МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 1 (2017), 63 – 72

ПРИМЕНА НА ТОПОЛОГИЈАТА ВО АТМОСФЕРСКИТЕ НАУКИ ЗА ПРЕДВИДУВАЊЕ НА АТМОСФЕРСКИ ПОЈАВИ ПРЕКУ ПРЕПОЗНАВАЊЕ НА ОБЛИЦИ

Дафина Шекутковска [1]

1. ВОВЕД

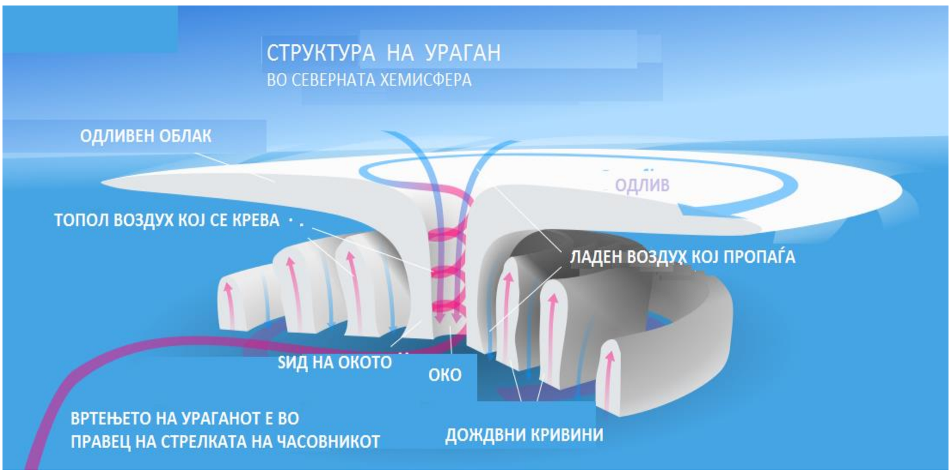
Тропски циклон е брзо ротирачки систем на бура карактеризиран со нископритисочен центар, затворена нисконивовска атмосферска циркулација, силни ветрови и спирална распределба на громотевици кои продуцираат тежок дожд. Во зависност од негова-та локација и јачина, тропскиот циклон се реферира под имиња како што се: ураган, тајфун, тропска бура, циклонска бура, тропска депресија и едноставно циклон.

Циклоните се формираат типично над големи тела на релативно топла вода. Тие добиваат енергија преку испарувањето на водата од океанската површина, што се рекондензира во облаци и дожд кога влажниот воздух се издига и се лади до сатурација (максималната можна влажност на воздухот која опаѓа со намалувањето на температурата заради што доаѓа до кондензација и ослободување на енергија). Овој енергетски извор се разликува од тој на средно-високи циклонски бури, како што се североисточните и европските ветерни бури, кои се создаваат примарно од хоризонтални температурни контрасти. Силните ротирачки ветрови од еден тропски циклон се резултат на конзервацијата на аголниот момент создаден од Земјината ротација со надоаѓањето на воздух внатре кон оската на ротација. Како резултат, тие ретко се формираат во ранг од 5° од екваторот. Тропските циклони се типично помеѓу 100 и 2 000 km во дијаметар. Ако брзината на ветерот е помала од 120 km/h, тогаш ветрот не е ураган. Ако брзината на ветерот е поголема од 120 km/h, тогаш разликуваме неколку нивоа на ураган, и тоа:

Ниво 1: 120 - 150 km/h;
Ниво 2: 150 - 175 km/h;
Ниво 3: 175 - 210 km/h;
Ниво 4: 210 - 250 km/h;
Ниво 5: над 250 km/h.

На следните слики се прикажани ураганот Изабел, структура на еден ураган и сателитска слика на ураган над Флорида.

Слика 1. Ураганот Изабел.



Слика 2. Структура на ураган.

Слика 3. Ураган над Флорида.

2. ОСНОВЕН СИСТЕМ РАВЕНКИ

Равенките кои служат како основа за многуте нумерички прогностички модели (примитивните равенки) за времето и климата се дадени подолу ([1]). Со помош на овие равенки, со зададени почетни услови од мерењата, покрај другите вредности битни за временската прогноза, се пресметува и брзината на ветрот и неговата насока.

