коцки на основата е определен со должината на страната на дадената коцка.

– Вкупниот број коцки е определен со повторување на основата, во зависност од должината на страната на дадената коцка.

– Да се изведе воопштената форма за пресметување на волумен на коцка, $V = a^3$ и слично.

Сепак, од непроценлива важност во решавањето на овие задачи е поттикнувањето на учениците да демонстрираат логично и апстрактно размислување низ дискусија по прашања за единичните коцки во состав на Рубиковата коцка од типот:

– Каде се наоѓаат коцките со три зида во различни бои?

– Колку од коцките имаат три бои? (8)

– Каде се наоѓаат коцките кои можат да имаат само два зида во различни бои?

– Колку од коцките се во две бои? (12)

– Каде се наоѓаат коцките кои можат да имаат само еден обоен ѕид?

– Колку од коцките се во една боја? (6)

– Дали недостасува некоја коцка? ($8+12+6=26$, а $V=3^3=27$)

Притоа, наставникот може да очекува дека некој од моделите на Рубиковата коцка нема да го „преживее“ процесот на решавање на задачите како целина.

Задача 3. По колку единични коцки од секој вид се потребни за да се направи Рубикова коцка со должина од 4 единични коцки? (Слика 2)



Слика 2. Илустрација што ја користат учениците за Задача 3.

Со решавање на оваа задача, на учениците им се овозможува да заклучуваат по аналогија со сознанијата од преходните задачи, да ги повикаат претходните знаења и да ги употребат за составување на нова целина, да воопштат и состават алгоритам за одредување на волумен и делови од волумен на коцка, односно квадар.

Задача 4. Отпадот се прибира во 8 комплети контејнери. Секој комплет содржи црвен, син и жолт контејнер. Колку комплети ќе бидат потребни за прибирање на истиот отпад, кога во комплетот ќе се додаде и зелен контејнер? (Слика 3)



Слика 3. Илустрација која ја користат учениците за Задача 4.

При решавање на оваа задача, од особено значење е насочената дискусија за очекувањата на учениците, начинот на поврзување на факти и образложување на сопственото мислење:

– Каков е бројот на комплети што го очекуваме во однос на бројот 8?

– Зошто очекуваниот број на комплети е помал?

– Дали и зошто бројот на комплети (не) зависи од количината на отпадот што треба да се собере?

– Како може да ја воопштиме зависноста на бројот на комплети од бројот на поединечни контејнери во комплетот?

– Дали можеме да најдеме нови примери со иста таква зависност?

Во самото одредување на решението, учениците најчесто тргнуваат од вкупниот број контејнери (24) кој го делат во нови групи (6) од по 4. Но, за потребите на составување на нов пример, по направената дискусија, најголем дел од учениците, користат пропорција, односно еднаквост на размери.

Наведените примери (Задача 1 – 4) се кратки, лесни и интересни задачи коишто може да се решат и со „просто“ пребројување. Ваквите примери се погодни кога започнуваме со постепено навикнување на учениците на наставните методи за решавање на овој тип задачи. Во нив, за секој реален проблем, ученикот пронаоѓа решенија од реалниот живот, а методот на работа е по избор на ученикот (Слика 4).



Слика 4. Шематски приказ на процесот на решавање реален проблем.

Притоа:

– Секој ученик прави сопствен избор на начинот, односно методот со кој ќе може да одговори на проблемот.

– Има можност за широка употреба на математички знаења, вештини и способности.

– Стекнува искуство во самостојно заклучување, меѓусебна комуникација.

– Активно учествува во наставата и често изразува сопствена идеја.

– Се оспособува за аргументирано и течно изразување при потврдување и/или одрекување на остварени решенија.

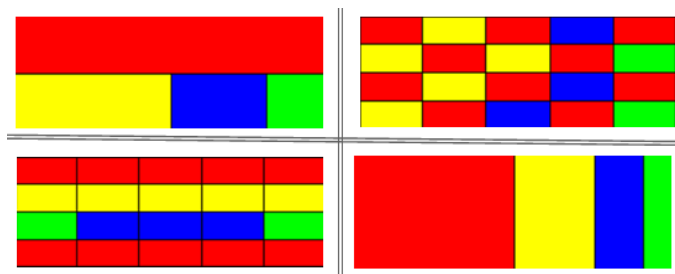
Но, и покрај тоа, често се случува ученикот да има проблем да ја разбере ситуацијата предочена во задачата, да изостане соодветна реакција, па ученикот да даде безначаен одговор. Односно, ученикот не може да го обедини она што другите го предочуваат во дискусијата.

