МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 10 (2021), 69 – 87
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-10.html

НЕКОИ НЕДОСТАТОЦИ ВО УЧЕБНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ ПО АДАПТИРАНАТА НАСТАВНА ПРОГРАМАТА ОД 2015 И 2016 ГОДИНА ЗА ТЕМАТА БРОЕВИ

Јасмина Вета Буралиева [1]

Елица Буралиева [2]

Ќе започнеме со добро позната фраза “Математиката е гимнастика на умот”. Етимолошки погледнато, поимот гимнастика потекнува од грчките зборови “γυμναστική”, “*γυμνάσια*” и “*γυμνός*” што во превод значат фонд на физички вежби, вежба и гол, соодветно. Оттука, таа претставува изведување на физички вежби со голо тело, која го оспособува телото за работа со различни физички активности. Според тоа, толкувањето на фразата би било дека математиката го оспособува умот за работа со различни проблеми. Како што редоследот во изведување на физички вежби е важен за правилно оспособување на телото, така и редоследот при изучувањето на математиката игра централна улога во правилното оспособување на умот.

За еден ученик да ја засака математиката и да ја работи во понатамошното образование, потребно е да има добар темел кој се гради во основното образование. Во градењето на овој темел, покрај талентот на поединицот огромна улога имаат наставникот и учебникот. Наставникот како стручен кадар има задача соодветната наставна материја прецизно да ја пренесе на наједноставен и прифатлив начин на учениците. Но, бидејќи секој ученик различно го прима пренесувањето од наставникот, многу е важно и учебникот да биде добар, концизен, јасен и секако адаптиран на нивото на самите ученици. Од долгогодишната директна инволвираност на еден од авторите во основното образование, увидени се многу недостатоци во сегашните учебници кои се користат по предметот математика. Како резултат на овие недостатоци се појавуваат одредени дилеми и збунетост кај голем дел од учениците, па дури и кај оние кои се талентирани за математика. Кај дел од нив, тие се провлекуваат и во понатамошното нивно образование, [2].

Инспирирани од ова, направивме истражување за пристапот кон темата броеви и операциите со нив, во учебниците по предметот математика според адаптираната наставна програма од Cambridge International examination center (која популарно се нарекува „Кембриџ програма“ и кој назив понатаму ќе го користиме) [4]–[7], и него го споредивме со оној во дел од учебниците коишто се користеле во некои од претходните програми во основното образование, [1] и [5]–[8]. Притоа, заклучивме дека оваа тема во учебниците според Кембриџ програмата има доста пропусти во однос на претходните програми, па ние се фокусиравме кон неколку клучни и суштински работи: конфузниот пристап кон темата броеви, отсуството од потреба за дефинирање на множеството цели броеви и на множеството рационални броеви; конфузните пристапи кон некои основни операции во множествата на природни, цели и рационални броеви, како и отсуството на математички пристап кон определување квадратен корен. За секој воочен недостаток, ќе дадеме наше размислување за тоа како сметаме дека би требало да биде запишано, со цел материјата да биде математички попрецизна, а со тоа и појасна и поразбирлива.

1. НЕДОСТАТОЦИ НА КЕМБРИЏ ПРОГРАМАТА

Горенаведените недостатоци во учебниците според Кембриџ програмата по предметот математика за темата броеви, ќе бидат разгледани во посебно потпоглавје.

1.1. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН ТЕМАТА БРОЕВИ

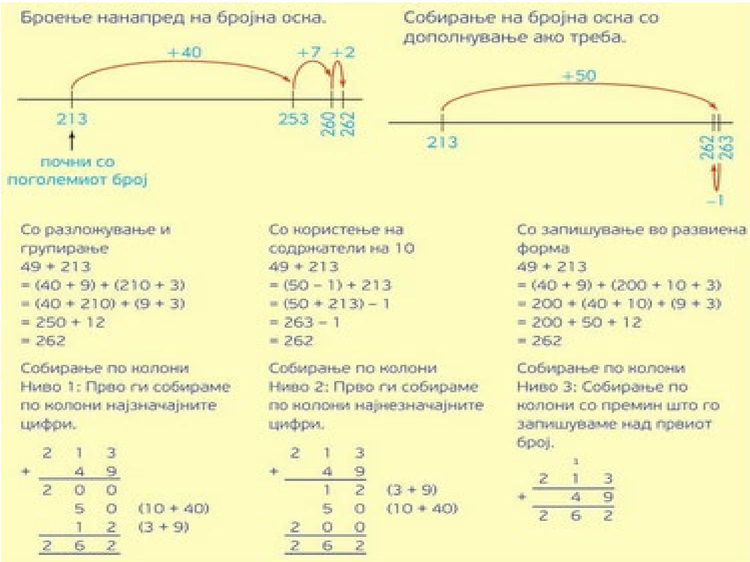
Застапеноста на темата броеви во учебниците од шесто до деветто одделение според Кембриџ програмата е во две глави, насловени како „Броеви и сметање“. Конфузниот пристап кон оваа тема може да се забележи од нивната содржина ([4]–[7]). Во прилог е направена дискусија за содржината во учебникот за шесто одделение.

Првата наставна единица во глава 1 во [4], е посветена на цифра и број. Веќе во втората се преминува кон позитивни и негативни броеви, понатаму кон децимални броеви чиј збир е 1 или 10, а потоа кон операции со природни броеви. Непостоење редослед во работењето може да се забележи во четвртата наставна единица „Децимални броеви чиј збир е 1 или 10“ (стр. 10), каде што се повикува на парови природни броеви чиј збир е 1 или 10. Но, основните операции во множеството на природни броеви се изучуваат во неколку наредни наставни единици во истата глава (стр. 13−17).

Во првата наставна единица од глава 3 во [4], директно запишува децимален број, без да даде дефиниција за него. Веднаш потоа работи со позитивни и негативни броеви на бројна оска, па повторно се враќа на работа со децимални броеви (заокружување, споредба, парови чиј збир се 1 или 10, па собирање и одземање (стр. 77−90), па накратко разгледува негативни броеви преку термометар (стр. 92−93), а потоа оди кон различни пристапи кон операциите множење и делење на природни (стр. 96−105) и децимални броеви (стр. 106−114). Понатаму работи со дропки и мешани броеви (претворање од еден во друг вид, нивна споредба и подредување (стр. 115−124)), без воопшто да спомне зошто тие се појавуваат, туку веднаш преминува кон нивно запишување.

