

СПОРЕДБА НА НАСТАВНИТЕ ТЕМИ „ГЕОМЕТРИСКИ ТЕЛА“ И „ГЕОМЕТРИЈА И РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ“ ЗА IX ОДДЕЛЕНИЕ

*Палифрова Валентина*¹

Математиката, како задолжителен предмет кој се изучува во основното образование, во последните 10 години двапати подлегна на промени во наставниот план и програма и тоа во учебната 2007/2008 и етапно по одделенија во периодот од 2014 до 2016 година. Во учебната 2015/2016 година, се воведоа промени и во предметната настава по математика. Притоа, бројот на часовите во VI одделение, се зголеми од 4 часа неделно, на 5 часа неделно. Бројот на часовите во VI одделение, се зголеми од 4 часа неделно, на 5 часа неделно. Во другите одделенија бројот на часови остана непроменет. И наставната програма претрпе промени, при што некои наставни содржини се заменети со нови наставни содржини. Тоа доведе до промена и неусогласување на стратегиите и критериумите за оценување.

Веќе подолго време се забележува низок степен на усвојување на наставните содржини. За да може да се согледа проблемот и да се надмине, авторот дојде на идеја да направи споредба на темите од областа геометрија кои се изучуваат по старата и по новата наставна програма во деветто одделение.

Во Табелата 1 е наведен бројот на часовите и месеците предвидени за обработка на темите предвидени за деветто одделение според програмата од 2008/2009 година. По старата програма предвидени се четири теми (Табела 1), а од областа геометрија, тоа е последната тема „Геометриски тела“. Наставните единици за оваа тема се следните:

- Точка, права и рамнина;
- Две прави;
- Две рамнини;
- Паралелно проектирање. Ортогонална проекција;
- Претставување на геометриски тела со цртеж;
- Призма. Видови призми. Дијагонални пресеци;
- Паралелопипед. Мрежа и плоштина на призма;
- Волумен на полиедар. Волумен на квадар и коцка;

- Волумен на права призма;
- Пирамида. Плоштина на пирамида;
- Волумен на пирамида;
- Цилиндар. Плоштина и волумен;
- Конус. Плоштина и волумен;
- Топка. Плоштина и волумен;
- Веројатност.

НАСТАВНА ТЕМА	БРОЈ НА ЧАСОВИ ЗА:					
	Обработка	Активности	Контролна писмена работа	Резерва	Вкупно	Време на реализација по месеци
Сличност на триаголници	13	16	2	1	32	IX, X, XI
Линеарна равенка, линеарна неравенка и линеарна функција	18	20	2	1	41	XI, XII, I, II
Систем линерани равенки	8	18	2	1	29	II, III
Геометриски тела	18	21	2	1	42	III, IV, V, VI
В к у п н о:	57	75	8	4	144	

Табела 1. Распределбата на часови за секоја тема по програмата од 2008/2009 година.

Новата наставна програма по Кембриџ предвидува пет наставни теми од кои геометриски се темите „Геометрија и решавање проблеми“ и „Мерење и решавање проблеми“. Распределбата на часовите за овие две теми е дадена со следната табела:

НАСТАВНА ТЕМА	Комбинирани часови:	Часови за консолидација	Часови за писмена работа	Вкупно
Прво полугодие				
1В: Геометрија и решавање проблеми	8	0	0	8
1Г: Мерење и решавање проблеми	3	3	1	7
Второ полугодие				
2В: Геометрија и решавање проблеми	14	1	0	15
2Г: Мерење и решавање проблеми	6	3	1	10

Табела 2. Распределбата на часови за секоја тема по програмата од 2014/2015 година.

Наставни единици за темата „Геометрија и решавање проблеми“ се следните. За прво полугодие:

- Три димензии;
- Осна симетрија во три димензии;

- Тесалација;
- Опишување трансформации;
- Зголемување и сличност;
- Задачи за повторување.

За второ полугодие:

- Конструкција на прави;
- Конструкција на правилни многуаголници;
- Геометриско место на точки;
- Агли на многуаголник;
- Правилни мозаици;
- Мапи и азимут;
- Питагорова теорема;
- Примена на Питагорова теорема.