Овие недостатоци, кај ученикот можат да предизвикаат незадоволство од сопственото напредување, што води кон демотивираност. Заради тоа, особено е важно наставникот навремено да ги увиди овие недостатоци и истите да ги намали со поставување на воопштени прашања од типот: „Можеш ли тоа да го поврзеш со...?“, „Зошто го избра овој начин?“, „Какво решение очекуваш?“, „Како дојде до решението?“ и сл.

Откако учениците ќе се стекнат со искуство во користење на наставните методи за решавање на задачи од отворен тип со едно решение, ќе може да работат и на задачи кои, не само што имаат повеќе начини на решавање, туку имаат и повеќе точни решенија (Задача 5 и Задача 6).

Задача 5. Обој еден сид од училницата така што 50% од површината да биде црвена, 25% жолта, 15% сина и 10% зелена.

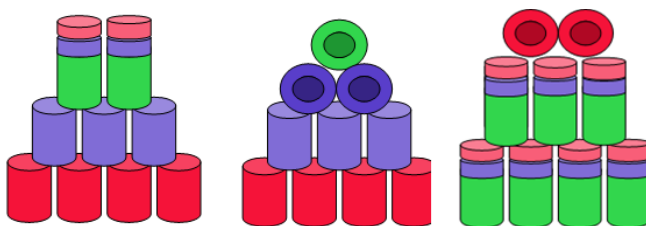
На Слика 5 се илустрирани четири можни решенија на Задача 5.



Слика 5. Илустрација на четири решенија на Задача 5.

Задача 6. Колку чаши се потребни за да се направи кула, висока 0,4 метри?

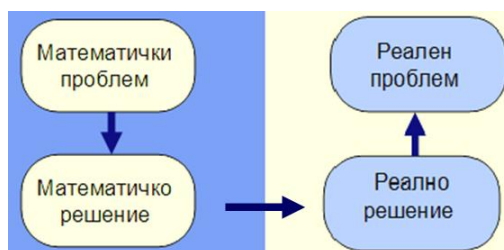
На Слика 6 се илустрирани неколку решенија на Задача 6 (првата и третата кула се точни решенија, а втората кула е приближно точно решение).



Слика 6. Илустрација на неколку решенија на Задача 6.

За решавање на оваа задача, учениците имаат на располагање идентични чаши. Секоја од нив е со висина 12 cm и дијаметар на отворот 8 cm. Кога три чаши ќе се постават една во друга, се формира нова чаша со висина од 16 cm. Оваа задача е само еден од примерите на искусственото учење. Учениците ваквите задачи ги сакаат затоа што ги доживуваат како добро позната игра, скоро во ист момент можат да проверат точност на своја претпоставка и да формираат нова целина (кула).

По стекнатото искуство со претходните задачи, учениците ќе можат да работат и на математички задачи со кои се разрешуваат проблеми од реалниот живот, (Слика 7). На пример: проблем со расипан калкулатор, проблем со просторно уредување или проблем со нумерирање на објекти.



Слика 7. Шематски приказ на процесот на решавање на математички проблем со кој се решава проблем од реалниот живот.

На пример:

Задача 7. Претстави го производот на броевите 12 и 15 без да ја употребиш цифрата 5.

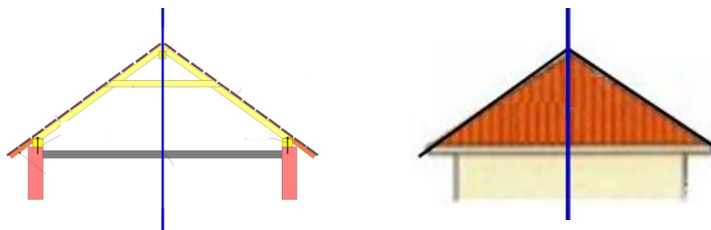
Проблемот кој може да се надмине со решавање на оваа задача е пресметување на производ со помош на калкулатор на кој не му

функционира копчето со број 5. Така производот ќе мора да се запише како: $12 \cdot (7 + 8)$, $12 \cdot 30 : 2$, $12 \cdot (4 + 11)$ и слично.