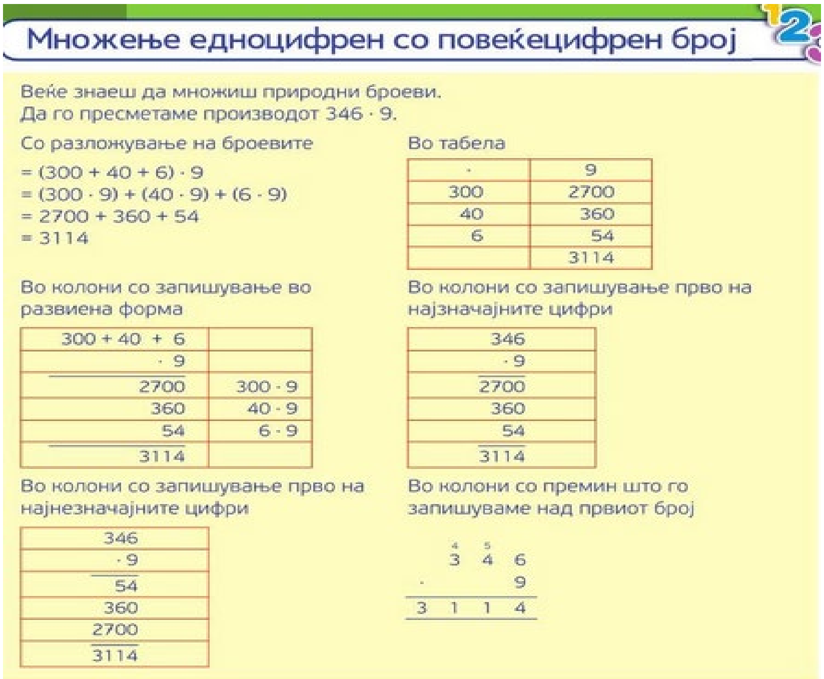
1.2. СТРАТЕГИИ ЗА ОСНОВНИТЕ ОПЕРАЦИИ ВО МНОЖЕСТВОТО НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Во учебникот [4] се презентирани различни стратегии за основните операции во множеството на природни броеви. Во придолжение ќе наведеме некои од нив, а за повеќе детали може да се видат во него.



Слика 1. Стратегии за собирање, [4, стр. 15].

На сликата 1 се дадени осум стратегии за операцијата собирање природни броеви, додека пак на Слика 2 и Слика 3, се дадени наставни единици за операциите множење и делење природни броеви, соодветно. Притоа, во секоја од нив, се изложени по неколку стратегии за соодветната операција, како и за една иста стратегија се користат два различни термини.



Множење едноцифрен со повеќецифрен број

Веќе знаеш да множиш природни броеви.
Да го пресметаме производот 346 · 9.

Со разложување на броевите

= (300 + 40 + 6) · 9
= (300 · 9) + (40 · 9) + (6 · 9)
= 2700 + 360 + 54
= 3114

Во табела

·	9
300	2700
40	360
6	54
	3114

Во колони со запишување во развиена форма

300 + 40 + 6	
· 9	
2700	300 · 9
360	40 · 9
54	6 · 9
3114	

Во колони со запишување прво на најзначајните цифри

346
· 9
2700
360
54
3114

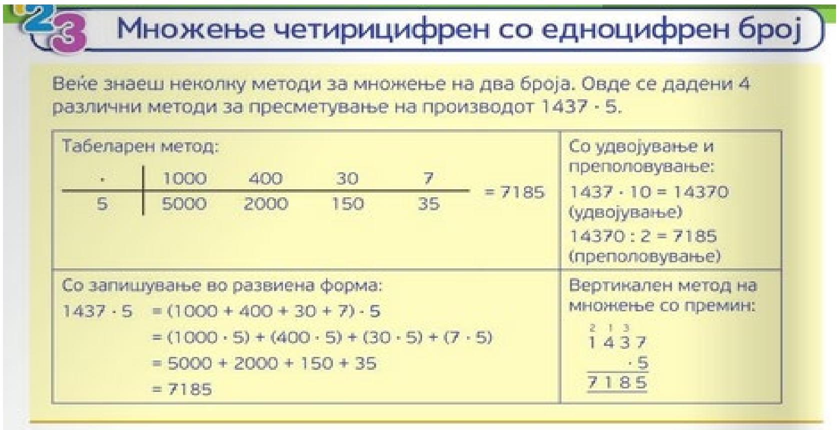
Во колони со запишување прво на најнезначајните цифри

346
· 9
54
360
2700
3114

Во колони со премин што го запишуваме над првиот број

$$\begin{array}{rrrr} & \overset{4}{3} & \overset{5}{4} & 6 \\ \cdot & & & 9 \\ \hline 3 & 1 & 1 & 4 \end{array}$$

Слика 2. а) Множење едноцифрен со повеќецифрен број, [4, стр. 27].



Множење четирицифрен со едноцифрен број

Веќе знаеш неколку методи за множење на два броја. Овде се дадени 4 различни методи за пресметување на производот 1437 · 5.

Табеларен метод:

·	1000	400	30	7	
5	5000	2000	150	35	= 7185

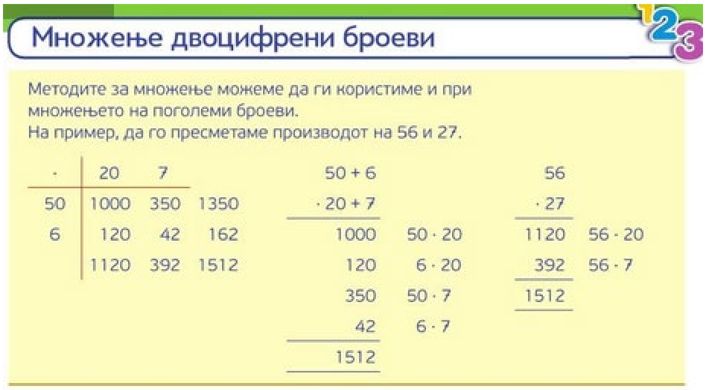
Со удвојување и преполовување:
1437 · 10 = 14370 (удвојување)
14370 : 2 = 7185 (преполовување)

Со запишување во развиена форма:
1437 · 5 = (1000 + 400 + 30 + 7) · 5
= (1000 · 5) + (400 · 5) + (30 · 5) + (7 · 5)
= 5000 + 2000 + 150 + 35
= 7185

Вертикален метод на множење со премин:

$$\begin{array}{r} \overset{2}{1}\,\overset{1}{4}\,\overset{3}{3}\,7 \\ \cdot\, 5 \\ \hline 7\,1\,8\,5 \end{array}$$

Слика 2. б) Множење четирицифрен со едноцифрен број, [4, стр. 28].



