ПРИМЕНА НА КОМПЈУТЕРСКАТА ПРОГРАМА GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧУВАЊЕ НА СОДРЖИНИ ОД АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА

Александра Арсовска [1]

Во наставата по математика кај нас доминира традиционалниот начин на работа: предавање-увежбување-оценување на постигањата, кој несомнено е квалитетен и можеме да кажеме дека нашите ученици ги стекнуваат потребните математички знаења. Меѓутоа, потребите и очекувањата кои пред учениците ги поставува реалниот современ живот не се низа од видени и познати ситуации, туку токму спротивното: ситуации и околности кои се нови и единствени, а како во нив ќе се снајдеме зависи од тоа какви искуства сме стекнале, што сме научиле и колку сме подготвени наученото да го обединиме и примениме. Доброто образование треба, на некој начин и во одредена мера, да го имитира реалниот живот. Тоа треба да ги оспособи учениците за живот надвор од училиштето со тоа што низ различни училишни активности ќе го поттикнува развојот на учениците и ќе им дава можност за создавање и унапредување на различни способности.

Цели на овој труд се:

- Да се опишат некои модели на современа настава по математика во кои доминира експерименталната работа на учениците како што се учење со откривање, истражувачка настава и проектна настава;
- Да се покаже примената на програмата *GeoGebra* во реализирање часови во кои доминира експерименталната работа на учениците;
- Да се покаже примената на програма *GeoGebra* во реализирањето на наставните часови по математика при изучувањето на темата *Аналитичка геометрија*.

1. ЦЕЛИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Наставната програма како збир од теми и содржини за одреден профил е основа за реализација на наставата во училиштата. Детално подготвената наставна програма подразбира поврзување на содржините со целите на наставниот процес како и поврзување со потребите и барањата на пазарот на трудот. Наставните програми точно ја определуваат и формулираат мисијата, визијата, целите и стратегиите за развој на современо училиште ([3]).

Основното поаѓалиште во процесот на планирање и програмирање на наставниот процес се целите. За да биде наставата ефективна, потребно е да се постигнуваат поставените цели на наставната тема. За да се постигнат целите на наставната тема, потребно е тие да бидат доволно јасни и прецизно дефинирани, бидејќи само така може наставникот да избере соодветни постапки за мотивирање на учениците, техники и средства и да ја оцени нивната постигнатост. Исто така не може да се побие фактот дека целите не ја обезбедуваат структурата на наставната тема, без да се мешаат во соодветниот избор на вежби и активности. Значи, при определување на целите на наставната тема, не треба само да се каже што се очекува, како резултати на поучување и учење, туку и со чија помош содржини и со кои активности ќе се дојде до резултатите, дадени како цели. Затоа начинот на дефинирање на наставните цели, кој го предлага современата наставна технологија, се одликува со зголемена инструменталност. Тој се состои во тоа што целите на наставата се дефинираат преку резултатите во наставата, изразени во активностите на учениците и тоа такви што може наставникот или некој друг експерт да ги препознае.

Општа цел на наставата по математика е ученикот: да развие став кој води кон натамошно изучување и примена на математиката; да постигне самодоверба во примена на стекнати математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи; да ја разбира значајноста и веродостојноста на добиените резултати; да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултати; да ги користи стекнатите вештини и знаења во секојдневни ситуации, како и при примена на математиката во другите предмети и да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење ([4]).

За постигнување на целите на Наставната програма по математика (стекнување знаења и вештини за примена на математичките знаења и искуства во секојдневни ситуации), задолжително е да се применуваат современи активни техники и методи на работа, бидејќи техниките на активно учење поттикнуваат ефикасна примена на стекнати вештини и знаења во идентификување, опишување, објаснување, докажување, развивање на критичко мислење и при донесување одлуки.

2. ПРИМЕНА НА ИКТ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Развитокот и достапноста на компјутерите и интернетот овозможуваат осовременување на наставата со примена на современи информациско комуникациски технологии. За да може технологијата да го подобри квалитетот на наставата, неопходно е да се применуваат соодветни модели на настава во кои ќе доминира самостојната работа на ученикот. Наставникот треба да го води ученикот кон самостојна работа, систематски и континирано да го оспособува, да му помогне да стане самостоен во процесот на учење и да ја поттикнува одговорноста кај ученикот за сопствениот успех и напредокот во наставата по математика. Процесот на индивидуализирање на наставата не е едноставен и бара голем труд и умешност на наставникот. Наставникот треба да ги земе предвид различните типови ученици; да применува различни наставни методи и техники соодветни на ученикот овозможувајќи им да напредуваат според своите можности. Унапредување на квалитетот на наставата подразбира меѓу другото и модернизација на наставниот процес со помош на современи наставни средства, односно со користење на современи информациски технологии. Примената на информациски технологии во наставата ја поддржува тенденцијата на државата за научна и техничка писменост, за подготовка на кадри за широка примена на научните достигнувања и за обучување на кадри кои тие достигнувања понатаму ќе ги развиваат и усовршуваат ([2]). Информациско-комуникациската технологија (ИКТ) ги промени нашите секојдневни активности на многу начини. Тие промени се највидливи кај учениците во основните и средните училишта. Информатичката технологија, а посебно компјутерите и интернетот играат сè позначајна улога во општеството, што имплицира на нивно поактивно вклучување во образованието. Комбинацијата на ИКТ и интернетот отвара многубројни можности за креативност и иновативност, но и приближување на наставните содржини на учениците.

