МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 215 – 235
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНОТО И СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Игор Богданоски [1]

Моника Богданоска [2]

1. ВОВЕД

Односот кон наставата во голем дел зависи од подготовката на наставникот. Кога ќе забележиме дека учениците не разбираат одреден концепт за кој ги подучуваме во тој момент, можеме да им поставуваме прашања со цел да ги откриеме нивните начини на размислување или, пак, да се фрустрираме за тоа како е можно материјалот да не се разбере, имајќи предвид дека истиот концепт е работен неколку пати во различни ситуации и варијанти.

Добар наставник ќе си го поставуви прашањето: „Зошто учениците не го разбираат концептот или идејата?“ Желбата за да се откријат и истражат размислувањата на учениците ги натерало Роберт Каплански (Robert Kaplinsky) и Нанет Џонсон (Nanette Johnson) да започнат со креирање и собирање на Open Middle проблеми (проблеми со отворен среден дел), [1]. Идејата на овие проблеми е да ја откријат длабочината на разбирањето на она што го учат учениците и тоа да се направи со што е можно помалку проблеми (задачи) од овој вид.

Во овој труд ќе прикажеме повеќе вакви проблеми за различен степен на образование, а ќе ги презентираме и резултатите од направените истражувања. Овие проблеми првенствено се креирани за настава со физичко присуство, но многу добро можат да се модифицираат и да се користат како во синхрона, така и во асинхрона настава, па дури и во хибриден модел на настава.

Ќе прикажеме неколку различни начини на задавање на овие проблеми. Ќе се задржиме и на начинот на кој ќе може да се следи во живо работата на ученикот за време на часот (при синхрона настава) со цел формативно да се оценува напредокот на ученикот и да се отстранат одредени концептуални и процедурални грешки.

2. ЗОШТО OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ?

Со традиционалните проблеми, на учениците им се кажуваат чекорите што треба да ги направат за да го решат проблемот, па учениците знаат кога го решиле проблемот. Лесната структура и недостатокот на можности на традиционалните проблеми ја ограничуваат флексибилноста и креативноста и го ослабуваат жарот за учење кај најголем број ученици. Учениците прават проверки или се откажуваат, се чувствуваат фрустрирани или само ги следат чекорите кои се запишани во нивните тетратки (белешки) наместо да размислуваат и да прават рефлексија на нивните стратегии.

Наспроти традиционалните проблеми Open Middle проблемите многу често побаруваат од ученците да пронајдат стратегија според која ќе го одберат видот на својот одговор, како на пример, најмалото или најголемото решение или, пак, она решение кое е најблиско до некој однапред зададен број. Ваквата структура на овие проблеми побарува од учениците прво да се убедат себеси, а потоа да ги убедат и другите дека нивното решение е најдоброто можно. Со помош на овие проблеми кај ученците се поттикнува дискусијата за проблемите и продолжуваат со размислувањето и по добивањето на првобитното решение (одговор). Кај нив се развива навика за повеќекратни обиди за решавање на проблемот. Притоа, секој нареден пат си поставуваат пред себе цел да бидат подобри од претходниот обид или да добијат подобро решение од претходното.

Живеејќи во дигитално време на голем број софтверски решенија за различни видови проблеми кои можат да го решат нашиот проблем место нас, Open middle проблемите се покажаа како голем предизвик за ваквите апликации и софтвери кои не успеваат да ги решат во целост овие проблеми. Затоа, примената на Open Middle проблемите во синхроната и асинхроната настава добива на тежина. Тие се креирани за да го развиваат критичкото и аналитичкото размислување, решавањето проблеми и се многу тешки за решавање со паметен уред, одреден трик или процедура. Еден Open Middle проблем кој го илустрира сето погоре кажано е следниот: „Кој е најмалиот број на (геометриски) ознаки коишто се потребни за да се покаже дека еден четириаголник е квадрат?“.

3. КАКО ОВИЕ ПРОБЛЕМИ ЌЕ МУ ПОМОГНАТ НА НАСТАВНИКОТ?

Многу често мислиме дека нашите ученици го разбрале она што им го предаваме, за подоцна да се покаже дека сме имале сосема погрешна претстава. Нема наставник кој не го почувствувал ова, а особено е фрустирачки фактот како е можно такво нешто да не се забележи за време на часовите. Најчесто ова се забележува откако ќе ги направиме тестирањата (оценувањата) додека веќе работиме на друга содржина. Ситуацијата е уште подраматична ако се има предвид дека сигурно за време на часовите сме поставувале прашања и сме добивале точни одговори, па тогаш како е можно да не го разбираат она што се учи? Што јас како наставник правев или правам погрешно?

За да го објасниме она што се случува ќе го искористиме експериментот на философот John Searle наречен „Кинеска соба". Замислете дека некој човек, кој воопшто не знае кинески, седи сам во соба и располага со една кутија со кинески карактери и една книга според која ги толкува сите карактери што може да ги добие и врати како одговор на кој било надвор од собата. Во собата влегува жена којашто течно зборува кинески, запишува нешто на лист хартија и му го дава на човекот во собата. Тој ќе ја искористи книгата за да протолкува што пишува на листот и со соодветни карактери од кутијата што ја има, ќе испрати одговор, [2]. Да се обидеме да ги објасниме перспективите на сите инволвирани во експериментот. Жената што знае кинески, на ливчето кое го испратила во собата запишала: „Дали зборувате кинески?", а одговорот што го добила од човекот во собата бил „Да, течно.". На тој начин од нејзина перспектива човекот во собата знае кинески, но од перспектива на човекот, тој само ја следел процедурата што му е дадена. Тој најверојатно нема претстава што пишува во писмото, ниту, пак, каков одговор дал.