Равенките на моментот за сферна Земја претставуваат Втор Њутнов закон за движење кој тврди дека износот на промената на моментот на тело со единица маса е пропорционален со резултантната сила која дејствва на телото и во ист правец со силата.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv\tan\varphi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - $$
$$-2\Omega(w\cos\varphi - v\sin\varphi) + Fr_x$$

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}} = -\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}} - \mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}} - \mathrm{w}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}} - \frac{\mathrm{u}^2\tan\phi}{\mathrm{a}} - \frac{\mathrm{uw}}{\mathrm{a}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}} - 2\Omega\mathrm{u}\sin\phi + \mathrm{Fr_y}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -u\frac{\partial w}{\partial x} - v\frac{\partial w}{\partial y} - w\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u^2 + v^2}{a} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u\cos\phi - g + Fr_z$$

Равенката за термодинамичка енергија се пресметува за различни ефекти на температурата: адијабатски и дијабатски.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u\frac{\partial T}{\partial x} - v\frac{\partial T}{\partial y} + (\gamma - \gamma_a)w + \frac{1}{c_p}\frac{dH}{dt}.$$

Равенката за континуитет за вкупната маса вели дека масата ниту може да се добие ниту изгуби и равенката е аналогна, но се однесува на водената пара.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -u\frac{\partial \rho}{\partial x} - v\frac{\partial \rho}{\partial y} - w\frac{\partial \rho}{\partial z} - \rho\left(\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -u\frac{\partial q_v}{\partial x} - v\frac{\partial q_v}{\partial y} - w\frac{\partial q_v}{\partial z} + Q_v$$

Равенката за идеален гас ги поврзува температурата, притисокот и густината: $P = \rho RT$.

Променливите го имаат нивното стандардно метеоролошко значење. Независните променливи u, v и w се компоненти на брзината во Декартов координатен систем, p притисок, ρ густина, T температура, q_v специфична влажност, Ω брзина на ротација на Земјата, ϕ географска ширина, a – радиус на Земјата, γ градиент на температурата, γ_d – сувоадијабатски градиент, c_p – специфичен топлотен капацитет при константен притисок, g – земјино забрзување, H прилив или одлив на топлина, Q_V прилив или одлив на водена пара преку фазни премини и F_r општ израз за триењето во секој правец и тие мораат да бидат дефинирани во моделот.

Еден комплетен модел исто така би требало да содржи равенки за континуитет за облачна вода, мраз и различни типови врнежи. Равенките се нарекуваат примитивни, а моделите кои се базираат на овој систем равенки се нарекуваат *модели со примитивни равенки*. Оваа терминологија се користи за да се разграничат овие модели од оние кои се засновани на различните верзии на равенките, каква што е равенката за вртложност. Практично, сите современи истражувања и оперативни модели се потпираат на некоја верзија од примитивните равенки даден погоре.

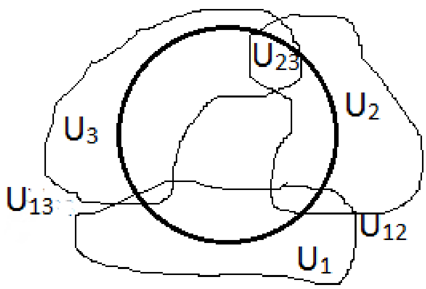
3. ПРЕДВИДУВАЊЕ НА АТМОСФЕРСКИ ПОЈАВИ ПРЕКУ ПРЕПОЗНАВАЊЕ НА ОБЛИЦИ

Сепак, пресметувањата базирани на основните равенки, покрај почетните услови кои се добиваат од мерењата од метеоролошките станици, балони и сателити, бараат и многу софистицирани математички модели и многу моќни компјутери.

Ќе дадеме една тополошка метода за детектирање на урагани, која не ги користи основните равенки и нивното приближно пресметување, а заради што е многу погодна за брзо пресметување.

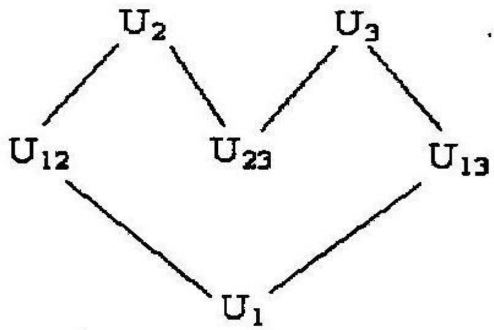
Методот се базира на непрекинатоста на процесите во атмосферата разгледувана како ограничен тополошки простор. Ќе биде формиран конечен покривач на одреден објект во атмосферата.