Современата настава по математика со примена на компјутери во наставата овозможува да се направат промени во организацијата на наставните часови со цел подобрување на квалитетот на наставата и развивање на способности кај учениците за самостојно истражување и продлабочување на математичките содржини. Експерименталната работа има важна улога во методиката по математика бидејќи е поврзана со евристичките стратегии и идеи. Евристичката метода се однесува на водењето, поттикнувањето и насочувањето на ученичките идеи за наоѓање решенија на проблемите (задачите) и за стекнување нови знаења преку разговор (евристичен дијалог). Евристичниот метод можеме да го примениме во наставата по математика така што при изучување на нови наставни содржини учениците можат прво експериментално да ги истражуваат новите содржини, а потоа заедно со наставникот да преминат на построго математичко ниво ([2]). Експерименталната работа во наставата по математика може да се реализира со примена на компјутери во наставата. Користењето на компјутери во наставата ја поттикнува мотивацијата кај учениците, наставата е забавна и бара нивно активно учество, при што тие несвесно вложуваат напор што резултира со усвојување на нови содржини. Постојат разни компјутерски програми кои можат да се користат во наставата по математика. Во нашите училници најупотребувана е програмата за динамична геометрија GeoGebra, која е преведена и на македонски јазик, интуитивна е и лесна за совладување, а бидејќи е популарна ширум светот, секојдневно расте бројот на достапни математички содржини изработени во оваа програма кои може да се користат во наставата. Предноста на програмата GeoGebra е што таа е бесплатна, лесно достапна за преземање, а може да се користи и без да биде инсталирана на компјутерот, а со подршка од интернет. Еден од линковите на кој бесплатно може да се преземе GeoGebra за инсталирање на компјутер или како апликација за мобилен телефон е линкот [6].

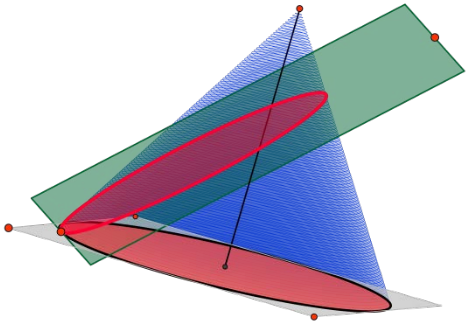
3. ПРИМЕНА НА GEOGEBRA ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

GeoGebra е интуитивна и едноставна математичка програма која ги поврзува геометријата, алгебрата и анализата. Програмата конструира точки, вектори, прави, многуаголници, криви во рамнина, црта графици на функции кои може динамички да ги менува со што се менуваат и нивните алгебарски својства. Обратно, параметри, равенки, координати и наредби можат да се внесуваат и потоа да се менуваат со што ќе се менуваат од нив зависните конструирани геометриски објекти. Изразите во алгебарски прозорец одговараат на објектите во геметриски прозорец и обратно. GeoGebra генерира динамичен цртеж на интернет страница (аплет), што овозможува учениците да учат самостојно дома следејќи ги аплетите подготвени од наставникот. Цртежите од GeoGebra можат да се пренесуваат како слики и во други програми и презентации. Наставникот може сам да изработува аплети, но може да презема готови материјали од интернет и да ги менува и прилагодува за свои потреби и да им посочува на учениците интернет страници и групи за GeoGebra каде што можат да користат аплети, интерактивно да решаваат задачи и да разменуваат искуства со други љубители на математиката.

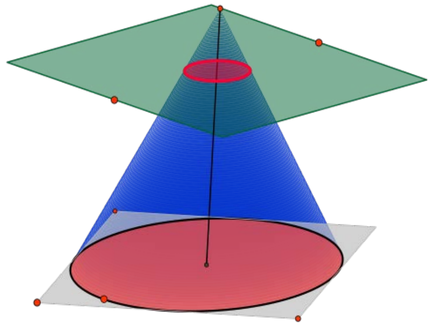
Динамичната програма за геометрија GeoGebra е погодна и за експериментирње за време на наставните часови и дома. Учениците можат да ја користат програмата за да ги цртаат цртежите што им се бараат во задачите, брзо и прецизно, да ги решаваат задачите или да ги проверуваат нивните решенија, но и на повисоко ниво, да испитуваат својства на прави и криви, да донесуваат заклучоци за заемни односи помеѓу нив и слично. Часовите на кои се применува GeoGebra се интересни за учениците, а прецизните цртежи, визуелизацијата на апстрактните поими и анимацијата позитивно влијаат на мотивацијата на ученикот, разбирањето на наставната содржина и развивањето на самостојност во процесот на учење.

