

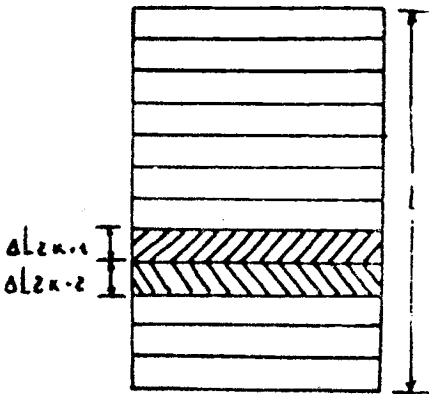
## ЕЛАСТИЧНИ ПАРАМЕТРИ ВО БИНЕРНИ ЛЕГУРИ ШТО ПРАВТ МЕХАНИЧКА СМЕША НА ЧИСТИТЕ КОМПОНЕНТИ

*О. Печијаре, З. Стојанов, А. Гичевски*

На примерот од системите *Al-Sn* и *Bi-Cd*, кои на собна температура претставуваат механички смеси на компонентите, ќе покажеме дека може да се добијат едноставни релации за пресметување на еластичните параметри за легури од ваков систем и тоа со произволен процентен состав, ако ни се познати еластичните параметри на чистите компоненти.

### 1. Модул на еластичноста и брзина на ширењето на лонгитудиналните ултразвучни бранови

Моделот на механичката смеша можеме да го замислиме така како да е тој составен од низа наизменично и меѓусебно паралелни слоеви што одговараат на слоевите од чистите компоненти (сл. 1). Поради ширењето на лонгитудиналните ултразвучни бранови со насока нормална кон површината на слоевите елементи, во секој слој ќе се јават соодветни еластични деформации. Ако деформацијата во  $(2k+1)$ -от елементарен слој што одговара на едната компонента ја означиме со  $\delta L_{2k+1}$  а деформацијата во  $(2k+2)$ -от елементарен слој што одговара на втората компонента ја означиме со  $\delta L_{2k+2}$ , тогаш во согласност со Ноок-овиот закон за линеарни деформации ќе имаме:



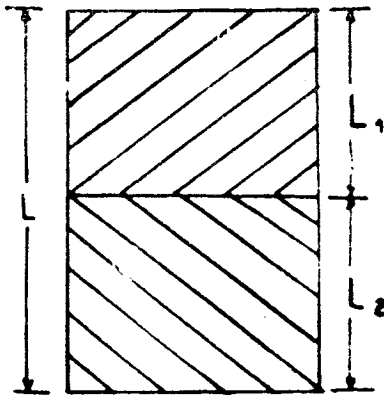
Сл. 1

$$\delta L_{2k+1} = \Delta L_{2k+1} \cdot \frac{P}{E_1} \quad (1.1)$$

$$\delta L_{2k+2} = \Delta L_{2k+2} \cdot \frac{P}{E_2} \quad (1.2)$$

при што  $\Delta L_{2k+1}$  и  $\Delta L_{2k+2}$  се дебелините на елементарните слоеви пред деформацијата,  $E_1$  и  $E_2$  се Young-овите модули на еластичноста на чистите компоненти, а  $P$  е еластичното напрегнување.

Ако сумарната деформација од сите  $(2k+1)$  односно  $(2k+2)$  елементи ја означиме соодветно со  $\Delta L_1 = \sum \delta L_{2k+1}$  и  $\Delta L_2 = \sum \delta L_{2k+2}$ , а вкупната должина на тие елементи ја означиме соодветно со  $L_1 = \sum \Delta L_{2k+1}$  и  $L_2 = \sum \Delta L_{2k+2}$ , тогаш нашиов модел на смеша се поедноставува како што е покажано на сл. 2. Според тоа, вкупната деформација што настанува во елементарните слоеви од чистите компоненти ќе биде соодветно:



Сл. 2

$$\Delta L_1 = L_1 \cdot \frac{P}{E_1} \quad (1.3)$$

и

$$\Delta L_2 = L_2 \cdot \frac{P}{E_2} \quad (1.4)$$

Вкупната деформација во легурата што се јавува како механичка смеша од чистите компоненти ќе биде:

$$\Delta L = L \cdot \frac{P}{E} \quad (1.5)$$

при што  $L$  е должината а  $E$  модулот на еластичност на легурата во целина. Од условите за адиција т. е.  $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$  и  $L = L_1 + L_2$ , земајќи ги притоа предвид вредностите за  $\Delta L_1$  и  $\Delta L_2$  од (1.3) и (1.4), изразот (1.5) се трансформира во обликот:

$$E = \frac{E_1 E_2 (L_1 + L_2)}{L_1 E_2 + L_2 E_1} \quad (1.6)$$

Со оглед на тоа дека должините  $L_1$  и  $L_2$  се пропорционални со волумените на чистите компоненти застапени во легурата, за нејзиниот модул на еластичност конечно се добива изразот:

$$E = \frac{E_1 E_2 (m_1 d_2 + m_2 d_1)}{m_1 d_2 E_2 + m_2 d_1 E_1} \quad (1.7)$$

при што  $m_1$  и  $m_2$  се масите, а  $d_1$  и  $d_2$  се густините на чистите компоненти застапени во легурата.

Ако во формулата (1.7) наместо  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E$  ги замените нивните адекватни изрази:  $d_1 v_{1L}^2$ ,  $d_2 v_{2L}^2$  и  $d v_L^2$ , имајќи притоа предвид дека поради малата контракција на волумените на чистите компоненти ќе важи условот за адитија на волумените, поради што за густината на смешата ќе важи изразот:

$$d = \frac{d_1 d_2 (m_1 + m_2)}{m_1 d_2 + m_2 d_1} \quad (1.8)$$

По незнати трансформации, за брзината на ширењето на лонгитудиналните ултразвучни бранови во легурата, се добива изразот:

$$v_L = \frac{v_{1L} \cdot v_{2L} \cdot (m_1 d_2 + m_2 d_1)}{m_1 d_2 v_{2L} + m_2 d_2 v_{1L}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\sqrt{m_1 m_2} \cdot v_{1L} d_1 - \sqrt{m_1 m_2} \cdot v_{2L} d_2}{m_1 v_{2L} d_2 + m_2 v_{1L} d_1} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.9)$$

Ако се акустичките отпори  $v_{1L} \cdot d_1$  и  $v_{2L} \cdot d_2$  на чистите компоненти приближно еднакви, како што е во нашиов случај, тогаш членот во средната заграда од изразот (1.9) во однос на единицата може да се изостави, па за брзината  $v_L$  со која се шират ултразвучните бранови во легурата, се добива апроксимативната формула:

$$v_L = \frac{v_{1L} \cdot v_{2L} (m_1 d_2 + m_2 d_1)}{m_1 d_2 v_{2L} + m_2 d_1 v_{1L}} \quad (1.10)$$

## 2. Модул на торзија и брзина на ширењето на трансверзалните ултразвучни бранови

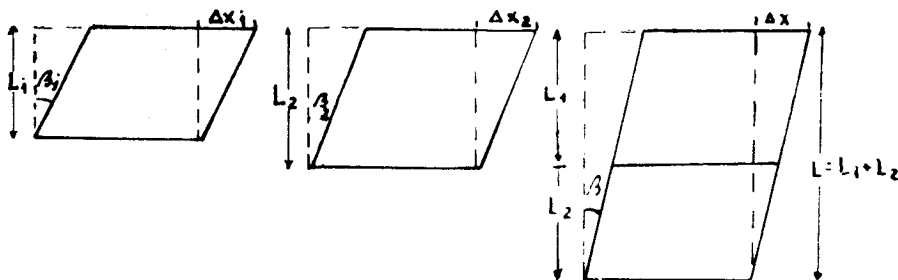
Поради ширењето на трансверзалните ултразвучни бранови, во слоевите од чистите компоненти ќе се јават соодветни еластични деформации на торзија, кои по аналогија на **Hook-овиот закон** за деформациите од ваков вид ќе важат изразите:

$$\beta_1 = \frac{p'}{\mu_1} \quad (2.1)$$

$$\beta_2 = \frac{p'}{\mu_2} \quad (2.2)$$

$$\beta = \frac{p}{\mu} \quad (2.3)$$

при што  $\mu_1$  и  $\mu_2$  се соодветно модулите на торзија на чистите компоненти,  $\mu$  е модулот на торзија на легурата што прави механичка смеша од чистите компоненти, а  $p'$  е еластичното напрегнување поради деформација на торзија.



Сл. 3

Од сл. 3 е очигледно дека:

$$\operatorname{tg} \beta_1 \approx \beta_1 = \frac{\Delta x_1}{L_1} \quad (2.4)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 \approx \beta_2 = \frac{\Delta x_2}{L_2} \quad (2.5)$$

$$\operatorname{tg} \beta \approx \beta = \frac{\Delta x}{L} \quad (2.6)$$

при што од условот за адиција  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$  и  $L = L_1 + L_2$ , а земајќи го предвид и фактот дека се  $L_1$  и  $L_2$  пропорционални со волумените на чистите компоненти, тогаш за сумарната деформација на торзија во смешата се добива изразот:

$$\mu = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot (m_1 d_2 + m_2 d_1)}{m_1 d_2 \mu_2 + m_2 d_1 \mu_1} \quad (2.7)$$

Ако во изразот (2.7) ги замениме за  $\mu_1 = d_1 v_{1T}^2$ , за  $\mu_2 = d_2 v_{2T}^2$ , а за  $\mu = d \cdot v_T^2$ , при што густината  $d$  на механичката смеша е дадена со формулата (1.8), тогаш за брзината на ширењето на трансверзалните ултразвучни бранови во легурата се добива апроксимативната формула:

$$v_T = \frac{v_{1T} \cdot v_{2T} \cdot (m_1 d_2 + m_2 d_1)}{m_1 d_2 v_{2T} + m_2 d_1 v_{1T}} \quad (2.8)$$

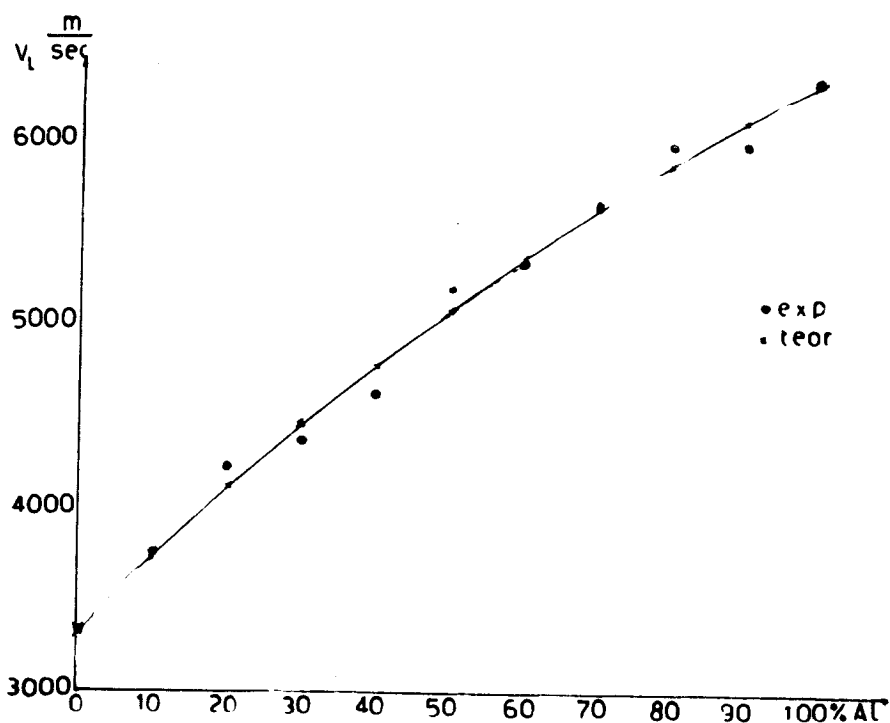
при што  $v_{1T}$  и  $v_{2T}$  се соодветно брзините на ширењето на трансверзалните ултразвучни бранови во чистите компоненти.