Повеќе за плоштина и волумен на геометриските тела е дадено со темата „Мерење и решавање проблеми“. Наставните единици за оваа тема се:

Прво полугодие

- Претворање мерни единици
- Плоштина
- Круг
- Задачи за повторување

Второ полугодие:

- Средна брзина;
- Изведени мерни единици;
- Волумен;
- Призма и цилиндар;
- Задачи за повторување.

И двете разгледувани наставни програми по предметот математика, имаат свои предности и недостатоци. За конкретна споредба, како цел на овој труд, избрани се теми кои „се совпаѓаат“. Идејата на

споредбата е да се увидат добрите и лошите страни на понудените програми, со цел поуспешна реализација од страна на наставниците и повисок степен на усвоено знаење кај учениците, односно усвојување на нови поими и нивна примена при решавањето на задачи.

За наставната тема „Геометриски тела“ се предвидени 42 часа во текот на една учебна година и тоа 18 часа за обработка, 21 час за активности, 2 часа за контролни и писмени работи и 1 резервен час. Наставните единици содржат дефиниции, изведени формули и задачи со различни нивоа на тежина, подредени од полесни кон потешки. Темата се изучува само во второто полугодие и нема навраќање на неа.

По тековната програма, за двете геометриски теми се предвидени 40 наставни часа и тоа, во двете полугодија заедно за темата „Геометрија и решавање проблеми“: 22 часа за обработка, 1 час за консолидација и ниту еден час за контролна или писмена работа, додека за темата „Мерење и решавање проблеми“: 9 часа за обработка, 6 час за консолидација и 2 часа за контролни и писмени работи.

Задачите кои се зададени се од различни нивоа на тежина, разбирливи се и со истражувачки карактер. Темите се изучуваат со спирален приод, т.е. застапени се во двете полугодија. Новите поими се утврдуваат, за потоа да се прошират и применат и во едноставни и во посложени задачи. За директна споредба ќе илустрираме неколку задачи од двете програми на конкретните теми.

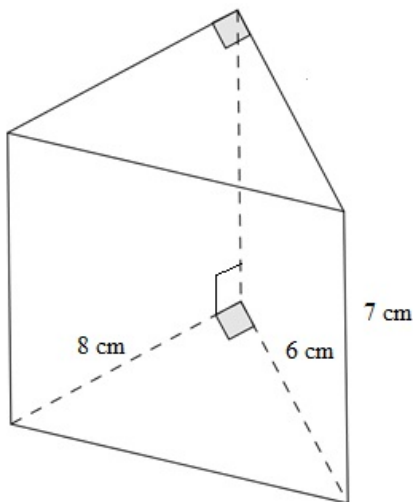
По направената анализа на темите од геометрија според учебниците [1], [2] и [3], во продолжение се презентирани задачи од типот на задачи кои се среќаваат во овие учебници, со минимално променети услови, со цел да бидат споредливи.

Задача 1 (според старата програма од 2008/2009)

Пресметај ја плоштината на права триаголна призма со висина 7 cm, чија основа е правоаголен триаголник со катети 6 cm и 8 cm.

При решавањето на оваа задача, ученикот треба да ги знае следниве поими: права призма, триаголна призма, основа и висина на призма, а треба да ја знае и формулата за плоштина на призма. Обично, од ученикот се бара да знае да направи скица во којашто ги внесува дадените елементи и која ќе го доведе до решението (Скица 1). Потоа, ученикот ја запишува формулата за пресметување плоштина на призма:

$P = 2B + M$ и притоа треба да знае што значат ознаките B и M , т.е. да знае дека B е плоштина на основата, а M е плоштина на бочната површина.



Скица 1. Скица на зад. 1 што ја решавал ученик по програма 2008/2009.

Ученикот потоа пристапува кон определување на плоштината на основата, зашто е дадено дека основата е правоаголен триаголник со катети 6 cm и 8 cm и пресметува: $B = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$. Како да се определи плоштината на бочната површина? Ученикот треба да знае дека бочната површина се состои од 3 правоаголници и треба да ја знае формулата за пресметување плоштина на правоаголник. Користејќи ја скицата, ученикот ја изведува формулата