Во продолжение се дадени примери во кои може да се види примената на GeoGebra при изучување на содржини од аналитичка геометрија. Примерите се решавани во GeoGebra 5.0.

Пример 1. *Што претставува пресекот на конус со рамнина ?*
Решение. За да можат учениците да ги разберат конусните пресеци, односно да согледаат како со промена на положбата на една рамнина се менува формата на конусниот пресек, може да користат интерактивен аплет изработен во GeoGebra. На аплетот е прикажан конус и рамнина. Со поместување на црвените точки кои се наоѓаат на рамнината на која лежи основата на конусот и на пресечната рамнина и со поместување на црвената точка која лежи на кружницата на основата на конусот, ќе се поместуваат рамнината и конусот, а учениците ќе можат да го воочуваат пресекот на рамнината со конусот и да утврдат каква крива претставува. На следните слики се дадени неколку различни ситуации што се добиваат со поместување на црвените точки од аплетот:



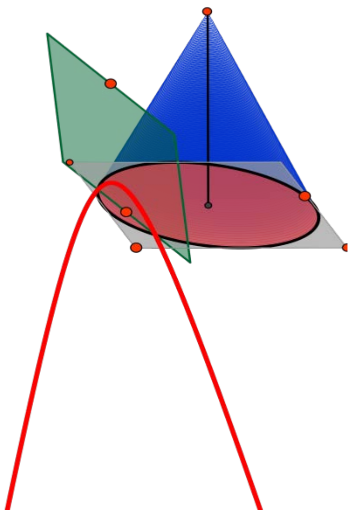
Слика 1. Елипса.



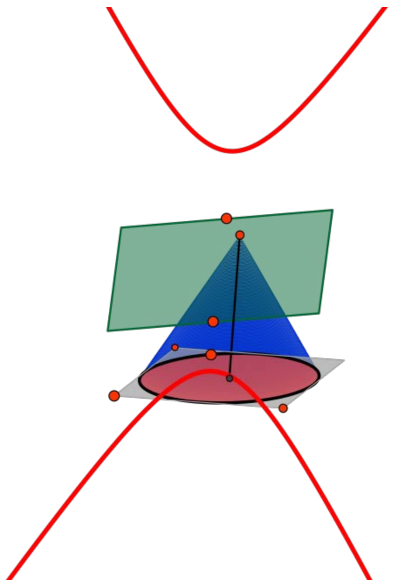
Слика 2. Кружница.

Ако рамнината ги сече сите изводници на конусот и притоа не е паралелна со основата на конусот, тогаш пресекот претставува затворена крива која се нарекува *елипса* (Слика 1) ([1]).

Ако рамнината е паралелна со основата на конусот, тогаш пресекот е затворена линија која се нарекува *кружница*. Кружницата е всушност специјален случај на елипса (Слика 2) ([1]).



Слика 3. Парабола.



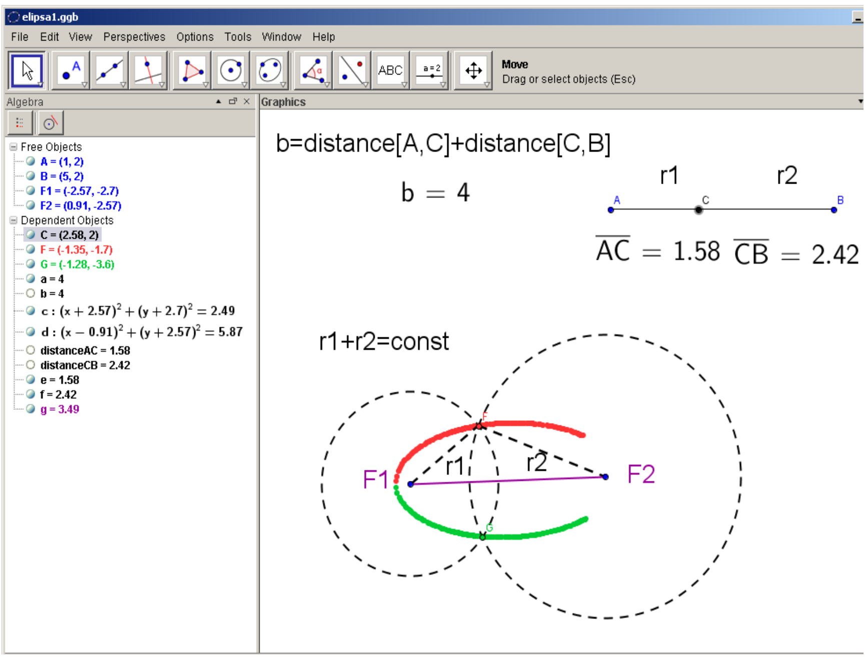
Слика 4. Хипербола.

Ако рамнината е паралелна само со една изводница на конусот, тогаш конусниот пресек е отворена крива која се нарекува парабола (Слика 3) ([1]).

Ако рамнината е паралелна со две изводници на еден двоен конус се добиваат две раздвоени неограничени криви кои се нарекуваат хипербола (Слика 4) ([1]).