Множење двоцифрени броеви

Методите за множење можеме да ги користиме и при множењето на поголеми броеви.
На пример, да го пресметаме производот на 56 и 27.

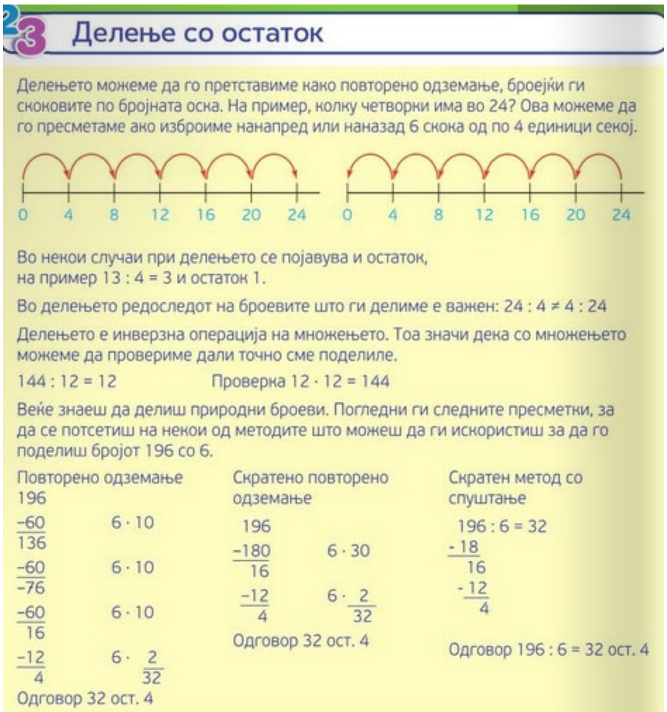
·	20	7	
50	1000	350	1350
6	120	42	162
	1120	392	1512

50 + 6	
· 20 + 7	
1000	50 · 20
120	6 · 20
350	50 · 7
42	6 · 7
1512	

56	
· 27	
1120	56 · 20
392	56 · 7
1512	

Слика 2. в) Множење двоцифрени броеви, [4, стр. 29].

Секоја од основните операции преку различни стратегии се изучува во претходните одделенија. Затоа се поставуваат прашањата: „Дали има потреба од различни стратегии во шесто одделение, или пак доволно е само еден пристап кон соодветната операција?“



Делење со остаток

Делењето можеме да го претставиме како повторено одземање, броејќи ги скоковите по бројната оска. На пример, колку четворки има во 24? Ова можеме да го пресметаме ако изброиме нанапред или наназад 6 скока од по 4 единици секој.

Во некои случаи при делењето се појавува и остаток, на пример 13 : 4 = 3 и остаток 1.

Во делењето редоследот на броевите што ги делиме е важен: 24 : 4 ≠ 4 : 24

Делењето е инверзна операција на множењето. Тоа значи дека со множењето можеме да провериме дали точно сме поделиле.

144 : 12 = 12 Проверка 12 · 12 = 144

Веќе знаеш да делиш природни броеви. Погледни ги следните пресметки, за да се потсетиш на некои од методите што можеш да ги искористиш за да го поделиш бројот 196 со 6.

Повторено одземање

196	
−60	6 · 10
136	
−60	6 · 10
76	
−60	6 · 10
16	
−12	6 · 2
4	32

Одговор 32 ост. 4

Скратено повторено одземање

196	
−180	6 · 30
16	
−12	6 · 2
4	32

Одговор 32 ост. 4

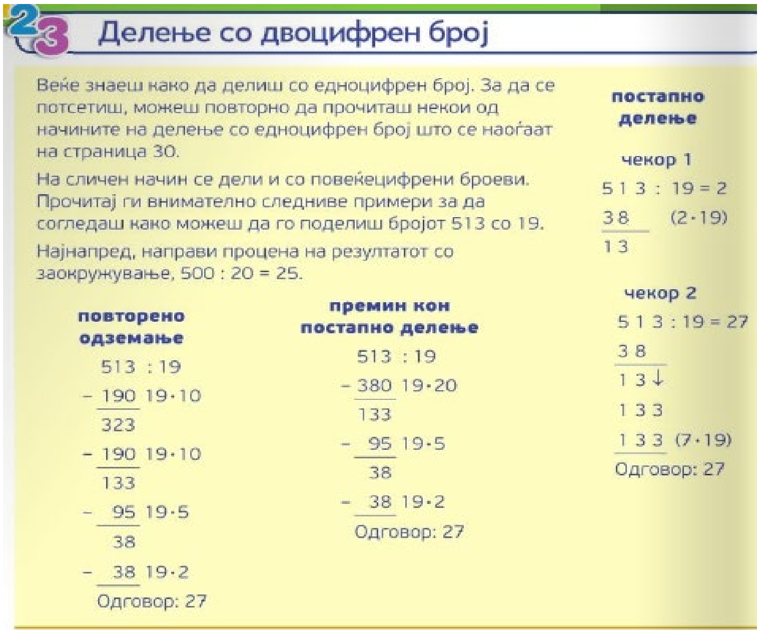
Скратен метод со спуштање

196 : 6 = 32
- 18
 16
- 12
 4

Одговор 196 : 6 = 32 ост. 4

Слика 3. Делење а) со остаток, [4, стр. 40].