Овие и уште многу други начини да се дојде до решение на задачавата, на учениците им овозможуваат да го усовршат практикувањето на основните математичките операции и нивните својства.

Задача 8. Нацртај триаголник ако е дадена неговата оска на симетрија.

Еден од проблемите кој може да се надмине со решавање на оваа задача е конструкција на пресек на кров, знаејќи ја неговата оската на симетрија. Се разбира, ова е задача за која постојат повеќе различни, но точни решенија. Понуденото решение е само едно од можните (Слика 8).



Слика 8. Илустрација на едно решение на Задача 8.

Задача 9. Дали низата 1, 4, 7, 10, ... го содржи бројот 100?

Најчестиот пристап на учениците во одредување на точниот одговор на ова прашање се состои најнапред во одредување на чекорот на зголемување на броевите во низата. Откако ќе одредат дека броевите се зголемуваат за 3, следно што се забележува е дека секој број во низата е за еден повеќе од број делив со 3. Така, членови на низата се $30+1=31$, $60+1=61$, $90+1=91$, понатаму, 94, 97, и конечно 100.

Задачата може да се примени во разрешување на реален проблем, како на пример: „Во една висококатница во која има повеќе од 100 стана, на секој спрат има по три стана. Дали 100-тиот стан е во иста вертикала со станите со број 1, 4, 7, 10, ...?“

Решавањето на овие задачи на ученикот му овозможуваат да покаже не само што знае, туку и што може да направи со наученото.

Следењето пак на процесот на решавање на задачите, на наставникот му овозможуваат увид во:

Задачи од отворен тип во наставата по математика

- стилот на учење на секој ученик посебно,
- недостатоците во разбирање на математичкиот концепт,
- терминологијата која ја користи ученикот кога образложува сопствена идеја,

- начинот на кој интерпретира математичка ситуација.

При тоа, во функција на реално оценување на постигањата на ученикот, наставникот евидентира:

- Колку решенија определил?
- Колку различни идеи понудил?
- Колку различни идеи користел?
- Колку од идеите се математички точни?
- Колку аргументи користи во образложување на идејата?

Освен тоа, во системот на оценување на постигањата на секој ученик, треба да бидат вклучени и критериумите:

- тачност во математичко изразување,
- флексибилност, опсег на математичко изразување,
- оригиналност, степен на ефикасност на оригиналните идеи.

Решавање задачи од отворен тип е сложена наставна стратегија. Учениците ги поттикнува на креативни, математички активности што водат кон пошироко гледање на поставен проблем. За наставниците е предизвик да се справат со: недостаток од време за поставување на проблемот, решавање, дискусија и систематизација на наученото, подготовка и осмислување на задачи од една, и унапредување на ученичките компетенции од друга страна.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] V. Babic, *Zadaci otvorenog tipa u nastavi matematike*, Diplomski rad, Sveuciliste J. J. Strossmayera u Osjeku, Odjel za matematiku, Osjek, 2016.
<https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:814682>
- [2] N. P. Yachina, P. M. Gorev, A. K. Nurgaliyeva, *Open Type Tasks in Mathematics as a Tool for Students' Meta-Subject Results Assessment*. *Mathematics Education*, 10(3), (2015), 211 – 220.

- [3] *Zadaci otvorenog tipa, nova kultura zadataka u nastavi matematike – predavanje i radionica*, Prirodno-matematicki fakultet, Sveuciliste u Zagrebu,
https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/Zadaci_otvorenog_tipa-predavanje_i_radionica.pdf

¹ ООУ „Христијан Карпош“,
ул. „Доне Божинов“ 22/42, 1300 Куманово, Р. Македонија
e-mail: dani_hrst@yahoo.com

Примен: 30.01.2019

Поправен: 20.05.2019

Одобен: 28.05.2019

Објавен на интернет: 29.05.2019