Пример 2. *Градинарска конструкција на елипса во GeoGebra.*

За да го дефинираме поимот елипса згодно е да го изведеме следниот експеримент. На рамна површина на одредено растојание забодуваме две клинчиња. За клинчињата ги врзуваме краевите на еден конец, чија должина е поголема од растојанието меѓу клинчињата. Ако конецот го оптегнеме со еден молив, при така оптегнат конец, моливот ќе испише крива затворена линија која се вика елипса. Францускиот филозоф и математичар Рене Декарт (1596–1650), кој се смета за основач на аналитичката геометрија, вака механички конструираната елипса ја нарекол ”градинарска конструкција”. Оваа конструкција на елипса можеме да ја изведеме во GeoGebra (Слика 5), (преземено од интернет страницата [8]).



Слика 5. Градинарска конструкција на елипса.

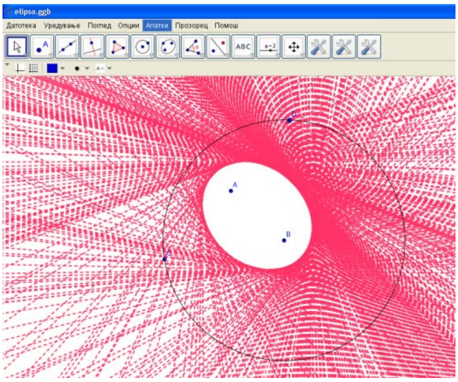
Како што се гледа на Слика 5, должината на конецот е растојанието меѓу точките A и B, односно должината b. Неа можеме да ја менуваме со поместување на крајните точки. Меѓу точките A и B произволно е избрана точка C. Точките F_1 и F_2 се клинчињата од ”градинарската конструкција”. Нивното меѓусебно растојание може да го менуваме со поместување на точките, но тоа растојание мора да биде помало од должината на конецот. За да ја конструираме елипсата, треба прво да конструираме кружница со центар во F_1 и радиус $r_1 = \overline{AC}$ и кружница со центар во F_2 и радиус $r_2 = \overline{BC}$. Потоа ќе ги најдеме пресечните точки F и G на овие две кружници. На овие пресечни точки ќе им вклучиме трага. Со поместување на точката C која се наоѓа меѓу точките A и B, точките F и G со своите траги ќе опишуваат елипса. Ако сакаме да добиеме трајна трага, ќе ја повикаме алатката за ГМТ (locus), па ќе кликнеме на едната пресечна точка, потоа на точката C и на другата пресечна точка, па на точката C. Со менување на растојанието од A до B и на растојанието од F_1 до F_2 ќе се добиваат елипси кои се разликуваат меѓу себе по формата.

Целта на користење на овој аплет на наставен час на кој се изучува елипса е учениците со помош на визуелизација самостојно да го дефинираат поимот за елипса и да откријат некои нејзини својства. Од конструкцијата, учениците можат да воочат дека точките што лежат на елипсата го имаат својството збирот на растојанијата од секоја од нив до двете дадени точки е константен и да откријат дека ако растојанието од A до B е помало од растојанието од F_1 до F_2, конструираните кружници нема да имаат пресечни точки, што значи дека нема да може да се конструира елипса. Исто така може да се дискутира за формата на елипсата, да се заклучи во кој случај елипста станува хипербола и сл.

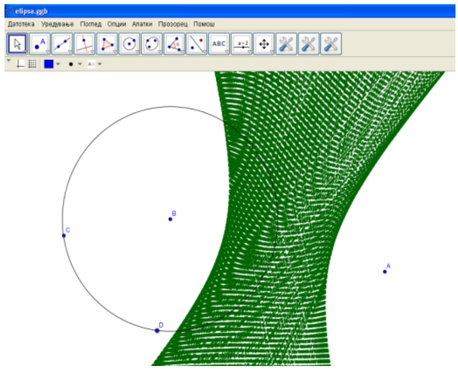
Пример 3. *Конструкција на елипса и хипербола со помош на тангенти во GeoGebra.*

На Слика 6 и на Слика 7 се прикажани елипса и хипербола конструирани во GeoGebra со помош на тенгенти. Се избира кружница со центар во точката B и точка C што лежи на кружницата. Потоа се избира точка A која се наоѓа внатре во кружницата и со алатка се конструира симетрала на отсечката AC. Потоа се вклучува трага на симетралата и со поместување на точката C се гледаат трагите на симетралите на отсечката AC. Тие симетрали се всушност тангенти на елипса со фокуси B и A. На Слика 6 симетралата на AC е обоена со црвена боја и се гледа елипсата која ја опишуваат симетралите кои се всушност тангенти на елипсата. Ако точката A ја избереме надвор од кружницата, тогаш симетралите на AC ќе бидат тангенти на хипербола чии фокуси ќе бидат точките A и B (Слика 7).