$$M = a \cdot H + b \cdot H + c \cdot H = (a + b + c) \cdot H,$$

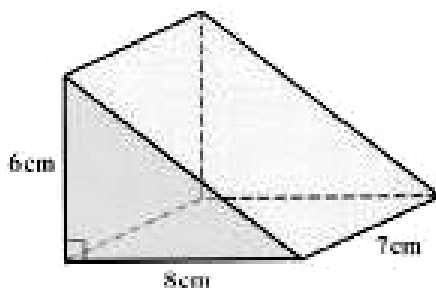
каде што c е должината на хипотенузата (којашто тој ја нема пресметано). Ученикот го пресметува c по Питагорината теорема: $c^2 = a^2 + b^2$, т.е. добива дека $c = 10$ cm. Бидејќи ги добил сите елементи за пресметување на M , ученикот добива дека

$$M = (8 + 6 + 10) \cdot 7 = 24 \cdot 7 = 168 \text{ cm}^2.$$

На крајот, ја пресметува плоштината $P = 2 \cdot 24 + 168 = 216 \text{ cm}^2$.

Задача 2 (тековна програма 2016/2017), [1].

Пресметај ја плоштината на призмата дадена на Слика 2.



Слика 2. Скица на зад. 2 што ја решавал ученик по програма 2016/2017.

При решавање на задача 2, земена како пример од тековната програма, ученикот за да започне со решавање на задачата треба да препознава призма, видови призма, кои се основни, бочни рабови и висина на призма. Од цртежот, ученикот воочува кои ѕидови се основа на призмата, а кои се бочни ѕидови. Врз основа на своите претходни знаења дека плоштината на призмата претставува збир од плоштината на основата и бочната плоштина ја запишува формулата: $P = 2B + M$.

Потоа, ученикот, бидејќи е означен прав агол при основата, констатира дека станува збор за правоаголен триаголник и ја пресметува хипотенузата со помош на Питагорината теорема, т.е. пресметува дека $c = 10$ cm. Потоа, ученикот ја пресметува плоштината на основата по формулата $B = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ cm². Бидејќи учениците изучуваат само прави призми (иако поимот права призма не се спомнува експлицитно во материјалот), ученикот забележува дека бочната површина е составена од 3 правоаголници: еден со страни $a = 6$ cm, $H = 7$ cm, друг – со страни $b = 8$ cm, $H = 7$ cm, трет – со страни $c = 10$ cm, $H = 7$ cm, па применува формула за пресметување плоштина на правоаголник за секој од нив. Тука ќе забележиме дека дадениот цртеж во учебникот има една мана, а тоа е неозначен прав агол меѓу основата на призмата и нејзината висина (т.е. еден бочен раб). Ученикот добива дека:

$$M = 6 \cdot 7 + 8 \cdot 7 + 10 \cdot 7 = (6 + 8 + 10) \cdot 7 = 168 \text{ cm}^2.$$

Потоа, ја пресметува плоштината на призмата

$$P = 2 \cdot 24 + 168 = 216 \text{ cm}^2.$$

Да забележиме дека оваа задача би имала поголем „истражувачки“ момент, кога би се работело за коса призма (во тој случај нема доволно

елементи за да се реши задачата), но тој поим не се изучува по оваа програма.

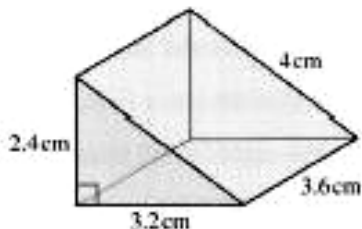
Дејствија кои ги преземаат учениците и придобивките и недостатоците за учениците во првата задача. Текстот на задачата директно открива за каква призма станува збор. Учениците мора добро да ги знаат дефинициите не само за разни видови призми, туку и да имаат претходни познавања од геометрија во врска со разни рамнински фигури, но и формули за пресметување на нивната плоштина. Самостојното цртање скица на призмата развива креативност и педантност кај учениците. Бидејќи задачата има неколку меѓучекори, ученикот треба да се одлучи од каде да тргне. Во следниот чекор ќе сфати дека има доволно елементи за да ја пресмета плоштината на основата и ќе ја пресмета. Имајќи предвид дека се дадени катетите на правоаголниот триаголник, ученикот потоа ќе ја пресмета должината на хипотенузата, а потоа и плоштините на бочните ѕидови. Некои од учениците работат со броеви, а некои со формули. Првите добиваат краен резултат со број, а вторите добиваат формула, за којашто би заклучиле дека како општа формула може да се применува и за други триаголни призми со основа правоаголен триаголник. Особено големо е задоволството на ученикот кој ќе дојде до една таква општа формула.