„Дали идејата за различните стратегии овозможува учениците подобро да ги разберат операциите или пак тие повеќе ги збунуваат?“; „Зошто за една иста стратегија се користат различни термини?“; „Дали има потреба од посебна наставна единица „Множење четирицифрен број со едноцифрен број“, кога таа е потслучај на наставната единица „Множење едноцифрен со повеќецифрен број“?“


23 Делење со двоцифрен број

Веќе знаеш како да делиш со едноцифрен број. За да се потсетиш, можеш повторно да прочиташ некои од начините на делење со едноцифрен број што се наоѓаат на страница 30.

На сличен начин се дели и со повеќецифрени броеви. Прочитај ги внимателно следниве примери за да согледаш како можеш да го поделиш бројот 513 со 19.

Најнапред, направи процена на резултатот со заокружување, 500 : 20 = 25.

повторено одземање

513 : 19
− 190 19·10
323
− 190 19·10
133
− 95 19·5
38
− 38 19·2
Одговор: 27

премин кон постапно делење

513 : 19
− 380 19·20
133
− 95 19·5
38
− 38 19·2
Одговор: 27

постапно делење

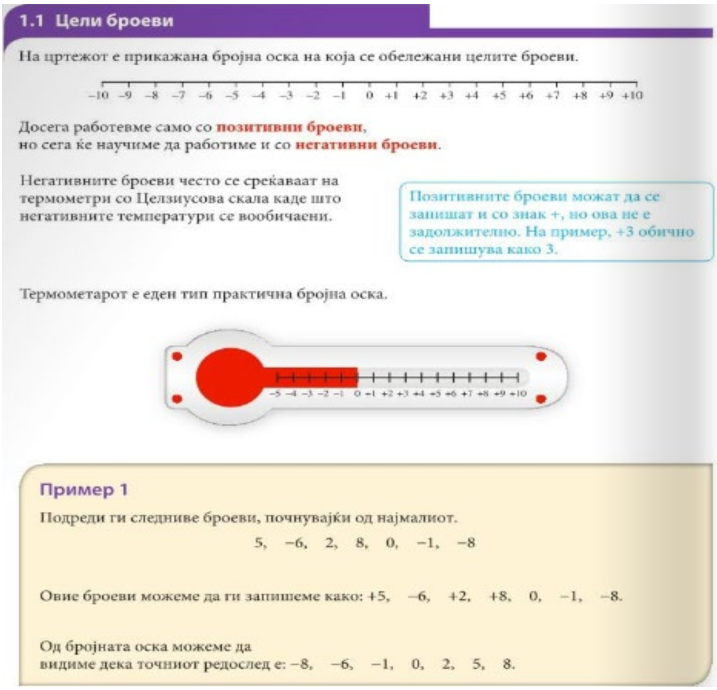
чекор 1
5 1 3 : 19 = 2
3 8 (2·19)
1 3

чекор 2
5 1 3 : 19 = 27
3 8
1 3↓
1 3 3
1 3 3 (7·19)
Одговор: 27

Слика 3. Делење б) со двоцифрен број, [4, стр. 100].

1.3. ОТСУСТВО НА ПОТРЕБАТА ЗА ДЕФИНИРАЊЕ НА МНОЖЕСТВОТО НА ЦЕЛИ БОЕВИ

Во [4], со негативните броеви се работи во неколку наставни единици каде тие се разгледани како броеви лево од нула на бројната оска (стр. 8). Исто така, направена е и споредба на позитивни и негативни броеви на бројна оска (стр. 80 и 92), а прикажана е и разликата помеѓу позитивен и негативен број на термометар (стр. 93). На сликата 4 е дадена првата страна од наставната единица „Цели броеви“ во [5], каде отсуствува дефиницијата за цел број, правилото за споредување на цели броеви и причината за дефинирање на множеството на цели броеви, а се работи со нив. Дефиницијата на цел број е дадена во [7, стр. 187] во наставната единица „Неравенки“, која е дел од темата „Алгебра и решавање проблеми“, што уште еднаш ја потврдува нередоследноста во презентирањето на математичките поими во учебниците според Кембриџ програма.



1.1 Цели броеви

На цртежот е прикажана бројна оска на која се обележани целите броеви.

Досега работевме само со **позитивни броеви**,
но сега ќе научиме да работиме и со **негативни броеви**.

Негативните броеви често се среќаваат на термометри со Целзиусова скала каде што негативните температури се вообичаени.

Позитивните броеви можат да се запишат и со знак +, но ова не е задолжително. На пример, +3 обично се запишува како 3.

Термометарот е еден тип практична бројна оска.

Пример 1

Подреди ги следниве броеви, почнувајќи од најмалиот.

5, −6, 2, 8, 0, −1, −8

Овие броеви можеме да ги запишеме како: +5, −6, +2, +8, 0, −1, −8.

Од бројната оска можеме да видиме дека точниот редослед е: −8, −6, −1, 0, 2, 5, 8.

Слика 4. Цели броеви, [5, стр. 2].

1.4. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН ОПЕРАЦИИТЕ СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ЦЕЛИ БРОЕВИ

Во наставната единица „Цели броеви“ во [5, стр.4] се дадени правила за операциите собирање и одземање цели броеви на бројна оска за мали броеви и правила за комбинирани знаци за големи броеви, кои ги применуваат повторно за мали броеви (слика 5, а) и б), соодветно).

Собирање и одземање позитивни и негативни броеви

Можеме да собираме цели броеви движејќи се по должината на бројната оска.

За да додадеш позитивен број, движи се надесно.

За да додадеш негативен број, движи се налево.

Можеме да одземаме цели броеви движејќи се по должината на бројната оска во спротивна насока од насоката што ја определува знакот.

За да одземеш позитивен број, движи се налево.

За да одземеш негативен број, движи се надесно.

Слика 5. Правила за собирање и одземање
а) на бројна оска за мали броеви, [5, стр. 3].

Кога собираме или одземаме поголеми броеви, не е лесно да ја користиме бројната оска.
За полесно собирање и одземање користиме правила за комбинирање знаци.

++ се заменува со +	**на пример: −4 + (+6) се заменува со −4 + 6 = +2.**
+− се заменува со −	**на пример: −4 + (−6) се заменува со −4 − 6 = −10.**
−+ се заменува со −	**на пример: −4 − (+6) се заменува со −4 − 6 = −10.**
−− се заменува со +	**на пример: −4 − (−6) се заменува со −4 + 6 = +2.**

Слика 5. Правила за собирање и одземање б) за поголеми броеви, [5, стр. 4].