Во контекст на математиката, учениците се тие што се во собата, а место кинески се работи за математика. Ние како наставници задаваме задачи коишто нашите ученици треба ќе ги решаваат со користење на формули или процедури запишани во нивните тетратки. Поголем дел од нашите ученици не ги разбираат проблемите и она што од нив се бара да се направи или која формула треба да се употреби, но можат да откријат кои информации треба да им ги дадат на наставниците како одговор. Да ја разгледаме перспективата на учениците и наставниците во овој случај. Наставникот задава одреден проблем што треба да се реши и го добива точниот одговор. На тој начин, од негова гледна точка, учениците го разбираат она што тој ги подучува, што го демонстрираат со даденото точно решение на понудениот проблем. Но, гледано од страна на ученикот, тој само ги користи информациите од сопствените белешки, за да го даде одговорот, притоа не покажувајќи со ништо дека го разбрал било прашањето, било одговорот. Ученикот, во таков случај, учествува во една измама којашто е на штета и на двете страни.

За жал, од досегашното искуство, голем дел од наставниците можат да се препознаат во експериментот било како личноста во собата или онаа надвор или, пак, можеби и како двете. Како наставници, опасно е да помислиме дека немаме алатки со чијашто помош ќе определиме дали нашите ученици навистина го разбираат она што им го предаваме или, пак, да се надеваме дека прашањата коишто се користат на тестовите ќе бидат во состојба да го измерат вистинското разбирање на учениците.

4. КОЈА Е РАЗЛИКАТА МЕЃУ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИТЕ И ОСТАНАТИТЕ ПРОБЛЕМИ?

Open Middle проблемите изгледаат поинакви од останатите проблеми и нивната употреба за првпат можеби ќе ве направи повнимателни и поскептични, но токму тоа ги прави специјални. Особено кога ќе почнете да користите повеќе проблеми за ист математички концепт. За да го покажеме тоа, детално ќе образложиме три проблеми коишто се однесуваат на решавање на линеарни равенки со една непозната. Прво ќе започнеме со класичен проблем кој може да се сретне во учебник по математика.

Проблем 1. Реши ја равенката $21+x=70$.

На кој било начин да се решава оваа равенка дали со барање на непознат собирок или пак со одземање на 21 од двете страни на равенството со користење на методот на рамнотежа, не е тешко да се добие дека решението на равенката е $x=49$. При едно истражување од вкупно 1120 ученици од VI и VII одделение, 92% од учениците точно ја решиле оваа

задача, [3]. Прашањето коешто се поставува во овој случај е дали решавањето на овој вид задачи или, пак, на цел работен лист со задачи од овој вид, е доволно за да се определи длабочината на разбирањето на концептот за решавање на линеарни равенки што се решаваат во еден чекор.
За да се најде одговор на последното прашање, креиран е нов проблем од истата тема кој се однесува на истиот тип равенки.

Проблем 2. Во секое од празните полиња стави некоја од цифрите од 1 до 9. Притоа, секоја цифра употреби ја најмногу еднаш за да креираш две равенки, така што решението на првата равенка да е позитивен број, а решението на втората равенка да е негативен број.

Прва равенка $\square\square + x = \square\square$ Втора равенка $\square\square + x = \square\square$.

Овој проблем на прв поглед е многу потежок од претходниот поради празните полиња кои не овозможуваат веднаш да се отпочне со некоја позната стратегија. Најголем број од учениците започнуваат со разместување на цифрите во празните полиња со цел да добијат нешто што им е познато, а дури потоа почнуваат со решавање по некоја позната стратегија. Едно од можните решенија на задачата е равенката $12 + x = 34$, за која $x = 22 > 0$ е позитивното решение. Тешкотиите настануваат кога учениците треба да го најдат негативното решение. Како треба да се постават цифрите за да се добие негативното решение? Една од можностите која учениците прва ја прифаќаат, е да поставуваат цифри и да го проверуваат решението, но на овој начин ќе потрошат многу време. Секогаш како опција ја имаат можноста да размислуваат концептуално, односно ако бројот којшто се додава на x е поголем од збирот, тогаш секогаш решението на таа равенка ќе е негативно. Мораме да признаеме дека овој проблем бара од учениците да размислуваат на поинаков начин во споредба со првиот. И тој бил зададен на истата група од 1120 ученици , но овој пат само 571 ученик или 51% од нив точно го решиле, што претставува разлика од 41%. На што се должи ова намалување на процентот на ученици кои го решиле проблемот? Ако се земе предвид дека голем број од нив знаат да решаваат класични равенки со една непозната (како оние од Проблем 1), тогаш за очекување е дека тие ќе можат без тешкотии да го решат и овој проблем, но 41% од нив не се во можност тоа да го направат. Тоа значи дека сите тие имаат само привидно разбирање на концептот за решавање на линеарни равенки. Заклучокот е: ако задаваме само проблеми како првиот, тогаш голем број од нашите ученици ќе го немаат потребното концептуално разбирање, односно нема да го разбираат она што им го предаваме, факт којшто немаше да го знаеме сѐ до воведувањето на вториот проблем. Тука се поставува дополнително прашање: дали постои начин да се откријат дополнителни празнини во знаењето и како тоа да се направи? За таа цел на истата група ученици им е зададен и трет проблем.

Проблем 3. Во празните полиња стави некоја од цифрите од 1 до 9. Притоа секоја цифра искористи ја најмногу еднаш, за да добиеш најголемо можно решение на равенката.