Дејствија кои ги преземаат учениците и придобивките и недостатоците за учениците во втората задача. Даден е само цртеж на кој се вметнати димензиите. Пред ученикот е проблем, кој врз основа на цртежот (кој како што веќе забележавме, не е добар), треба да го одреди видот на призмата, да разликува основен раб, бочен раб и висина на призма. Само така ќе знае да одреди која од дадените димензии на кој вид раб соодветствува. Ученикот врши подготовка за решавање на задачата врз основа на претходни знаења. Мора да воочува, функционално да размислува и заклучува, а на таков начин ја развива способноста за самостојно учење. Ученикот активно учествува во решавање на задачата, а наставникот само го насочува како да дојде до точното решение. Ученикот е вклучен во активен мисловен процес, истражува и заклучува врз основа на вооченото.

Да разгледаме задача за волумен на призма, [1], од темата „Мерење и решавање проблеми“.

Задача 3 (тековна програма 2016/2017), [1].

Пресметај го волуменот на призмата дадена на цртежот, во cm^3 .
Потоа, пресметај го волуменот на призмата во mm^3 .



Слика 3. Задача по програмата од 2016/2017, [1].

Зададената задача кај ученикот го активира мисловниот процес, процесите на истражување, воочување, заклучување. Дејствија кои треба да ги преземе ученикот се:

– Очигледно, основите се правоаголни триаголници (иако правиот агол кај триаголникот чија „хипотенуза“ со должина 4 cm не е означен). Јасно, ученикот ги анализира и препознава основите и основните рабови на призмата.

– Ученикот претпоставува дека се работи за триаголна призма со основа правоаголен триаголник (овде мислиме само на права призма, зашто само таква се учи). Се создава активен мисловен процес, и претходно знаење дека бочниот раб соодветствува со висината на права призма. Да забележиме повторно дека не е означен прав агол меѓу основите и еден од бочните рабови (па кога цртежот би бил малку полош, некој би бил наведен дека може да стане збор и за потсечена пирамида).

– Прво треба да провери дали фигурата на цртежот е навистина триаголна призма со основа правоаголен триаголник, т.е. дали страните на триаголникот со должини 2,4 cm, 3,2 cm и 4 cm ја задоволуваат равенката $c^2 = a^2 + b^2$. Овде всушност се јавува истражувачки процес, се отвара активен мисловен процес.

– Откако ќе утврди дека навистина станува збор за призма, ја наведува формулата за пресметување на волуменот, т.е. да го формулира проблемот;

- Ги повторува единиците мерки за волумен;
- Претвора една единица мерка во друга.

Јасно, ученикот ја решава задачата на тој начин што ја запишува формулата за пресметување волумен на призма $V = B \cdot H$, т.е.

$$V = \frac{2,43,2}{2} \cdot 3,6 = 13,824 \text{ cm}^3.$$

Во вториот дел од задачата се бара волуменот да се запише во mm^3 . Една мерка за волумен е 1000 пати поголема од 10 пати помалата соодветна мерка за должина, т.е. во оваа задача $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$. Овој момент е повторување на изучениот материјал и ни дава навраќање повеќе пати во текот на годината, т.е. $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$, од каде што добиваме дека $V = 13824 \text{ mm}^3$.

Јасно, ученикот може да постапи и поинаку, т.е. да ги претвори дадените должини од една мерна единица во друга, т.е. во милиметри, а потоа на ист начин како погоре да го пресмета волуменот.

Ќе направиме споредба на уште две задачи од рамнинска геометрија. Задача 4 и Задача 5 се среќаваат во учебниците по програмата од 2008/2009 година и по тековната програма од 2016/2017 година, со минимално променети услови, со цел да бидат споредливи. Со промената на условите не е сменет типот на задачата.

Задача 4 (според програмата од 2008/2009)

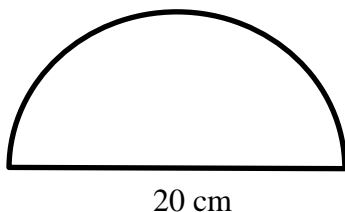
Да се пресмета должината на кружен лак со радиус $r = 10 \text{ cm}$ и со централен агол $\alpha = 180^\circ$.