Притоа, во правилата за комбинирани знаци нема објаснување што претставува првиот, а што вториот знак. Дали тоа се знаци на броевите, или пак првиот знак е операција, а вториот знак е знак на број? Отсуството на ова објаснување предизвикува дилеми и збунетост кај учениците.

Да претпоставиме дека правилата за собирање, дадени на сликата 5, б) се јасни, понатаму повторно се наидува на необјаснување кое предизвикува дилема. Ако за $-4+6$ се повикаме на одземање природни броеви кога од поголемиот број го одземаме помалиот број, тогаш јасно е дека резултатот е 2. Но, како е пресметано $-4-6=-10$? Кое правило овде се користи, а кое не е напишано во учебникот? Освен тоа огромен впечаток ни остави тоа што во погорните одделенија е дадена истата табела за правила и истите примери, без надградба (види [6, стр, 2] и [7, стр. 25]).

1.5. ОТСУСТВО НА ПОТРЕБАТА ЗА ДЕФИНИРАЊЕ НА МНОЖЕСТВОТО НА РАЦИОНАЛНИ БРОЕВИ

Во [4] во неколку наставни единици се работи со децимални броеви и дропки: децимални броеви чии збир е 1 или 10 (стр. 10), месна вредност до стотинки, до илјадарки, заокружување, споредување и подредување децимални броеви (стр. 77−85), собирање и одземање децимални броеви (стр. 88-90), делење - остаток како дропка и децимален број, множење и делење децимални броеви со 10 и 100, делење децимални броеви со едноцифрен број, својства на множење и делење децимални броеви, дропки, мешани броеви, претворање од еден во друг вид, споредување и подредување дропки и мешани броеви (стр. 105−120). Со оглед на тоа, логично е причината за дефинирање на множеството на рационални броеви, да биде наведена во некоја од овие наставни единици, но за жал ова не се случува.

1.6. КОНФУЗЕН ПРИСТАП КОН МНОЖЕЊЕ И ДЕЛЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

На сликата 6, а) и б) се прикажани конфузните пристапи кон операциите множење и делење со децимален број, соодветно. И за двете операции се користат еквивалентни пресметки за множење и делење, т.е. множењето (соодветно, делењето) со децимален број го претвара во множење со соодветен цел број (соодветно, множење со соодветната декадна единица), а потоа во делење на добиениот производ со соодветната декадна единица (соодветно, делење со соодветниот цел број), имајќи во предвид дека количникот помеѓу целиот број и соодветната декадната единица го конструираат децималниот број. Дали овој пристап е поедноставен или покомплициран за учениците?

Пример 1

Пресметај.

а) $0{,}7 \cdot 9$ **б)** $15 \cdot 0{,}06$ **в)** $0{,}7 \cdot 0{,}6$

а) $0{,}7 \cdot 9 = 9 \cdot 0{,}7$
$= 9 \cdot 7 : 10$
$= 63 : 10$
$= 6{,}3$

Ова е еквивалентен израз бидејќи се добива истото решение.

б) $15 \cdot 0{,}06 = 15 \cdot 6 : 100$
$= 90 : 100$
$= 0{,}9$

в) $0{,}7 \cdot 0{,}6$

Прво множиме без децималната запирка: $6 \cdot 7 = 42$

Потоа броиме колку вкупно децимални места има кај множителите.

Кај множителите (0,7 и 0,6) има вкупно две децимални места.

Решението треба да има две децимални места.

Решението е 0,42.

Слика 6. а) Множење со децимален број, [6, стр. 43].

Пример 3

Пресметај.

а) $64 : 0{,}8$ **б)** $2{,}5 : 0{,}05$

а) $64 : 0{,}8 = (64 : 0{,}1) : 8$ $0{,}8 = 0{,}1 \cdot 8$

$= (64 \cdot 10) : 8$

$= 640 : 8$

$= 80$

Решенијата можеме да ги провериме со помош на инверзни операции.

За да провериме дали $64 : 0{,}8 = 80$, пресметуваме $80 \cdot 0{,}8$

$80 \cdot 0{,}8 = 64$

б) $2{,}5 : 0{,}05 = (2{,}5 : 0{,}01) : 5$

$= (2{,}5 \cdot 100) : 5$

$= 250 : 5$

$= 50$

Користи го начинот на множење како во Пример 1 под **а)**

Слика 6. б) Делење со децимален број, [6, стр. 45].

1.7. ОТСУСТВО НА ВИДОВИ ДРОПКИ

Во учебници [4]–[7], постојано се работи со дропки, и операции со нив, но не се спомнува какви видови дропки постојат. Со тоа учениците учат да работат со дропки, но не знаат со какви дропки работат!

1.8. ОТСУСТВО НА МАТЕМАТИЧКАТА ПОСТАПКА ЗА ОПРЕДЕЛУВАЊЕ КВАДРАТЕН КОРЕН

На сликата 7 е прикажано определувањето квадратен корен во учебникот за седмо одделение според Кембриџ програмата, т.е. определување преку инверзната функција, квадрирање или со дигитрон, додека пак во [7, стр. 127], тоа е разгледано и со проценка. Што се случува со повеќецифрените броеви, за кои учениците не знаат кој број е на квадрат или меѓу кои два полни квадрати се наоѓа бројот чиј квадратен корен треба да се определи? Дали учениците на овој начин би можеле да определат квадратен корен од произволен број? Или пак, за тие броеви ќе користат дигитрон?

Квадратни корени

Знаеме дека $6^2 = 36$. Поради ова можеме да запишеме дека **квадратен корен** на 36 е 6, или $\sqrt{36} = 6$.

Исто така, имаме; $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ итн.

Пресметување квадратен корен и квадрат се инверзни операции една на друга.

Ако $20^2 = 400$, тогаш $\sqrt{400} = 20$.

За пресметување квадрати и квадратни корени понекогаш ќе ти биде потребен калкулатор.

Повеќето калкулатори имаат копче $\boxed{x^2}$ за квадрати и копче $\boxed{\sqrt{x}}$ за квадратни корени.

Слика 7. Квадратни корени, [5, стр. 23].