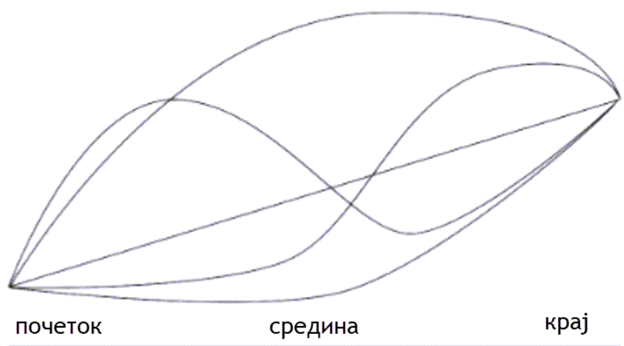
$$\square\square + x = \square\square$$

Проблемите како овој побаруваат подлабоко концептуално разбирање отколку претходните два. Тој е надоградба на претходниот проблем, принудувајќи го ученикот подлабоко да размислува како поставувањето на цифрите влијаат врз вредноста на решението. Доколку учениците не користат концептуално размислување, тогаш многу долго ќе го погодуваат решението и на крај може и да го добијат. Но, со користење на концептуално разбирање, ќе забележат дека ако го додадат најмалиот број кон x, а вредноста за збирот е најголемиот можен број, тогаш решението ќе е најголемо. Тоа значи дека бараната равенка е $12 + x = 98$. Кога овој проблем бил зададен на истата група од 1120 ученици, само 37% или 414 ученик точно ја решиле задачата.

Ако користиме само проблеми како од пример 1, а не Open Middle проблеми како од пример 2 и пример 3, тогаш најверојатно голем дел од учениците навидум ќе го разбираат она што ним им го предаваме, но во суштина имаме скриени незнаења и празнини, т.е. скоро 63 % од учениците имаат математички непознавања кои немаше да се откријат доколку не се зададеа проблемите од пример 2 и пример 3. Од лично искуство може да потврдиме дека учениците многу почесто имаат скриени незнаења отколку што ние во суштина можеме да детектираме (препознаеме). Интересно би било да се спомене дека ако во претходните задачи се бараше празните полиња да се пополнат со цифрите од 0 до 9, наместо од 1 до 9, притоа добивајќи двоцифрени броеви на местото на собирокот и збирот, дека во тој случај уште повеќе би можело да се измери суштинското познавање на изучуваниот математички концепт, во овој случај линеарните равенки со една непозната. Многу тестирања (дури и национални стандардизирани тестирања) во голема мерка се потпираат на проблеми како од првиот пример, а како последица се добиваат погрешни толкувања на многу од резултатите од тестирањата како математички солидни резултати, што во суштина не се. Оваа разлика е нешто на што треба да се работи за таа да се намали што е можно повеќе.

5. КОИ ПРОБЛЕМИ СЕ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ?

Dan Meyer во неговата презентација при NCTM на 11 Април 2014 година зборува како математичките проблеми исто како и видео игрите имаат почеток, средна и завршеток кој може да биде отворен или затворен . Тој ја користи слика 1 со цел да покаже како во најголем дел од видео игрите секој играч започнува одредено ниво во играта на ист начин и на исто место и победува со исполнување на иста цел. На овој начин почетокот и крајот се затворени затоа што тие се исти за секој играч, но она што ги прави игрите интересни за играње е можноста да се изберат најразлични начини или патеки кои ќе го однесат играчот од почетокот до целта. На тој начин средишниот дел е отворен затоа што она што се случува помеѓу почетокот и крајот зависи од играчот. Ако играчот треба да следи одредено правило или одредени инструкции за да заврши одредено ниво, во тој случај средината ќе е затворена со што играта ќе биде многу понеинтересна, [4].



Слика 1. Визуелен приказ на проблемите кои имаат затворен почеток, отворена средина и затворен крај според Den Meyer, [4].

Слично е и со најголемиот број математички проблеми кои започнуваат на тој начин што сите го имаат истиот проблем и работат во насока на исто решение, како резултат на што почетокот и крајот се затворени. Она што е променливо е средината. Понекогаш барањата во проблемот му кажуваат на ученикот да го реши со користење на одреден метод (тогаш се работи за проблем со затворена средина), но најчесто се работи за повеќе различни начини на решавање (таквите проблеми имаат отворена средина). Проблемите коишто имаат затворен почеток и крај, а отворена средина, имаат тенденција да бидат поинтересни и да придонесат за побогата дискусија.

6. ДЛАБОЧИНА НА ЗНАЕЊЕТО

Длабочина на знаењето (ДнЗ) претставува друг вид рамка која се користи за да се идентификува нивото на строгост при оценувањето. Во 1997 година Dr. Norman Webb ја развил ДнЗ со цел да се категоризираат активностите според нивото на комплексност во размислувањето, [5]. Создавањето на ДнЗ е произлезено од усогласување на стандардите со оценувањето. Стандардизираните оценувања мерат како учениците размислуваат за содржините и научените процедури, но не мерат колку длабоко учениците мора да разберат и да бидат свесни за учењето за да можат да ги објаснат сопствените одговори и да дадат решенија, како и да го пренесат наученото во контекст на реалниот свет. Целта на ДнЗ е да го утврди контекстот (сценариото, поставките или ситуацијата) во која учениците ја изразуваат длабочината и степенот на учење, а се состои од 4 нивоа: ниво 1 – наједноставно, до ниво 4 – најсложено (Слика 2).

Ниво 1 (стекнато знаење) вклучува препознавање и репродукција. Запомнување на фактите или дефинирање на постапката.