Знаејќи ги вредностите за  $E$  и  $\mu$ , лесно ќе се пресмета и вредноста на Poisson-овата константа  $\sigma$ , бидејќи се тие врзани со познатата релација:

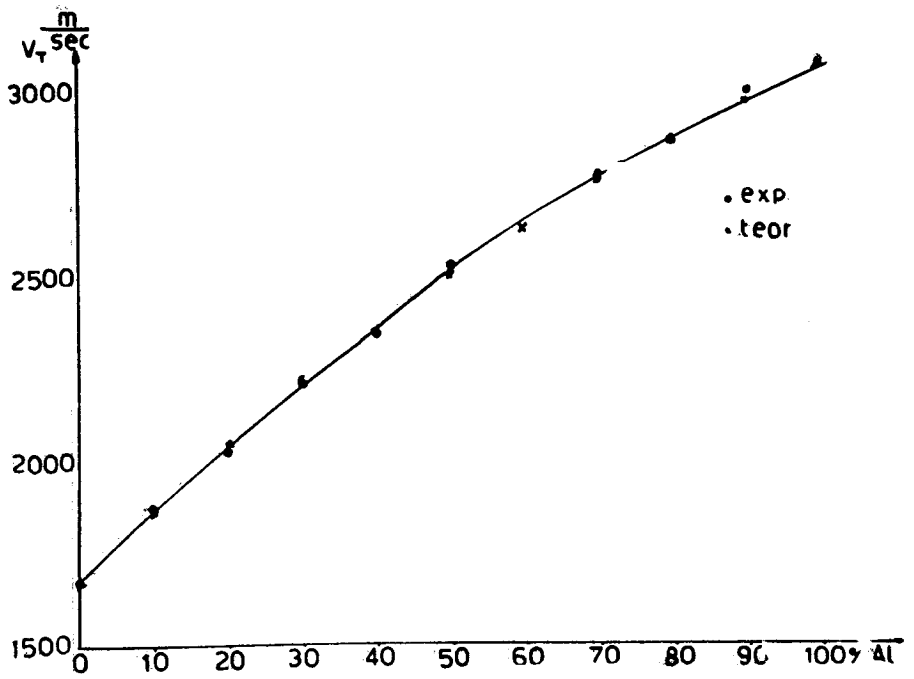
$$\sigma = \frac{E - 2\mu}{2\mu} \quad (2.9)$$