Овој аплет може да се примени на часови за увежбување на изучените содржини од елипса и хипербола, така што наставникот откако ќе даде упатства за конструкција, ќе бара од секој ученик индивидуално да ги конструира елипсата и хиперболата и да бара од нив да претпоставаат, а подоцна и да докажат (индивидуално или со помош на наставникот), зошто добиените тангенти опишуваат елипса, односно хипербола.



Слика 6.

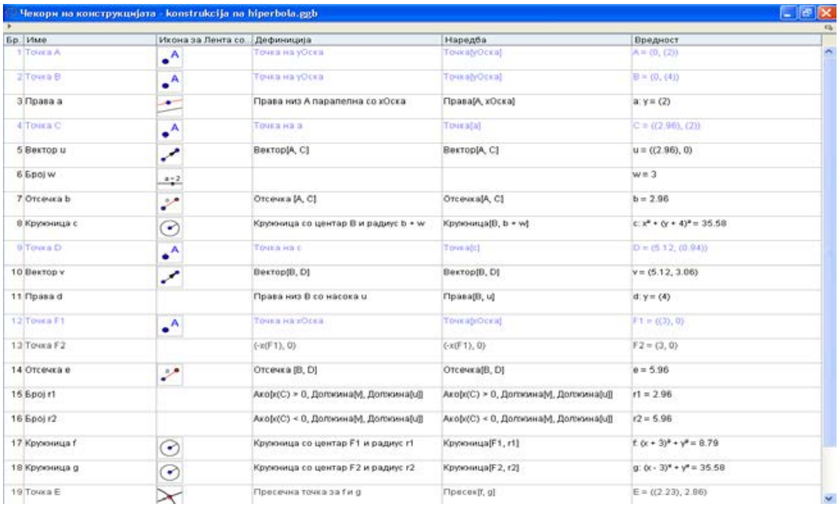


Слика 7.

Пример 4. *Конструкција на хипербола во GeoGebra со дадени чекори на конструкција.*

Во овој пример е прикажан уште еден начин на конструкција на хипербола, со тоа што прво е прикажана слика на која се дадени чекори на конструкцијата опишани по хронологија на извршување и која ги содржи алатките со кои се извршувани наредбите како и вредностите на објектите (Слика 10). Чекорите на конструкција се многу корисни за учениците поради тоа што можат самостојно да разберат некоја конструкција во GeoGebra, а самостојното откривање на текот на конструкцијата ќе води до откривање на својства на објектот и можност учениците подолготрајно да го помнат она што го разбрале и научиле и да го применуваат во изработка на слични конструкции и во разни задачи. За да ги иницира наставникот учениците самостојно да конструираат хипербола, на пример, може да им ги даде чекорите на конструкција (Слика 10) за време на часот или за домашна работа и да бара од нив да ја конструираат хиперболата, а потоа да објаснат зошто некои точки од конструкцијата опишуваат такво геометриско место. Барањето од учениците самостојно да извршат некоја конструкција по претходно зададени чекори на конструкција е погодна алатка за работа со надарени ученици. Доколку се работи за конструкција што треба да биде презентирана пред целиот клас, надарениот ученик може да ја подготви и презентира на час за нови содржини или на час за вежби зависно од целите што сакаме да ги постигнеме со самата конструкција, а доколку се работи за конструкција со содржини кои не се предвидени за изучување, тогаш ученикот може да го презентира аплетот на часовите за додатна настава.

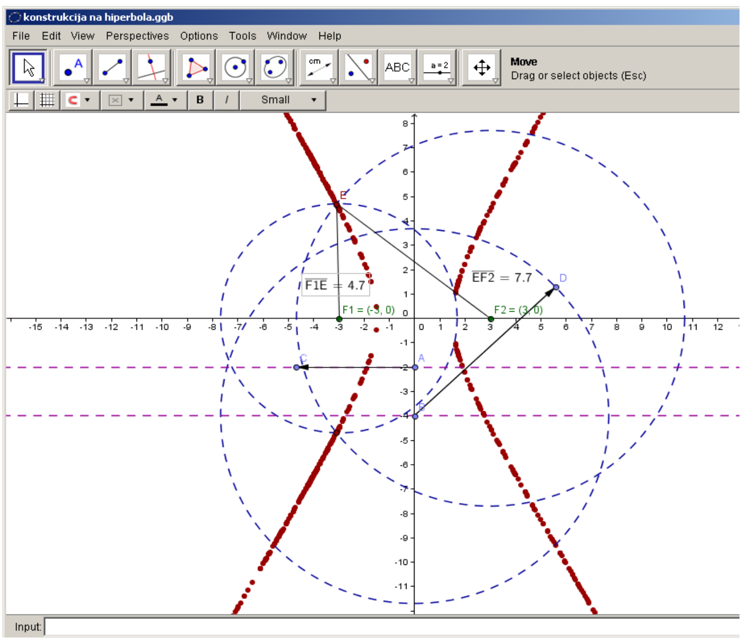
Конструкцијата на хиперболата чии чекори на конструкција се дадени на Слика 8, е претставена на Слика 9.