Ниво 2 (примена на знаењето) се вештини и концепти. Учениците користат научени концепти за да одговорат на прашања.

Ниво 3 (анализа) вклучува стратешко размислување. Комплексноста тука се зголемува и вклучува планирање, оправдување (докажување) и сложено расудување. Објаснува како можат да се користат концепти и процедури за да се дадат резултати (одговори , решенија).

Ниво 4 (Augmentation - проширување) е проширено размислување. Ова бара да се надмине стандардното учење и да се поставаат прашања како на друго место може да се користи наученото во контекст на секојдневниот живот.

Слика 2. Длабочина на Знаењето според Webb, [5].

ДнЗ претставува начин на класификација на проблемите во зависност од длабочината на знаењето кое треба да го поседува ученикот за да може да го реши проблемот. Колку нивото на ДнЗ е повисоко, толку треба да е подлабоко и разбирањето. ДнЗ за првпат е опишано од Norman L. Webb од Универзитетот Wisconsin - Madison во 1997 година, кога тој ги истражувал стандардизираните оценувања и забележал разлика помеѓу нивото на разбирање опишано преку стандардите и нивото на разбирање кое оценувањето требало да го измери кај тие стандарди. Учениците се оценувани како одлични или напредни, затоа што ние ги учиме на стратегии кои ќе им помогнат да одговорат на „површни“ прашања, но тие немаат концептуално разбирање коешто се бара според стандардите. Webb развил 4 нивоа за поделба на задачите според нивната ДНЗ:

– Присетување: потсетување на факти, информации или процедури;

– Стекнување вештини и знаења: користење информации, концептуално знаење, примена на процедури во два или во повеќе чекори;

– Стратешко размислување: развивање план или низа чекори, има одредена комплексност, давање повеќе од еден можен одговор;

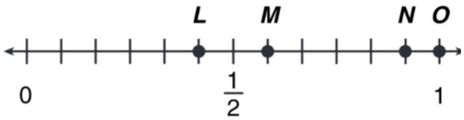
– Проширено размислување: потреба од истражување, време за размислување и процесирање на повеќе услови во задачата, [7].

7. ПРИМЕРИ ЗА СЕКОЈА УЧИЛИШНА ВОЗРАСТ

За секоја училишна возраст ќе прикажеме по три проблеми за првите три нивоа на ДнЗ. Доколку сакате да ги примените во наставата, препорачливо е да го следите редоследот по кој се прикажани заради постепено зголемување на сложеноста.

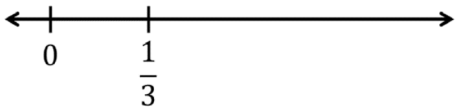
Четврто - петто одделение (основно образование)
Тема: Дропки на бројна права

ДнЗ 1. Која точка ја претставува дропката $\frac{7}{12}$ на бројната права прикажана на црт. 1?



Црт. 1.

ДнЗ 2. Означи ја точката што ќе ја претставува дропката $\frac{3}{5}$ на бројната права прикажана на црт. 2. Обидете се да бидете што е можно попрецизни.



Црт. 2.

ДнЗ 3. Со користење на цифрите 0 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, а потоа добиените дропки прикажи ги на иста бројна права.

$$\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}$$

Тема: Низи и шеми

ДнЗ 1. Запиши бројна низа во која секој нареден член се зголемува за 8.

ДнЗ 2. Со некои од цифрите од 1 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, за низата да биде точна: $\square, \square\square, \square\square$ зголемувањето е $\square$.

ДнЗ 3. Со некои од цифрите од 1 до 9 пополни ги празните полиња, така што секоја цифра ќе ја искористиш најмногу еднаш, за низата да биде точна и зголемувањето да биде за најмалиот можен број.

$\square, \square\square, \square\square$ зголемувањето е $\square$.

Тема: Мешани броеви

ДнЗ 1. Определи го збирот на дропките $3\frac{5}{8}+2\frac{7}{8}=\qquad$.

ДнЗ 2. Употреби ги цифрите од 1 до 9 најмногу по еднаш пополнувајќи ги со нив празните полиња за да добиеш точно бројно равенство.

$$\square\frac{\square}{8}+\square\frac{\square}{8}=\square\frac{\square}{8}.$$

ДнЗ 3. Употреби ги цифрите од 1 до 9 најмногу по еднаш пополнувајќи ги со нив празните полиња за да добиеш точно бројно равенство кое има најмал можен збир: $\square\frac{\square}{8}+\square\frac{\square}{8}=\square\frac{\square}{8}$.

Шесто - седмо одделение (основно образование)

Тема: Проценти

ДнЗ 1. Пополни го празното поле за да биде точно 24 е 30% од $\boxed{}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш два точни искази без при тоа да заокружуваш. При формирање на вториот исказ дозвоелено е да ги користиш цифрите кои си ги искористил во првиот исказ: $\square\square$ е $\square\square\%$ од $\square\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш точен исказ без при тоа да заокружуваш и при тоа одговорот (процентниот износ) да е најголем можен цел број.

$$\square\square \text{ е } \square\square\% \text{ од } \square\square.$$

Тема: Делење дропки

ДнЗ 1. Да се пресмета количникот на дропките $\frac{4}{9}:\frac{2}{5}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите 1 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш два пара дропки кои имаат количник $\frac{2}{3}$.

При формирањето на вториот пар може да ги користиш цифрите кои си ги искористил во првиот пар $\frac{\square}{\square}:\frac{\square}{\square}=\frac{2}{3}$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 1 од 9 најмногу еднаш, пополни ги празните полиња $\frac{\square}{\square}:\frac{\square}{\square}$ за да добиеш две дропки кои имаат количник кој е најблизу до $\frac{4}{11}$.