3. Експериментални резултати  
3.1 Легура Al — Sn

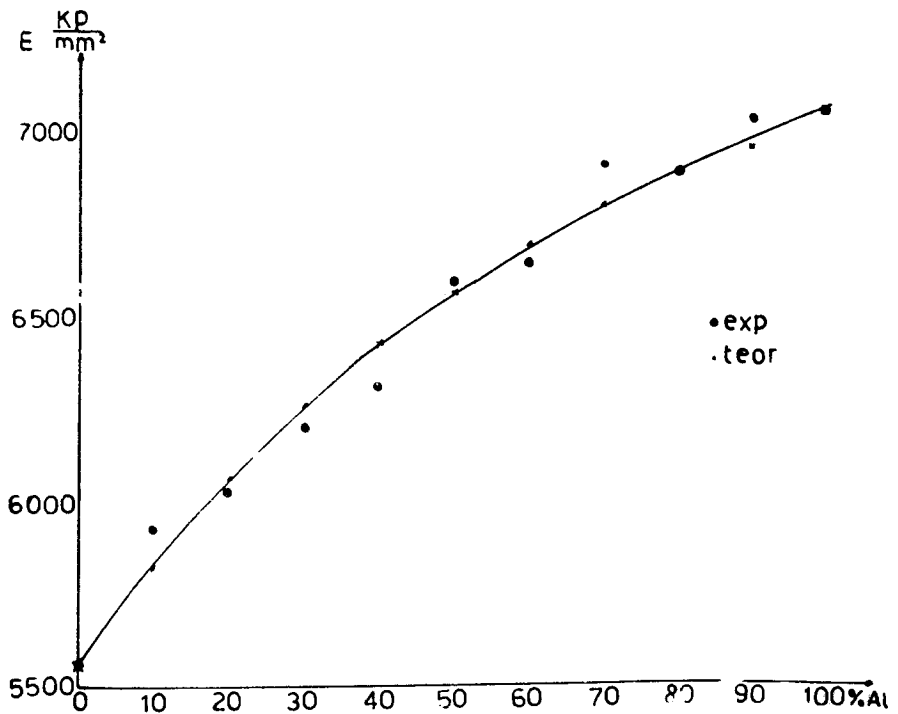
%	$v_L$ (m. sek <sup>-1</sup> )		$v_T$ (m. sek <sup>-1</sup> )		$E$ (кр. mm <sup>-2</sup> )		$\mu$ (кр. mm <sup>-2</sup> )	
	ехрег.	теорет. според f. 1.10	ехрег.	теорет. според f. 2.8	ехрег.	теорет. според f. 1.7	ехрег.	теорет. според f. 2.7
0% Al	3330	3330	1675	1675	5530	5530	2079	2079
10% „	3748	3737	1868	1867	5925	5823	2219	2185
20% „	4213	4112	2039	2048	6030	6063	2250	2275
30% „	4355	4458	2215	2214	6206	6264	2340	2345
40% „	4607	4779	2350	2366	6318	6433	2387	2405
50% „	5190	5077	2530	2508	6603	6578	2542	2465
60% „	5320	5355	2639	2639	6657	6704	2484	2510
70% „	5651	5615	2785	2761	6928	6814	2585	2550
80% „	5976	5859	2864	2874	6907	6911	2558	2581
90% „	5969	6092	3010	2981	7053	6997	2632	2612
100% „	6301	6301	3080	3080	7075	7075	2640	2640