На Слика 4 е даден пример на кружница со отворен покривач $\{U_1, U_2, U_3\}$, со непразни пресеци $U_{12} = U_1 \cap U_2$, $U_{13} = U_1 \cap U_3$, $U_{23} = U_2 \cap U_3$ (ваков покривач се нарекува кружен ланец; дефиницијата на кружен ланец е дадена подоцна, непосредно пред Слика 10).



Слика 4. Пример на кружен ланец.

Ако ја земеме предвид релацијата за инклузија, тогаш го имаме следниот дијаграм, кој има форма на срце (Слика 5).



Слика 5. Дијаграм на горниот пример.

Дури и во случај кога се работи за објект како на Сликата 5, го добиваме истиот дијаграм, под услов множествата од покривачот да бидат „доволно големи“. Во трудот, множествата од покривачот се топки и се доволно големи, т.е. со доволно голем радиус.

Слика 6. Објект кој може да биде покриен со кружен ланец како на слика 4.

Овој процес е познат и е во многу нешта сличен со процесот на дигитализација во анализа на слики. Идејата на овој процес се состои во тоа што покривачите се поблиску до реалноста на опсервација отколку што се точките ([2], [3]).

Нека S е кој било тополошки простор, на пример, времепросторот или дел од тридимензионален простор. Од операциона перспектива, индивидуална точка од S е многу идеална граница од тоа што ние можеме директно да го мериме. Многу подобра корелација на една единствена „детерминација на позиција“ најверојатно би била отворено подмножество на S. Притоа, дури и за физика на континуум, индивидуалните точки или настани на S постојат само како носители за топологијата и затоа исто така за конструкции од повисоки нивоа како што е диференцијабилната структура: не точките, туку само ваква релација има физичко значење.

Да се потсетиме дека математички топологијата **F** од S е фамилија подмножества на S (отворени подмножества). Под *покривач* на S подразбираме конечен број отворени множества чија унија го содржи S. Во трудот како отворени множества користиме само отворени топки, што е еднакво на множество точки на растојание до центарот помало од радиусот R. Ако поради некоја причина ние имаме пристап до само конечен број отворени множества кои го покриваат S (на пример, ако се добиени од нашите претходни мерења), тогаш имаме ефективен пристап не до целата топологија **F**, туку само до покривачот **U**.

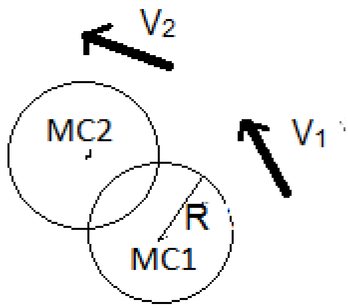
Забелешка. Ако **U** е покривач на S земајќи ги конечните пресеци и унии на елементите од **U**, тогаш добиваме субтопологија на **F**.

Сега, нека се дадени два тополошки простори S и T и конечен покривач **V** на T. Знаејќи ја само овиа информација за тополошкиот простор T, *ако едно пресликување* $f : S \to T$ *е непрекинато, тогаш постои покривач* **U** *на* S *така што за секој елемент* U$\in$ **U**, *постои* $V\in$ **V** *таков што* $f(U) \subseteq V$. Да забележиме дека *ако* $U \cap Q \neq \varnothing$ *и ако* $f(U) \subseteq V$ и $f(Q) \subseteq W$, *тогаш мора* $V \cap W \neq \varnothing$.

За пресликувањето да биде непрекинато, горново треба да биде исполнето за сите покривачи **V.**

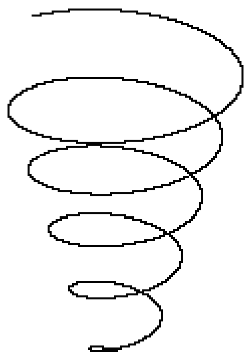
Сега, конкретно ќе го опишеме тополошкиот метод за детектирање урагани кој не ги користи основните равенки и нивното приближно пресметување. Методот е базиран само на брзините измерени во метеоролошките станици и на непрекинатоста на процесите во атмосферата разгледувана како тополошки простор. Се формира конечен покривач од топки со радиус R и центри во мерните точки – станици, балони, итн. Радиусот R треба да се избере да биде доволно голем за да има пресек на сферите опишани помеѓу две соседни метеоролошки станици/балони. Очекувано е радиусот да биде најмалку неколку километри.