Тема: Работа со податоци, мода, медијана и ранг

ДнЗ 1. Определи ги модата, медијаната и рангот на следните цели броеви: $3, 7, 8, 12, 14$.

ДнЗ 2. Креирајте множество од пет позитивни цели броеви од 1 до 20 такви што вредностите на модата, медијаната и рангот да бидат еднакви.

ДнЗ 3. Креирајте множество од пет позитивни цели броеви од 1 до 20 такви што вредностите на нивната медијана, мода и ранг се еднакви и ја имаат најголемата можна вредност.

Осмо - деветто одделение (основно образование)

Тема: Број и решавање проблеми - Проценка на ирационален број

ДнЗ 1. Одреди меѓу кои два цели броеви се наоѓа ирационалниот број $\sqrt{70}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги цифрите 0 до 9 најмногу по еднаш пополни ги празните полиња за да добиеш два различни точни искази. При формирање на вториот исказ, може да ги користиш цифрите кои си ги користел во првиот исказ $\square<\sqrt{\square\square}<\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите од 0 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња $\square<\sqrt{\square\square}<\square$ за да добиеш точен исказ со најголем можен ирационален број.

Тема: Алгебра - График на линеарна функција

ДнЗ 1. Нацртај го графикот на линеарната функција $y=\frac{2}{3}x+(-5)$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш две линеарни функции коишто минуваат низ точката $(1,2)$, притоа едната да има позитивен коефициент на правец, а другата негативен. При формирање на втората линеарна функција може да ги користиш цифрите кои си ги користел во првата линеарна функција $y=\frac{\square}{\square}x+\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш линеарна функција која минува низ точката $(1,2)$, а нејзиниот коефициент на правец е што е можно поблиску до 0, но да не биде хоризонтална права: $y=\frac{\square}{\square}x+\square$.

Тема: Алгебра - Систем од линеарни равенки

ДнЗ 1. Реши го системот $\begin{cases} y=\frac{-1}{9}x+6 \\ y=\frac{5}{3}x+4 \end{cases}$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња, за да креираш систем од две равенки чие што решение се наоѓа во вториот квадрант: $\begin{cases} y=\frac{\square}{\square}x+\square \\ y=\frac{\square}{\square}x+\square \end{cases}$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од -9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем од две равенки чие решение е најблиско можно до координатниот почеток: $\begin{cases} y=\frac{\square}{\square}x+\square \\ y=\frac{\square}{\square}x+\square \end{cases}$.

Прва-втора година (средно образование)

Тема: Разложување на квадратни триноми

ДнЗ 1. Да се разложи квадратниот трином $2x^2+7x+3$.

ДнЗ 2. Да се определат три различни цели броеви кои може да се стават во празното поле за да се добие квадратен трином кој што може да се разложи: $x^2 + \square x + 4$.

ДнЗ 3. Пополни го празниот квадрат со најголемиот и најмалиот цел број за да се добие квадратен трином којшто може да се разложи: $2x^2 + 3x + \square$

Тема: Квадратна функција во каноничен облик

ДнЗ 1. Определи ги нулите и максимумот на квадратната функција: $y = -3(x-4)^2 - 3$.

ДнЗ 2. Креирајте три функции во каноничен облик коишто имаат нули 3 и 5, но сите да имаат различна максимална или минимална вредност.

ДнЗ 3. Користејќи ги цифрите 1 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да добиеш равенка на квадратна функција со најголема максимална вредност: $y = -\square\left(x - \square\right)^2 + \square$.

Тема: Системи неравенки

ДнЗ 1. Определи дали точката $(2,5)$ е решение на системот неравенки:

$$\begin{cases} y < -4x + 2 \\ y > 3x + (-5) \end{cases}.$$

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем неравенки и две точки, од кои едната припаѓа, а другата не припаѓа во областа на решението на системот $\begin{cases} y < \square x + \square \\ y > \square x + \square \end{cases}$. Точка која припаѓа во областа на решението е: $(\square,\square)$, а точка која не припаѓа во областа на решението е: $(\square,\square)$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш систем неравенки и две точки, од кои едната припаѓа а другата не припаѓа во областа на решението на системот и притоа двете точки се што е можно поблизу една до друга.

$\begin{cases} y < \square x + \square \\ y > \square x + \square \end{cases}$; точка која припаѓа $(\square,\square)$, точка која не припаѓа $(\square,\square)$

Трета-четврта година (средно образование)

Тема: Својства на експоненцијални функции

ДнЗ 1. Да се определи пресекот со y оската на експоненцијалната функција $y=-2\cdot 3^{x+1}+4$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш растечка експоненцијална функција заедно со нејзината пресечна точка со y-оската.

$$y=\square\cdot\square^{x+\square}+\square. \quad \text{Пресекот со y оската е } \left(0,\square\right).$$

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш растечка експоненцијална функција заедно со нејзината пресечна точка со y оската која има најголема можна вредност: $y=\square\cdot\square^{x+\square}+\square$. Пресекот со y оската е $\left(0,\square\right)$.

Тема: Својства на рационални функции

ДнЗ 1. Да се определи вертикална асимптота на функцијата и нулата на функцијата $y=\dfrac{5}{x+8}+\left(-3\right)$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш рационална функција, нејзината нула и вертикална асимптота: $y=\dfrac{\square}{x+\square}+\square$.