Чекори на конструкцијата - konstrukcija na hiperbola.ggb

Бр.	Име	Икона за Лента со...	Дефиниција	Наредба	Вредност
1	Точка A		Точка на yОска	Точка[yОска]	A = (0, (2))
2	Точка B		Точка на yОска	Точка[yОска]	B = (0, (4))
3	Права a		Права низ A паралелна со xОска	Права[A, xОска]	a: y = (2)
4	Точка C		Точка на a	Точка[a]	C = ((2.96), (2))
5	Вектор u		Вектор[A, C]	Вектор[A, C]	u = ((2.96), 0)
6	Број w	a = 2			w = 3
7	Отсечка b		Отсечка [A, C]	Отсечка[A, C]	b = 2.96
8	Кружница c		Кружница со центар B и радиус b + w	Кружница[B, b + w]	c: x² + (y + 4)² = 35.58
9	Точка D		Точка на c	Точка[c]	D = (5.12, (0.94))
10	Вектор v		Вектор[B, D]	Вектор[B, D]	v = (5.12, 3.06)
11	Права d		Права низ B со насока u	Права[B, u]	d: y = (4)
12	Точка F1		Точка на xОска	Точка[xОска]	F1 = ((3), 0)
13	Точка F2		(-x(F1), 0)	(-x(F1), 0)	F2 = (3, 0)
14	Отсечка e		Отсечка [B, D]	Отсечка[B, D]	e = 5.96
15	Број r1		Ако[x(C) > 0, Должина[M], Должина[u]]	Ако[x(C) > 0, Должина[M], Должина[u]]	r1 = 2.96
16	Број r2		Ако[x(C) < 0, Должина[M], Должина[u]]	Ако[x(C) < 0, Должина[M], Должина[u]]	r2 = 5.96
17	Кружница f		Кружница со центар F1 и радиус r1	Кружница[F1, r1]	f: (x + 3)² + y² = 8.79
18	Кружница g		Кружница со центар F2 и радиус r2	Кружница[F2, r2]	g: (x - 3)² + y² = 35.58
19	Точка E		Пресечна точка за f и g	Пресек[f, g]	E = ((2.23), 2.86)

Слика 8.



Слика 9.

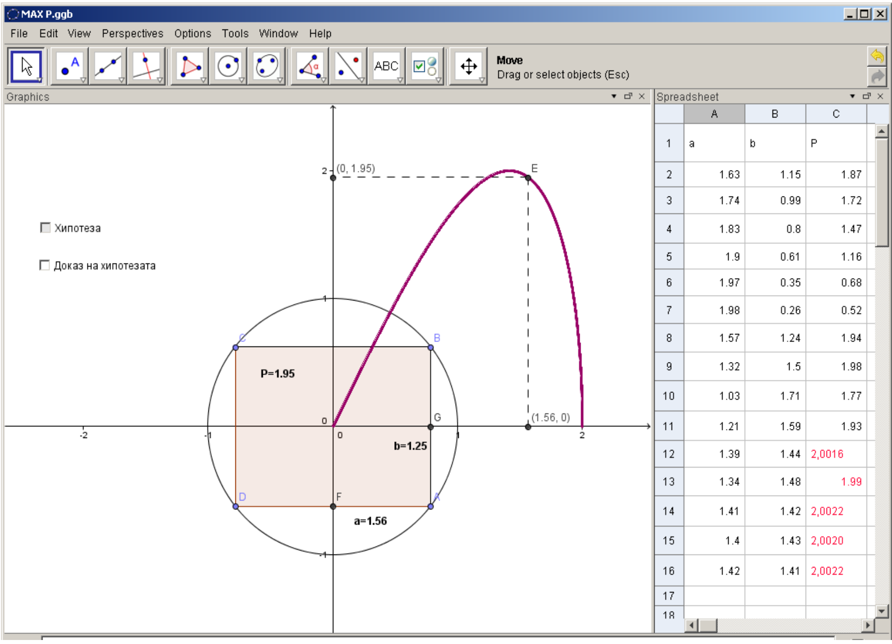
Современата настава ја поддржува теоријата на конструктивност во учењето која се залага за тоа ученикот со самостојна активност, врз основа на сопствено искуство, да доаѓа до сопствени откритија и да стекнува знаења, додека улогата на наставникот е да избере соодветни наставни методи, форми и извори на знаења и да ги поттикнува и насочува учениците. *Стратегијата за учење со откривање, истражувачката настава и проектната настава* се модели на настава кои одговараат на целите на теоријата на конструктивност. Учење со откривање е искуствено учење кое се одвива во реалноста или во виртуелна реалност. Во реална ситуација, ученикот може да види како се одвива некој експеримент во научното истражување. Ако реалното истражување не е возможно или не е достапно, се користат симулации при што во наставата по математика исклучително корисна е симулацијата добиена со користење на компјутерски програми, особено со програми за динамична геометрија. Во продолжение е даден пример како може компјутерската програма GeoGebra да се примени при реализирање на наставен час со користење на моделот учење со откривање при изучување на наставната единица *„Некои практични примени на максимумот и минимумот“* како дел од темата *„Диференцијално сметање“* која се изучува во четврта година во гимназиско образование. Наставникот создава проблемска ситуација поставувајќи ја задачата како во следниот пример.