При решавање на оваа задача ученикот треба да знае да го запише периметарот на кружница со помош на радиус и бројот π . Потоа, треба да знае да ја одреди должината на кружен лак ако е познат радиусот и централниот агол. Ученикот црта скица во која ги вметнува елементите што се дадени во задачата. Ученикот ја запишува формулата $l = \frac{2r\pi\alpha}{360^\circ}$, при што треба да знае дека α е централниот агол на лакот изразен во степени, а потоа да ја замени бројната вредност за радиусот и централниот агол α и на крајот, да ја пресмета должина на кружниот лак:

$$l = \frac{2 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 180^\circ}{360^\circ} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \pi}{2} = 10 \cdot \pi \text{ cm, или, приближно } 31,4 \text{ cm.}$$

Задача 5 (тековна програма 2016/2017), [1].

Пресметај го периметарот на фигурата:



Слика 4. Задача по програмата од 2016/2017, [1].

При решавање на оваа задача ученикот „препознава“ полукруг. Ученикот воочува дека периметарот на дадената фигура се состои од половина од периметарот на круг и дијаметарот на тој круг чија должина е 20 cm. Имајќи предвид дека дијаметарот е двојно поголем од радиусот на кругот, ученикот утврдува дека радиусот изнесува 10 cm. Потоа, го пресметува периметарот на кругот (применува претходно стекнато знаење, т.е. формулата $L = 2r\pi$) кога $r = 10$ cm и добива дека $L = 20 \cdot \pi$ cm. Значи, периметарот на кругот треба да го подели на два еднакви дела (добива $10 \cdot \pi$ cm) и да го додаде дијаметарот (20 cm). Според тоа, периметарот на дадената фигура е $10 \cdot \pi + 20 = 10 \cdot (\pi + 2)$ cm.

Барањето во Задача 4 е директно зададено, исто како и сите потребни податоци за да се направи пресметката. Во Задача 5, даден е само цртеж со позната димензија за дијаметарот на полукругот. Една слабост на оваа задача е што ако цртежот не е многу прецизен, може да станува збор и за кружен отсечок (но, тоа не се учи според оваа програма, па нема „опасност“ учениците што учат по оваа програма да се збунат). Да забележиме и дека Задачата 4 е полесна од Задачата 5. Без сомнение ученик којшто учел по програмата 2008/2009 ќе знае да ја реши и оваа задача, а и задачата кога станува збор за периметар на фигура којашто се состои од кружен отсечок заедно со неговата тетива.

Тековната програма очекува ученикот да утврди што е дадено, што се бара и сам да дојде до потребните податоци кои ќе ги замени во формулата врз основа на даден цртеж, додека по претходната програма, покрај тоа што ученикот треба да одреди што е дадено и што се бара во една (само) текстуално зададена задача, треба добро да ги вледее поимите, да знае да направи добар цртеж, во него да ги внесе дадените елементи и да ги поврзе со формули што претходно ги изучувал.

Очигледно е дека барањата на програмата од 2008/2009 година се поголеми.

Секој ученик го прима знаењето и го искажува на свој начин. Вештината на пренесување на знаење ја реализира (носи) наставникот, додека учебникот е само извор на знаење кој на ученикот му помага во совладување на наставните единици и проширување на знаењата.

Неопходно е да се надмине проблемот на квалитетот на основното образование. За идните генерации да израснат и да се изградат како зрели личности, потребно е да стекнат соодветно образование. Мора да се пронајде начин учениците да се мотивираат и да се посветат на учење со цел повеќе да научат, а наставниците да се мотивираат да бидат посветени на својата професија како мисионери меѓу учениците.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] С. Пембертон, П. Кивлин и П. Винтерс, *Математика за 9 одделение*, Според програмата по математика за 9 одделение во деветгодишно основно образование, Скопје, 2016.
- [2] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, *Математика за 8 одделение*, осумгодишно основно образование, Скопје, 2010.
- [3] Ј. Стефановски, Н. Целакоски, „Математика за 7 одделение“, осумгодишно основно образование, Скопје, 2009.

¹ ОУ „Атанас Нивичански“
с. Нова Маала, Василево, Р. Македонија
e-mail: palifrovavalentina@yahoo.com

Примен: 15.01.2018

Поправен: 26.06.2018

Одобрен: 06.07.2018

Објавен на интернет: 24.09.2018