Нулата на функцијата е $x=\square$; Вертикална асимптота е $x=\square$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по еднаш, пополни ги празните полиња за да креираш рационална функција, нејзината нула и вертикална асимптота, така што нулата на функцијата да има најголема можна вредност: $y=\dfrac{\square}{x+\square}+\square$.

Нулата на функцијата е $x=\square$; Вертикална асимптота е $x=\square$.

Тема: Равенка на кружница

ДнЗ 1. Определи дали произволно избрана точка лежи на кружницата зададена со равенката $(x-4)^2+(y-(-3))^2=6^2$.

ДнЗ 2. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш:

1) равенка на кружница: $(x-\square)^2+(y-\square)^2=\square^2$,
2) и точка од кружницата со координати $(\square,\square)$.

ДнЗ 3. Користејќи ги целите броеви од –9 до 9 најмногу по двапати, пополни ги празните полиња за да креираш:

1) равенка на кружница $(x-\square)^2+(y-\square)^2=\square^2$
2) и точка од кружницата со координати $(\square,\square)$, којашто е на најблиското можно растојание до координатниот почеток.

8. НАЧИНИ НА ЗАДАВАЊЕ OPEN MIDDLE ПРОБЛЕМИ

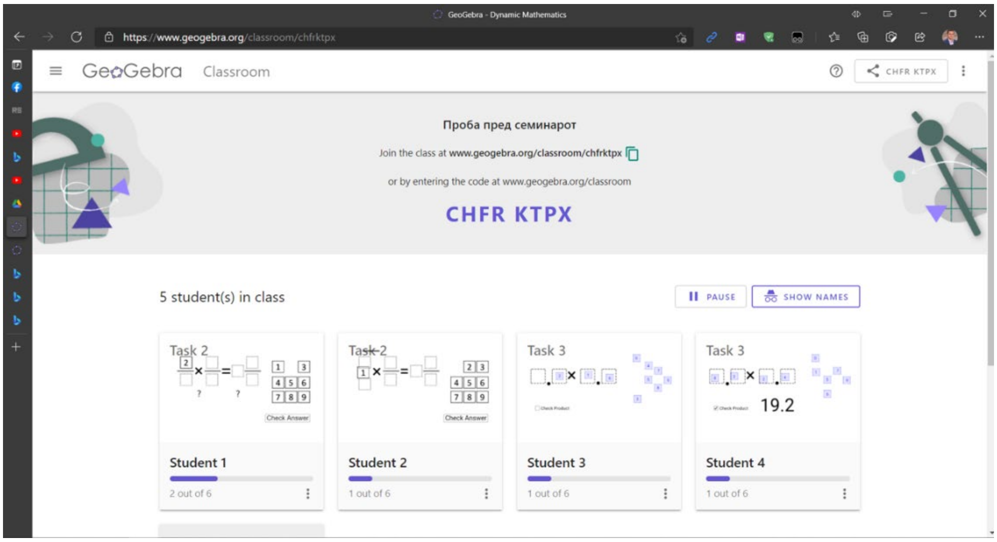
Овој вид проблеми, заради својот карактер, можат да се зададат на учениците на повеќе начни, некои од нив се:

а) Со користење на *GeoGebra Classroom*

Како што може да се види од Слика 5, предноста од овој начин на задавање на проблемите е што наставникот има увид во работата и начинот на размислување на секој од учениците.

Наставникот во секој момент може да интервенира и да започне разговор со учениците. Тој не може да интервенира во работната површина на ученикот, туку може да прати само пишана повратна информација, а доколку овој начин се користи во синхрона настава тогаш можна е и комуникација во реално време.

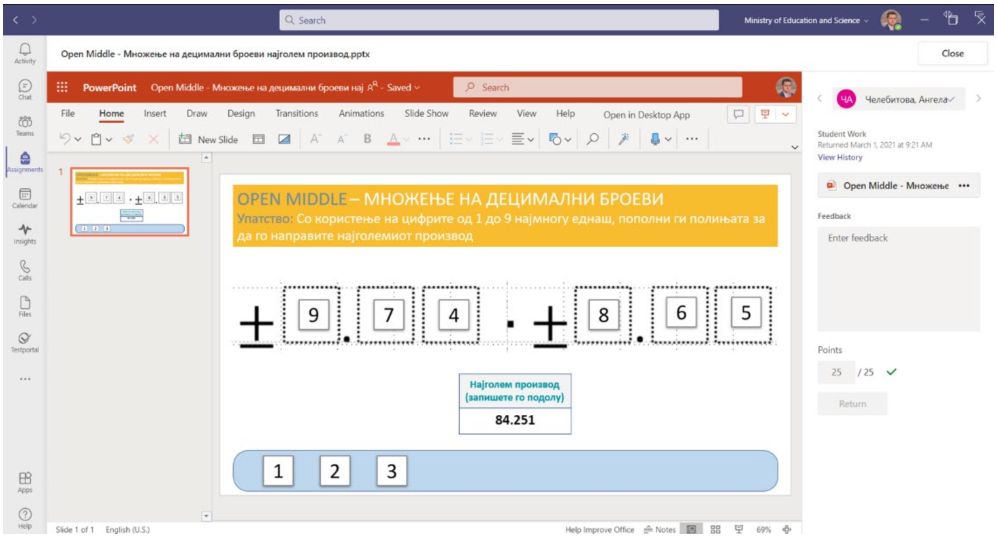
Како предност на овој начин на споделување можеме да ја сметаме и можноста да се прикријат имињата на учениците за евентуалниот процес на формативно оценување и следење на напредокот на учениците да биде пообјективен.



Слика 5. Прозорец на GeoGebra Classroom, [6].