Пример 5. *Во кружница со радиус* $r=1$ *да се впише правоаголник со максимална плоштина.*

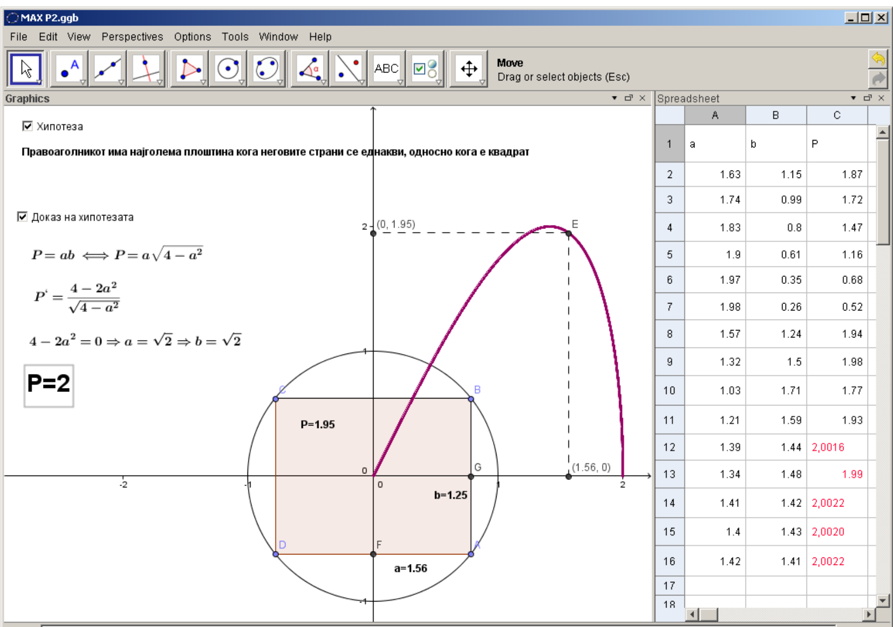
Овој проблем е од отворен тип и има повеќе начини на решавање. Наставникот треба добро да го испланира и успешно да го води часот во кој ќе применува учење со откривање. На почетокот на часот, наставникот ги иницира учениците да го дефинираат проблемот и преку бура на идеи да дискутираат дали задачата има решение и дали тоа е единствено, на кој начин може да се дојде до решение и слично. Учениците размислуваат и водени од наставникот дискутираат за дадениот проблем. Во компјутерската програма GeoGebra наставникот треба да направи модел на кружница. Во неа е впишан произволен правоаголник. Им се објаснува на учениците како да го користат аплетот. Учениците ќе ја придвижуваат точката A на аплетот (Слика 10) со што ќе се менуваат должините на страните на правоаголникот и ќе набљудуваат како притоа се менува плоштината, а податоците за страните на правоаголникот и плоштината добиени при истражувањето ќе ги запишуваат во табелата на аплетот. Понатаму, наставникот бара од учениците врз основа на собраните податоци да постават хипотеза за решението на задачата. Наставникот им објаснува на учениците дека компјутерската симулација овозможува да се насети решението на проблемот со внимателна анализа на добиените мерки за плоштина на правоаголникот, меѓутоа тоа е само претпоставка и учениците треба да знаат дека задачата не е решена, бидејќи секоја хипотеза треба да се докаже. Наставникот бара од учениците врз основа на аплетот (Слика 10) да ја определат функцијата чиј график е даден со кривата на аплетот. Врз основа на промените што ги воочуваат учениците со промена на параметрите, односно со поместување на точката *A* на Слика 10, тие треба да го претпостават можното решение, односно да постават хипотеза. Откако ќе постават сопстена хипотеза, со кликнување на копчето „хипотеза“ од аплетот во GeoGebra ќе можат да ја видат хипотезата што ја поставил наставникот, а таа гласи: ”*Правоаголникот има најголема плоштина кога неговите страни се еднакви, односно кога тој е квадрат*”. Наставникот им објаснува на учениците дека треба поставената хипотеза во задачата да ја решаваат со примена на правилата за пресметување на екстремни вредности со помош на изводи. Учениците на хартија ја докажуваат хипотезата што ја поставиле, односно ја решаваат задачата и врз основа на решението заклучуваат и решаваат дали треба да ја прифатат или да ја отфрлат хипотезата. Доколку поставиле хипотеза која треба да се отфрли, наставникот им помага да согледаат каде грешат и да постават нова хипотеза. Откако ќе завршат со самостојната работа со кликање на копчето „решение“ на аплетот (Слика 11), учениците го гледаат решението што го подготвил наставникот.