2. СПОРЕДБА СО УЧЕБНИЦИ СПОРЕД НЕКОИ ОД ПРЕТХОДНИТЕ ПРОГРАМИ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

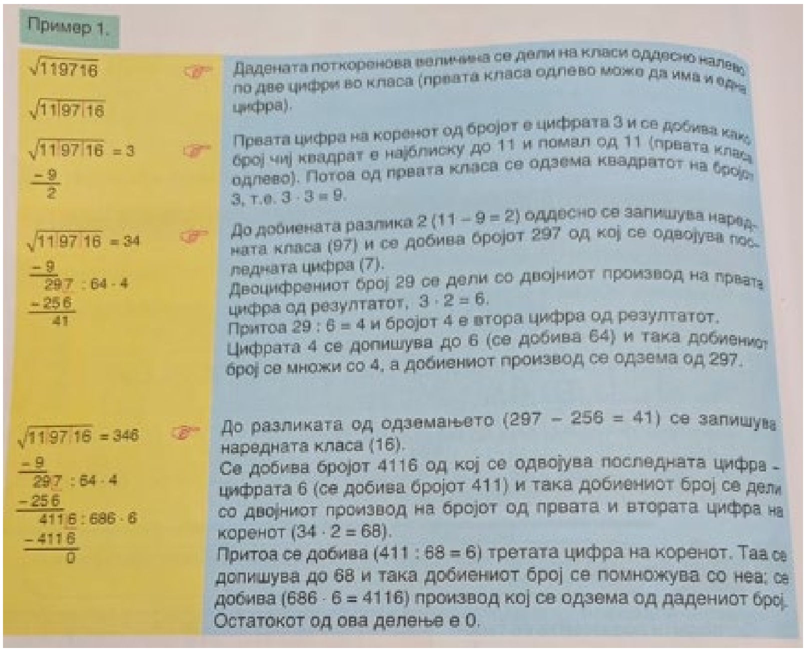
Во учебниците [8]–[10], исто како и во учебниците [4]-[7], темата броеви е застапена во две глави, со таа разлика што една глава е посветена на едно множество.

Првата глава во [8] е насловена „Природни броеви“. Таа започнува со цифра и број, па дефиниција за множество на природни броеви со и без нула (стр. 17). Понатаму, операциите собирање и одземање природни броеви се разгледани преку еден краток пристап, каде е наведено кога разликата помеѓу два природни броеви е природен број (стр. 27 и 29). Постапка за операциите множење и делење природни броеви, не е наведена, туку се смета дека веќе се знае. Овде множењето и делењето се разгледани преку некои својства, како и потенцирано е кога количникот на два природни броеви е природен број, а кога се појавува остаток при делењето (стр. 34 и 37).

„Дропки и децимални броеви“ е насловот на третата глава во [8]. Во неа уште на почеток е наведена причината за појава на дропките и децималните броеви (стр. 132) и разгледани се сите видови дропки (стр. 135), што не беше случај во учебниците според Кембриџ програмата. Во однос на операциите собирање и одземање дропки и децимални броеви, се повикува на операциите собирање и одземање природни броеви, соодветно, напомнувајќи што треба да биде исполнето за да одземањето биде возможно, а притоа запазувајќи ја позицијата на децималната запирка (стр. 143–165). Постапката за множење (делење) децимални броеви се повикува на постапката за множење природни броеви (делење децимален со природен), (стр. 66–174). Притоа при множењето се внимава на децималните места, а при делењето броевите се множат со соодветната декадна единица за да делителот премине во природен број.

Првата глава во [9] е насловена „Операции со дропки“, а третата „Цели и рационални броеви“. Во првата глава се разгледуваат сите оние операции кои не се разгледани во третата глава во [8], додека пак третата глава во [9] е посветена на целите броеви кои се потребни за да се дефинира множеството на рационални броеви. Во неа најпрво е наведена причината за дефинирање на множеството на целите броеви, па дадена е дефиниција за позитивна и негативна насока на бројна оска, соодветно позитивни и негативни броеви, па спротивен број на даден број, а потоа е дадена јасна дефиниција за множеството на цели броеви (стр. 120). За операциите собирање и одземање цели броеви (стр. 128), како и за споредба на два цели броеви (стр. 127), се дадени јасни правила за кои пак е дефиниран поимот апсолутна вредност на цел број (стр. 125). Постапката за операциите множење и делење е иста со постапката множење и делење природни броеви, но се обрнува внимание на знакот на производот и количникот во зависност од знакот на двата цели броеви. За определување квадратен корен пак, освен преку инверзна функција и со дигитрон, како што беше презентирано во учебниците по Кембриџ програмата, дадена е и математичка постапка (слика 8). Повикувајќи се на оваа постапка, дадена е и постапка за определување квадратен корен од децимален број, ([10, стр. 50]).

Учебникот за шесто одделение, [1] според друга програма е посветен само на темата броеви. Во него директно почнува со позитивни и негативни броеви на бројна оска, како и дефиниција на спротивен број, но не само на природен број како што беше случај во [9], туку и на дропка, децимален и мешан број (стр. 9 и 16). Во него, најпрво е дефинирано множеството на рационални броеви (стр. 12), а потоа множеството на цели броеви (стр. 19). Поимот апсолутна вредност, основните операции како и правилото за споредба директно се дефинирани во множеството на рационални броеви (стр. 21–27 и 33–55), а за определување квадратен корен има математичка постапка како во [9], како и таблица за определување квадратен корен и квадрирање до 1000 (стр. 77−81).



Пример 1.

$\sqrt{119716}$

$\sqrt{11|97|16}$

$\sqrt{11|97|16} = 3$

-9

2

Дадената поткоренова величина се дели на класи оддесно налево по две цифри во класа (првата класа одлево може да има и една цифра).

Првата цифра на коренот од бројот е цифрата 3 и се добива како број чиј квадрат е најблиску до 11 и помал од 11 (првата класа одлево). Потоа од првата класа се одзема квадратот на бројот 3, т.е. 3 · 3 = 9.

$\sqrt{11|97|16} = 34$

-9

$297 : 64 \cdot 4$

-256

41

До добиената разлика 2 (11 − 9 = 2) оддесно се запишува наредната класа (97) и се добива бројот 297 од кој се одвојува последната цифра (7).
Двоцифрениот број 29 се дели со двојниот производ на првата цифра од резултатот, 3 · 2 = 6.
Притоа 29 : 6 = 4 и бројот 4 е втора цифра од резултатот.
Цифрата 4 се допишува до 6 (се добива 64) и така добиениот број се множи со 4, а добиениот производ се одзема од 297.