б) Како *Assignment во Microsoft Teams*

При овој начин на задавање на проблемите се задржува нивната интерактивност затоа што се задава интерактивна презентација во која учениците со двежење на квадрати со броеви се обидуваат да одговорат на поставените барање во задачата, а откако ќе се готови со сопственото решение го испраќаат кај наставникот за проверка. Наставникот може да испрати повратен одговор (пишан, видео и аудио) и по потреба и да го оцени или да го врати на доработка.



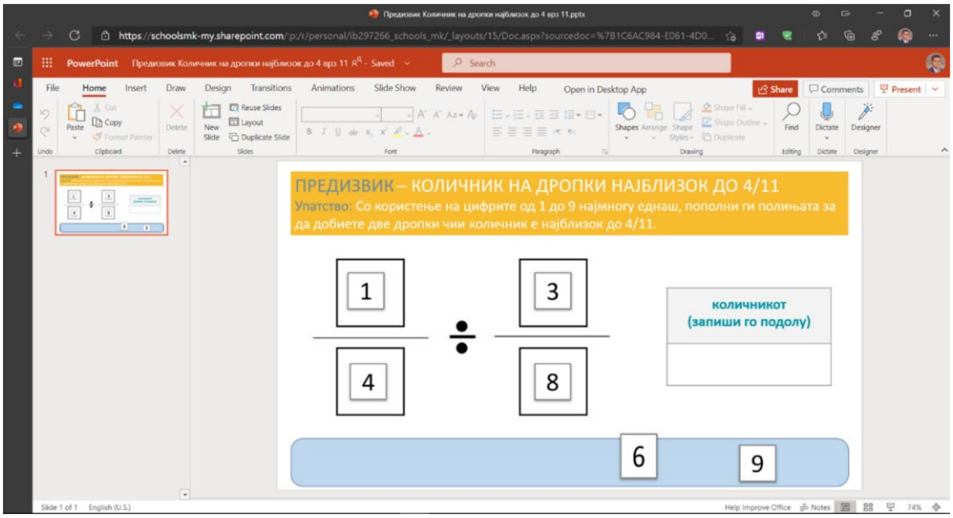
Слика 6. Задавање на Open Middle проблем како задача во Microsoft Teams.

Предноста на ваквиот начин на задавање е во тоа што секој ученик ја добива истата интерактивна презентација, а рубриката за оценување (доколку постои) е зададена однапред и е достапна до ученикот како и времето до кога треба да биде испратено решението на проблемот. Како негативност можеме да го сметаме фактот дека наставникот нема увид во текот на размислувањето на ученикот, туку само во конечното решение врз основа на што и го задава својот коментар.

в) Директен *OneDrive* линк за уредување

Овој вид на споделување овозможува секој ученик да добие засебен линк до истата интерактивна презентација на која може да работи самостојно. Наставникот да ја следи работата на ученикот во истиот момент кога тој работи на проблемот. Притоа, наставникот може да интервенира во кој било дел од работата на ученикот, да даде коментар и веднаш да оцени или, ако има потреба, да даде дополнителени насоки.

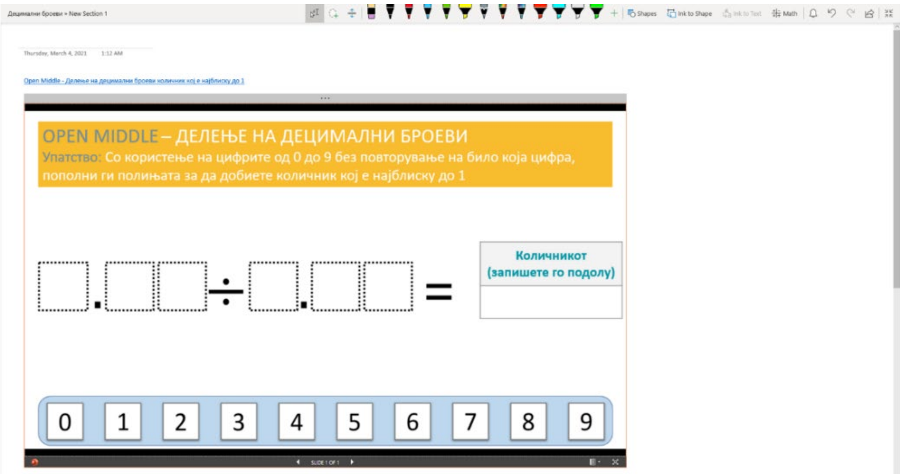
Како можен недостаток на овој начин на задавање може да се смета потребата за креирање на засебни линкови за секој ученик и нивно споделување, па во случај на поголемо одделение тоа може да биде проблем. Може да се јават и проблеми поврзани со успешното следење во ист момент на поголем број ученици. Проблемот со софтверот се исклучува, затоа што сите ученици ја поседуваат апликацијата во која е изработена активноста. Таа може да се постави и на мобилен уред и да се следи со определени потешкотии поради големината на екранот.



Слика 7. Споделување со директен линк на One Drive за уредување до секој ученик.

г) Со користење на *OneNote*

За користење на овој начин на задавање на проблемите се препорачува наставникот да користи OneNote Class Notebook во кој има простор за секој ученик каде што се дистрибуира интерактивната презентација и каде секој ученик независно од соучениците може да го запише својот начин на размислување и тоа да го направи на начин кој е најпогоден за него. Дистрибуцијата на интерактивната презентација на овој начин ја губи својата интерактивност, но секогаш постои можност со линк за отварање на One Drive. Ако го искористите Collaboration Space делот од OneNote Class Notebook можете да креирате и групни активности со целото одделение каде што секој ученик може да учествува во дискусијата.