При подготовка на час во кој ќе применува модел на учење со откривање, на наставникот ќе му треба повеќе време да ги подготви материјалите. GeoGebra овозможува изработка на сопствени интерактивни материјали, наречени интернет страници со аплети. Тоа значи, конструкциите изработени во GeoGebra може да се издвојат од GeoGebra како програми и да се вметнат како интерактивни и динамични слики на интернет страница. Вообичаено, овие интернет страници содржат наслов, кратко објаснување, задачи и прашања (најчесто ги изработваат наставниците за учениците). Учениците можат да користат вакви интерактивни аплети на училиште и дома, а за да ги користат активно не е неопходно да знаат да користат

GeoGebra. Олеснително за наставниците е кога применуваат аплети во GeoGebra, не мора самостојно да ги изработуваат.



Слика 10.



Слика 11.

Постои интернет страница ([7]) која содржи бесплатни образовни материјали изработени од наставници од целиот свет. Сите материјали се издадени со Creative Common лиценца што значи дека се достапни и бесплатни за некомерцијално користење, односно наставниците можат да ги преземат и да ги користат во оригинална верзија, но уште подобро, можат да ги менуваат и приспособуваат за сопствените потреби со наведување на изворниот автор. Има и други интернет страници со содржини и интерактивни аплети интересни и корисни за учениците, како на пример, интернет страницата [9]. Исто така, постои и форум за корисниците на GeoGebra ([6]) каде што корисниците си даваат поддршка со поставување и одговарање на прашања поврзани со GeoGebra. Интерактивните аплети можат да се постават директно и на интернет страницата [7] и да станат достапни за јавноста. Во моментов, на оваа интернет страница можат да се најдат над 10000 интерактивни аплети.

GeoGebra може да се користи и при испитување на својства и цртање на графици на функции (линеарна, квадратна, експоненцијална, логаритамска, тригонометриски функции, дробно-рационални функции и сл.), при конструкции на триаголник и четириаголник, дефиниција и примена на определен интеграл итн.

4. ЗАКЛУЧОК

Во овој труд е истакната важноста на експериментирањето во наставата по математика кое им помага на учениците самостојно да доаѓаат до откритија и заклучоци во наставата, да добиваат идеи за решавање на проблемите, да развиваат креативно и критичко мислење, како и да можат во поголема мера да го разберат она што го научиле. Самостојната работа на ученикот со помош на наставникот е основната цел на современата настава. Наставникот треба да го води ученикот кон самостојна работа, систематски и континирано да го оспособува, да му помогне да стане самостоен во процесот на учење и да ја поттикнува одговорноста кај ученикот за сопствениот успех и напредокот во наставата по математика. Современата настава го прати развојот на технологијата, односно настојува во образовниот процес да се воведат нови наставни средства и помагала со кои ќе им се приближи математиката на учениците и ќе се мотивираат учениците за самостојна работа.

При користење на компјутерите во наставата, наставникот треба да има предвид дека методиката на наставата по математика претходи на технологијата, што значи дека наставникот мора прво да ги постави образовните цели, а потоа да избира соодветни ИКТ алатки. Во спротивно, ако технологијата се користи неиспланирано или прекумерно, може да има негативен учинок во наставата, односно учениците нема да се здобијат со потребните знаења и вештини предвидени со наставните цели. Учениците треба да разберат дека компјутерите можат да им помогнат во процесот на учење, но сепак, учениците мора примарно да ги совладаат основните аритметички операции, да решаваат равенки и системи равенки и на хартија. Наставникот треба да ги запознае учениците со различните пристапи во процесот на учење, да им овозможи достапност на наставни материјали и алати кои потикнуваат креативност и да ги насочува кон активно вклучување во наставниот процес и кон стекнување на знаења и вештини со самостојна работа. Да се осовремени наставата по математика не значи целосно да се напушти традиционалната настава. Мудриот наставник треба да знае да ги искомбинира позитивните работи од овие два типа настава.

ЛИТЕРАТУРА

[1] B. Apsen, *Repetitorij elementarne matematike*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1963.

[2] А. Арсовска, *Осовременување на наставата по математика со користење на информациски технологии и примена на компјутерскиот програм GeoGebra при изучување на содржинми на Аналитичка геометрија – Магистерска работа,* ПМФ Скопје, 2014.

[3] Б. Крстеска, С. Адамчевска, Л. Кондинска, *Наставни планови и наставни програми. Вреднување на наставни планови и програми* , ПМФ, Скопје, 2005.

[4] Биро за развој на образованието http://bro.gov.mk/docs/gimnazisko/zadolzitelnipredmeti/Matematika1.pdf

[5] The Geomether's Sketchpad Resource Centar, http://www.dynamicgeometry.com

[6] GeoGebra, https://www.geogebra.org/download

[7] GeoGebra форум, www.geogebra.org/forum

[8] GeoGebra материјали, https://www.geogebra.org/materials
[9] GeoGebra градинарска конструкција на елипса, https://www.geogebra.org/material/show/id/96701
[10] Udruga Normala, https://www.geogebra.org/normala?ggbLang=bs

[1] СОУ Гимназија „Гоце Делчев“ Куманово,
ул. „Видое Смилевски Бато“ бр 17, Куманово, Р. Македонија
e-mail: saniars79@yahoo.com

Примен: 10.04.2017
Поправен: 4.05.2017
Одобрен: 11.05.2017