На Сликата 7 се прикажани и брзините $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ на движењето на воздухот како векторски величини измерени во станиците МС1 и МС2.



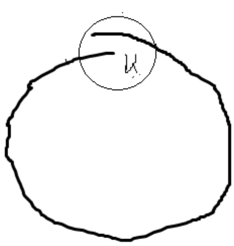
Слика 7. Две метеоролошки станици со измерени брзини на движење на воздухот $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$.

Брзината на ураганите не е под 120 км на час. Ова значи дека честиците за 10 минути поминуваат најмалку 20 километри. Големината на радиусот ќе зависи и од очекуваната брзина на ураганот.



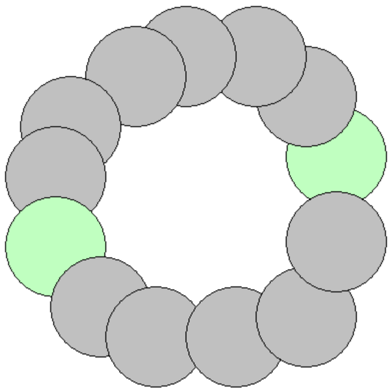
Слика 8. Приказ на траекторите на честиците во ураганот.

Делот од траекторијата ќе изгледа како на Слика 6. Постои топка K која заедно со другите топки ќе го покрие (како на Слика 9) делот од траекторијата со конечна низа од топки со центри во метеоролошки станици/балони MC1, MC2, ... , MCn.



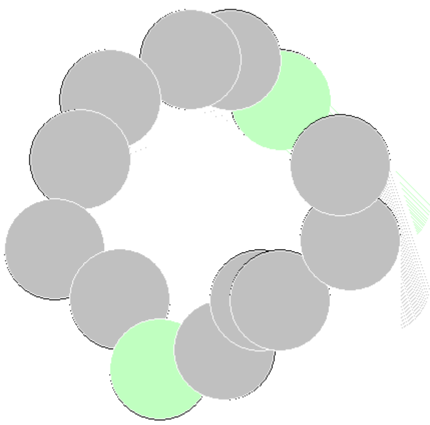
Слика 9. Дел од траекторијата на честица во ураганот.

Нека овие топки ги означиме со $K_1, K_2, ..., K_n$ и нека $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \ldots, \vec{V_n}$ се векторите на брзините измерени во соодветните метеоролошки станици. Низата топки е конечен покривач на делот од траекторијата со посебно својство $K_i \cap K_{i+1} \neq \emptyset$ и $K_i \cap K_n \neq \emptyset$, а сите останати пресеци на два елементи на покриввачот се празни. Ваквиот покривач го нарекуваме *кружен ланец*. Ќе изгледа како на Слика 10.



Слика 10. Кружен ланец.

Секоја од топките се движи со различна брзина и во различен правец и по време t ќе добие форма



Слика 11. Деформација на кружниот ланец по време t, бидејќи топките од ланецот се движат со различни брзини и во различни правци.

Методот се состои во следното:

1) Се разгледуваат топки со центри во мерните точки и брзините во мерните точки.

2) Се бара кружен ланец од топки таков што брзините во приближно дијаметрално спротивните топки да бидат со приближно спротивна насока – што значи, има усови за ротационо движење.

3) Според измерените брзини се пресметуваат новите координати на центрите на топките после време *t*.

4) Ако топките по време *t* повторно формираат кружен ланец, тогаш може да кажеме дека ќе има ураган.

Откривањето може да се прави со помош на компјутерска програма, без присуство на човек.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mark Z. Jacobson, *Fundamentals of Atmospheric Modelingl (Second Edition)*, Cambridge University Press, 2005

[2] Timothy Porter, *What shape is space time*, arXiv:gr-qc/0210075

[3] Rafael Sorkin, *A finitary substitute for continuous topology*, Int. J. Theor. Physics 30 (1991) 923 – 948

[1] Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје
Природно-математички факултет,
Сеизмолошка опсерваторија
ул. Архимедова 3, 1000 Скопје, Р. Македонија
e-mail: shekutkovska.dafina@gmail.com

Примен: 28.03.2017
Поправен: 14.06.2017
Одобрен: 19.06.2017