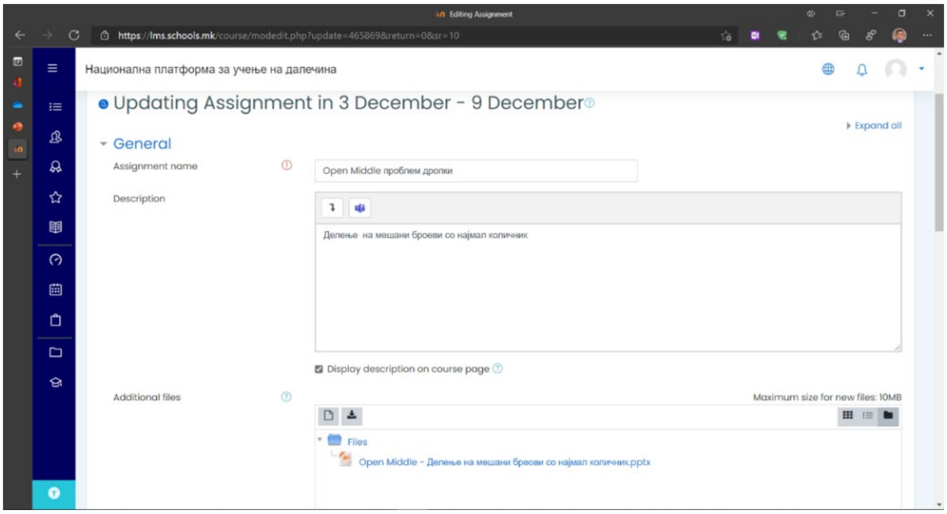


Слика 8. Задавање на проблемите со помош на OneNote.

д) Споделување преку *Moodle* како дел од *Националната платфорама за учење на далечина* (НПУД)

Со користење на *Националната платформа за учење на далечина* (НПУД) овој вид проблеми можат да се зададат и како ресурс, но и како активност, т. е. задача за учениците за самостојна работа. Но, исто така може да се искористат и форумите коишто постојат во НПУД за да се поттикне соработката помеѓу учениците, затоа што не постои само еден начин на којшто може да се решат проблемите. На овој начин се охрабруваат сите ученици да учествуваат во дискусиите поврзани со проблемите.

Со овој начин на споделување се намалува интерктивниот карактер на активноста кој во мал дел постои само при користење на форумите. Тој е најблизок до класичниот начин на задавање на проблемите со користење молив и харија (што не смееме да го заборавиме како можност).



Слика 9. Сподеување преку Moodle како дел од НУПД.

9. ЗАКЛУЧОК

Без разлика кој начин на задавање на Open Middle проблемите ќе го искористите, немојте да се разочарате доколку не го постигнете резултатот којшто сте го очекувале на почетокот. Карактеристиката на овие проблеми (особено оние коишто се со поголема длабочина на знаењето) е да не можат да се решат со користење на класичните методи или со помош на калкулатор. Тие бараат одредено концептуално знаење на учениците, за разлика од задачите коишто ние како наставници најчесто ги користиме на сите нивоа на оценување, па дури и на завршните испити. Доколку сакате да проверите дали вашите ученици, покрај процедурално, поседуваат и концептуално знаење, тогаш немојте да се двоумите, почнете да го користите овој вид проблеми на прввиот нареден час (било на почетокот од часот или во неговиот централен дел или во завршниот дел) на почетокот исклучиво во формативни цели и секогаш со задачи кои се едно одделение пониско од она што го предавате барем на почетокот.

Да забележиме дека Open Middle проблемите нема целосно да ги елиминираат погрешните концептуални разбирања кај учениците, но со нивната употреба ќе може да ги видиме подобро процедуралните и концептуалните грешки што ги прават учениците. Во тој случај, можеме да ги искористиме во насока на засилување на математичкото разбирање и тоа за време на часот, што овозможува часовите да имаат поголема вредност, а не да се гледа на нив како на залудно потрошено време.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Open Middle - Challenging math problems worth solving,* https://www.openmiddle.com/

[2] D. Cole, *"The Chinese Room Argument"*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Edward N. Zalta (ed.). (Feb. 20, 2020 Edition). https://plato.stanford.edu/entries/chinese-room/

[3] R. Kaplinski, *Open middle math: problems that unlock student thinking, grade 6 -12,* Portsmouth, New Hampshire: Stenhouse publishers, 2019

[4] *D.Meyer,*Video Games & Making Math More Like Things Students Like, December 16, 2014. https://blog.mrmeyer.com/2014/video-games-making-math-more-like-things-students-like/

[5] *K.Miller, Bloom's taxonomy and Webb's Depth of Knowledge,* https://www.synergiseducation.com/blooms-taxonomy-and-webbs-depth-of-knowledge/

[6] *GeoGebra - Dynamic mathematics,* https://www.geogebra.org/classroom/vyrzmmqx

[7] *Webb's Depth of Knowledge Giude Career and Tecbical Education Definitions, 2209, http://www.mde.k12.ms.us http://redesign.rcu.msstate.edu https://www.aps.edu/sapr/documents/resources/Webbs_DOK_Guide.pdf*

[1] ООУ „Блаже Конески" Прилеп,

[2] ООУ „Климент Охридски", Прилеп,

Кузман Јосифоски, (7500) Прилеп, Р. Северна Македонија

e-mail: bogdanoskiigor@live.com

e-mail: monika.elim@yahoo.com

Примен: 7.7.2021

Поправен: 24.2.2022

Одобрен: 18.3.2022

Објавен на интернет: 8.4.2022