$\sqrt{11|97|16} = 346$

-9

$297 : 64 \cdot 4$

-256

$4116 : 686 \cdot 6$

-4116

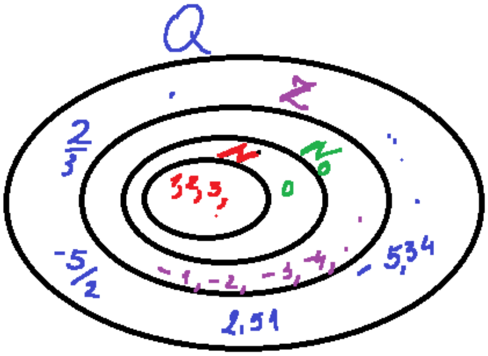
0

До разликата од одземањето (297 − 256 = 41) се запишува наредната класа (16).
Се добива бројот 4116 од кој се одвојува последната цифра − цифрата 6 (се добива бројот 411) и така добиениот број се дели со двојниот производ на бројот од првата и втората цифра на коренот (34 · 2 = 68).
Притоа се добива (411 : 68 = 6) третата цифра на коренот. Таа се допишува до 68 и така добиениот број се помножува со неа; се добива (686 · 6 = 4116) производ кој се одзема од дадениот број.
Остатокот од ова делење е 0.

Слика 8. Математичка постапка за определување квадратен корен, [10, стр. 50].

3. ЛИЧНИ СОГЛЕДУВАЊА

Во [3, стр. 116−119], се вели дека спиралниот систем на распоред на целите на Кембриџ програмата, овозможува учениците да напредуваат во зависност од нивните способности. За жал, во учебниците [4]−[7], за одредена материја не сретнавме надградба на знаењата од претходната година, туку напротив, во одредени наставни единици истите реченици и истите примери се користат и во погорните одделенија (потпоглавје 1.4). Додека пак за материјата поврзана со размер и пропорција има одреден напредок во учебниците [5] и [6] во однос на [4], но не и во [7] во однос на претходните. Во сите нив отсуствува запознавање со обратна пропорционалност.



Слика 9. Венов дијаграм на множествата.

Во поглед на конфузниот пристап кон темата броеви (потпоглавје 1.1), сметаме дека секое множество треба да биде разгледано детално, концизно и математички прецизно во посебна глава. Во шесто одделение, најдобро е да се изучуваат множествата на природни и цели броеви, што не беше случај во учебниците [1] и [4]–[10], а во седмо одделение, множеството на рационални броеви. Овој пристап го предлагаме заради постепеното проширување на множеството на природни броеви, кое може да се види ѝ на сликата 9. Притоа, за секое множество јасно да биде напомнато кои операции се внатрешни, односно во однос на кои операции множеството е затворено, а кои не се и зошто тоа се проширува.

Во однос на стратегиите за основните операции во множеството на природни броеви (потпоглавје 1.2), сметаме дека во шесто одделение, потребен е еден краток и брз пристап кон нив (види формула (1)), кој ќе им овозможи рутински да ги извршуваат операциите. Освен тоа, ќе придонесе побрзо совладување на новите наставни содржини каде тие се имплементирани, а не сѐ уште учениците да размислуваат по кој пристап ќе работат.

$$
\begin{array}{r} 353 \\ +\,168 \\ \hline 521 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 2\,685 \\ -\quad 518 \\ \hline 2\,167 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 346 \\ \cdot\quad 9 \\ \hline 3\,114 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 56 \\ \cdot\ 27 \\ \hline 392 \\ +\ 112 \\ \hline 1\,512 \end{array}
\qquad
\begin{array}{l} 192 : 6 = 32 \\ \underline{-18} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 0 \end{array}
\tag{1}
$$

Притоа, не ја отфрламе можноста, останати пристапи кон операциите, кои се изучуваат во одделенска настава да се вметнат во учебникот за шесто одделение, но тоа да биде на крајот во учебникот во посебна глава насловена „Додаток“, чија цел е потсетување или пополнување на празнините во учењето.

Во поглавјето 1 видовме дека учебниците [4]–[7] немат хронолошки редослед на презентирање одредена материја и причината зошто таа се појавува (потпоглавје 1.3 и 1.5), кои играат важна улога при нејзиното изучување. Затоа сметаме е важно, јасно да биде наведено зошто се појавува потреба од дефинирање на множеството на цели броеви и на множеството на рационални броеви.

Во однос на конфузниот пристап кон операциите собирање и одземање цели броеви (потпоглавје 1.4), ќе приложиме како тоа може да се направи преку табела, со потенцирање што е операција а што знак на број. Притоа, користиме апсолутна вредност на број (со ознака $|\cdot|$) и фактот дека негативните цели броеви се спротивни броеви на позитивните цели броеви и обратно, како во [9, стр. 123 и 125]. Во табелата 1 е дадена врската помеѓу операцијата одземање и намалителот, т.е. како намалителот се заменува со неговиот спротивен број кога операцијата одземање преминува во операција собирање. Додека пак во табелата 2 е потенцирана разликата помеѓу знак на број и операција при собирање цели броеви, што не беше случај во [5] (потпоглавје 1.4). Примената на овие табели е илустрирана преку едноставни примери во примерот 1.

<table>
<tr><td></td><td>Операција</td><td>Намалител</td><td rowspan="3">Преминува во</td><td>Операција</td><td>Спротивен број на намалителот</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Одземање</td><td>Негативен цел број</td><td>Собирање</td><td>Позитивен цел број</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Одземање</td><td>Позитивен цел број</td><td>Собирање</td><td>Негативен цел број</td></tr>
</table>

Табела 1. Врската помеѓу операцијата одземање и намалителот.

	Знаци на броевите	Знак на новодобиениот број	Операција во $\mathbb{N}_0$
1	+ + – –	+ –	Собирање
2	– + + –	Знакот е на бројот што има поголема апсолутна вредност	Одземање

Табела 2. Операција и знак на новодобиениот број при собирање цели броеви.