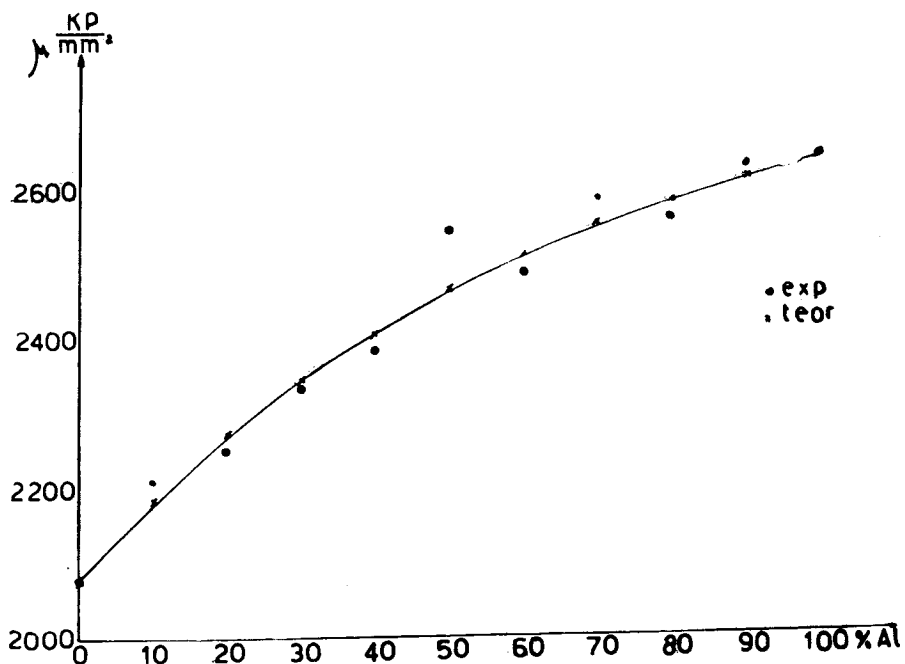
Сл. 4



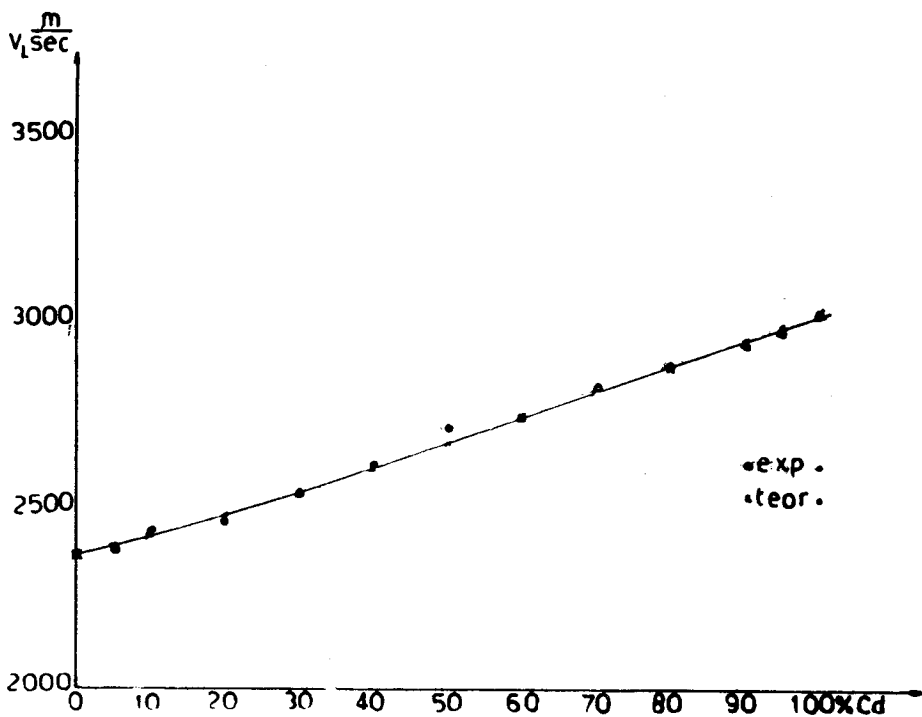
Сл. 5



Сл. 6



Сл. 7



Сл. 8

3.2 Легура  $Bi - Cd$ 

Со оглед на големата апсорпција на трансверзалните ултразвучни бранови во овој систем од легури не бевме во состојба експериментално да ја провериме и формулата 2.8, па затоа ќе ги дадеме само експерименталните резултати за брзината на ширењето на лонгитудиналните ултразвучни бранови.

%	$v_L$ m. sek <sup>-1</sup>	
	ехрег.	теорет. според формула 1.10
0% $Cd$	2351	2351
5% „	2373	2318
10% „	2434	2411
20% „	2446	2472
30% „	2525	2534
40% „	2603	2598
50% „	2705	2663
70% „	2817	1800
80% „	2879	2870
90% „	2924	3943
95% „	2966	2978
100% „	3015	3015

Од графиконите прикажани на сл. 4, 5, 6, 7 и 8 се гледа дека експерименталните резултати се во согласност со резултатите пресметани теоретски.

## 4. З а к л у ч о к

Од сето ова можеме да заклучиме дека нашиве теоретски резултати, кои се потврдени и експериментално, ни даваат можност кога е во прашање систем на легури што прават механичка смеша од чистите компоненти да можеме да приготвиме легура со одредени механички особини карактеризирани со соодветните еластични параметри.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1) С. J. Smithells, Metals reference book, Vol. I 321, 1955.
- 2) Л. Бергман, Ултразвук и его применење в науке и механике, 1957
- 3) Б. Г. Лифшиц, физические свойства металов и сплавов, 1956



О. Печјаре, З. Стојанов, А. Гичевски

## УПРУГИЕ ПАРАМЕТРЫ ДВОЙНЫХ СПЛАВОВ СОСТАВЛЯЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКУЮ СМЕСЬ ИЗ ЧИСТЫХ КОМПОНЕНТ

### Резюме

Исходя из факта, что сплавы системы  $A_1 - S_n$  и  $B_i - C_d$  при комнатной температуре представляют механическую смесь компонентов  $A_1$  и  $S_n$ , также  $B_i$  и  $C_d$ , можно получить простые формулы для вычисления упругих постоянных, для любого процентного состава этих систем, если предварительно известны упругие постоянные чистых компонент.

Исходя из предположения, что механическая смесь состоит из ряда чередующихся слоев чистых компонент, которые параллельны основаниям цилиндрического образца, тогда из-за распространения продольных ультразвуковых волн направление которых перпендикулярно поверхности слоистых элементов, будут являться соответствующие упругие деформации которые даны выражениями (1.1), и (1.2). Полная деформация в каждом элементарном слое и в сплаве в целом, определяется выражениями (1.3), (1.4) и (1.5). Из условия аддитивности, т.е.  $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$  и  $L = L_1 + L_2$ , принимая во внимание значения для  $\Delta L_1$  и  $\Delta L_2$ , выражение (1.5) переходит в выражение (1.6).

Учитывая, что  $L_1$  и  $L_2$  пропорциональны объемам чистых компонент входящие в сплавах, для модуль упругости получается выражение (1.7). При этом  $d_1$  и  $d_2$  и  $m_1$  и  $m_2$  представляют соответственно плотность и масса чистых компонент.

Функция (1.7) представляет одну часть гиперболы крайние точки которой (для  $m_1 = m$  и  $m_1 = 0$ ) соответствуют модулу упругости Юнга чистых компонент.

Из-за распространения поперечных ультразвуковых волн, в слоях чистых компонент будут являться соответствующие упругие деформации кручения для которых аналогично законам Гука для деформации такого вида, имеет место выражения (2.1), (2.2) и (2.3). При этом  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — модули кручения чистых компонент соответственно,  $\mu$ -модул кручения сплавов образующие механическую смесь, а  $p'$  — упругое напряжение из-за деформации кручения. Из рис. 3 очевидно, что имеют место выражения (2.4), (2.5) и (2.6). Принимая во внимание условия аддитивности  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$  и  $L = L_1 + L_2$  с одной стороны и тот факт что длины  $L_1$  и  $L_2$  пропорциональны объемам чистых компонент с другой стороны, тогда для полной деформации кручения в сплавах получается выражение (2.7).

Если в формуле (1.7) вместо  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E$  поставим их соответствующие выражения, выражения через плотности и скорости распространения ультразвуковых волн, получается выражение (1.9) для вычисления скорости распространения продольных ультразвуковых волн в сплавах. При этом принимается-

ввиду, что из-за малой сокращаемости объемов чистых компонент будет справедливо условие адитивности объемов, ради чего для плотности смеси будет иметь место выражение (1.8).

Аналогичными рассуждениями получается и аналогичная формула для скорости распространения поперечных ультразвуковых волн в сплавах.

Так как акустические сопротивления чистых компонент этих двух систем сплавов очень близки друг к другу, тогда член в квадратных скобках из (1.9) по отношению единице можно пренебречь, так что получаются приближенные формулы для  $v_L$  и  $v_T$ , данные соответственно выражениями (1.10) и (2.8).

На рис. 4, 5, 6, 7 и 8 данные результаты представлены графически. Из них видно что экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами полученными теоретическим путем.