Пример 1. Да се пресмета:

а) $(+6)-(-23)$; б) $(-6)-(+23)$;

в) $(+6)-(+23)$; г) $(-6)-(-23)$.

Решение: Во првото равенство при решавањето на примерите под а) и г) (соодветно, под б) и в)) се користи првиот (соодветно, вториот) случај од табелата 1. Во второто равенство во примерите под а) и б) (соодветно, под в) и г)) се користи првиот (соодветно, вториот) случај од табелата 2, т.е. случај кога имаме собирање цели броеви со исти знаци (соодветно, со различни знаци) и дефиниција за апсолутна вредност на цел број. Во примерите под а) и б) (соодветно, в) и г)) јасно се гледа дека знакот на новодобоениот број е ист со знакот на разгледуваните броевите (соодветно, е на бројот со поголема апсолутна вредност (в) – бидејќи $|-23|>|6|$, г) + бидејќи $|23|>|-6|$)), а операцијата е собирање (соодветно, одземање) на нивните апсолутните вредности. Одземањето подразбира дека од поголемата апсолутна вредност се одзема помалата апсолутна вредност. Во третото равенство во сите четири примери се користи дефиниција за апсолутна вредност на цел број, а во четвртото равенство под а) и б) операција собирање (соодветно, одземање) природни броеви.

а) $(+6)-(-23)=(+6)+(+23)=+(|6|+|23|)=+(6+23)=+29$

б) $(-6)-(+23)=(-6)+(-23)=-(|-6|+|-23|)=-(6+23)=-29$

в) $(+6)-(+23)=(+6)+(-23)=-(|-23|-|6|)=-(23-6)=-17$

г) $(-6)-(-23)=(-6)+(+23)=+(|23|-|-6|)=+(23-6)=+17$.

За конфузниот пристап кон множење и делење децимални броеви (потпоглавје 1.6), сметаме дека треба да се повикува на постапката за множење природен со природен, со запазување на децималните места, а делењето да се повикува на делење децимален со природен број (делителот се множи со соодветна декадна единица за да помине во природен број, што може да се види од пример 2.)), кој пак се повикува на делење природен со природен број (види формула (1)).

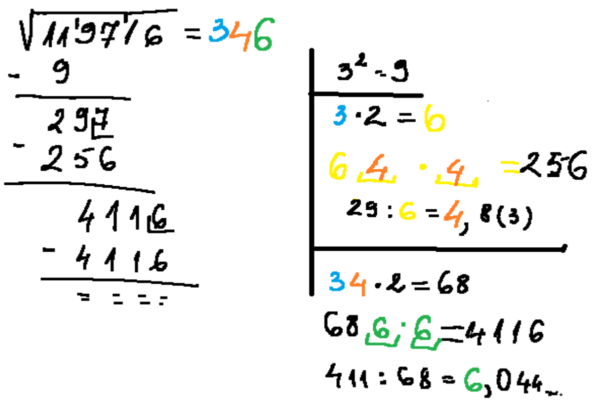
За отсуството на видови дропки (потпоглавје 1.7), важно е учениците да знаат дека постојат: правилни дропки (дропки помали од 1), неправилни дропки (дропки поголеми од 1), дропки еднакви на 1 (секој цел број поделен сам со себе) и дропки со именител 1 (секој цел број е дропка со именител 1), а не само да работат со дропки.

Пример 2. Да се пресмета $23{,}12:3{,}4=?$

Решение: $3{,}4\cdot 10=34$, $23{,}12\cdot 10=231{,}2$

$$\begin{array}{l} 231{,}2:34=6{,}8 \\ \underline{-204} \\ \ \ 272 \\ \underline{\ \ -272} \\ 0 \end{array}$$

Во однос на отсуството на математичката постапка за определување квадратен корен (потпоглавје 1.8), сметаме дека убаво е учениците да знаат да пресметат квадратен корен од произволен број, а не само преку инверзна функција, со дигитрон и со проценка. Во прилог е дадено нашето размислување за постапката, која се разликува од постапката во [1] и [10], во одделното наведување на начинот на кој се добиваат цифрите.



Слика 10. Математичка постапка за определување квадратен корен.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. Ансаров, Д. Ачовски, Ж. Маркоски, *Алгебра за VI одделение*, Просветно дело, Скопје 1995.

[2] М. Димитријевска, Ф. Младеновски, *Со какви предзнаење по математика учениците од IX одделение преминуваат во I година средно училиште?*, Трудови за наставата по математика од Вториот семинар „Математика и примени“, Математички омнибус 4 (2018), 63 – 80.

[3] Л. Кондинска, С. Ристовска, *Карактеристики на наставните програми по математика за основно образование (1996-1998, 2007-2009, 2013-2015),* Трудови за наставата по математика од Првиот семинар „Математика и примени“, Математички омнибус 2 (2017), 107 – 121.

[4] К. Морисон, *Математика за шесто одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020.
https://s3-us-west- 2.amazonaws.com/arslamina.com/
Ucebnici/6/matematika/mak/matematika6.html

[5] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за седмо одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020.
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/
Ucebnici/7/matematika/mak/matematika.html

[6] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за осмо одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020.
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/
Ucebnici/8/matematika/mak/matematika.html

[7] С. Пембертон, П. Кивлин, П. Винтерс, *Математика за деветто одделение*, Арс Ламина - публикации Скопје, 2020.
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/arslamina.com/
Ucebnici/9/matematika/mak/matematika.html

[8] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за шесто одделение*, деветгодишно основно образование, МОН, 2011.

[9] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за седмо одделение,* деветгодишно основно образование, Алби, 2011.

[10] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за осмо одделение*, деветгодишно основно образование, МОН, Скопје 2009.

Некои недостатоци во учебниците по математика за темата броеви

[1] Универзитет „Гоце Делчев“, Факултет за информатика
ул. „Крсте Мисирков“, бр. 10-А, 2000 Штип, Р. Северна Македонија
e-mail: jasmina.buralieva@ugd.edu.mk

[2] ООУ „Никола Вапцаров“,
ул. „Ценка Павлова“, бр. 1, (2400) Струмица, Р. Северна Македонија
e-mail: buralievaelica@yahoo.com

Примен: 30.3.2021
Поправен: 19.5.2021
Одобрен: 26.5.2021
Објавен на интернет: 25.6.2021