МАТЕМАТИЧКИ ОМНИБУС, 8 (2020), 73 – 90
http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-8.html

МАТЕМАТИЧКА ФИЗИКА ИЛИ ФИЗИЧКА МАТЕМАТИКА НА ЧАСОВИТЕ ПО ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА ВО СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Стојан Манолев [1]

Праксата – велат е критериум на вистината според смислата и целите на дидактичките принципи на очигледност во наставата и принципот на поврзаност на теоријата со праксата, [1]. Така, од мојата повеќегодишна пракса како професор по физика, сакам да споделам некои искуства кои би биле во служба за подобрување како на квалитетот на наставата, така и за подобрување на успехот на учениците по предметите математика и физика.

Во овој труд ќе се задржиме на конкретни проблеми со кои сме се соочиле во работата од прва година гимназиско и средно стручно образование со потенцирање на проблемите како и со конкретните чекори направени за нивно надминување.

1. МАТЕМАТИЧКИ ВЕШТИНИ ПОТРЕБНИ ЗА СОВЛАДУВАЊЕ НА НАСТАВАТА ПО ФИЗИКА

Неизбежен е фактот дека знаењето на математика е еден од важните предуслови при решавањето на задачи во природните науки, па и во тој контекст на решавање на задачи по физика. Од друга страна, пак, математиката е нејасен, неразбирлив дијалект, без конкретно значење на x и y во повеќе релации и формули. Тој „неразбирлив дијалект“ понекогаш е пречка за поголем број ученици. Така, од нешто што е релативно едноставно („лесно“) во физиката, со непознавање на математичкиот апарат, на одредена возраст станува релативно комплицирано („тешко“), односно пречка за разбирање на одредени содржини.

Како неопходни математички вештини коишто треба да им се пласираат на учениците во средното образование за реализација на одредени наставни содржини по физика се: операции со степенски показатели; правилно цртање, читање и интерпретација на графици; собирање и одземање вектори; операции со векторски величини; основни познавања на комплексните броеви (потребни за усвојување на содржини од наизменична струја); основни познавања и примена на тригнометриските функции и операции со логаритми.

2. ПРИМЕНА НА ВЕКТОРИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО ФИЗИКА

Една од најчестите дефиници за векторските величини во средношколската литература по физика е:

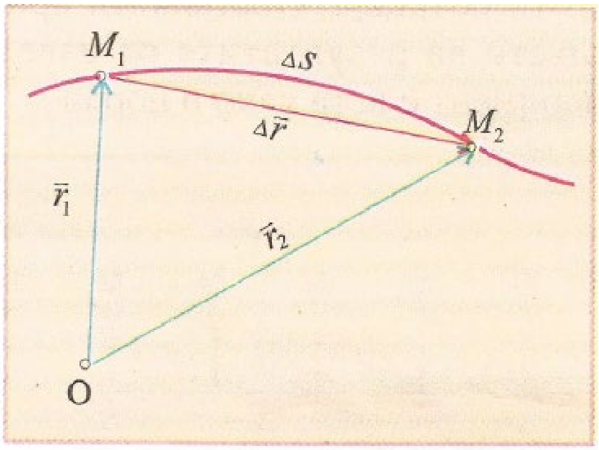
„Векторската величина е определена со нејзината големина, правец и насока во просторот и единицата во која таа се мери.“, [2]. Во физиката, постојат многу важни векторски величини како што се, на пример: сила, радиус-вектор, брзина, забрзување, момент на сила, импулс, јачина на електрично поле, јачина на магнетно поле и други. Тие се разликуваат од другите величини, како што се маса, волумен, притисок, температура и густина, коишто, пак, целосно може да се опишат само со нивната бројна вредност и се наречени скаларни.

Векторски физички величини кои ги среќаваме во прва година гимназиско образование се:

- Поместување
- Радиус-вектор на положба
- Брзина
- Забрзување
- Сила
- Импулс
- Импулс на сила.

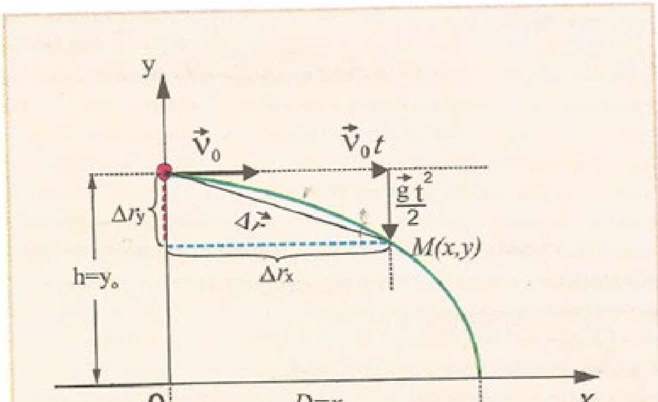
На Сликата 1 е прикажан векторот на поместувањето $\overrightarrow{\Delta r}$ како векторска величина, [3]. Имено, векторот на поместувањето или, кратко, поместувањето прикажано како насочена отсечка, преставува по модул најкраткото растојание помеѓу конечната положба одредена со крајната точка M_2 и почетната положба одредена со почетната точка на дадено тело, M_1, со насока од почетната кон крајната точка. Од друга страна, векторот на поместување може да се претстави како разлика помеѓу векторите $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, изразено преку равенката $\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Со користење на векторот на поместувањето и неговито графичко прикажување голем е придонесот во разбирање и на движењето хоризонтален истрел – движењето е преставено на сликата 2, [3].



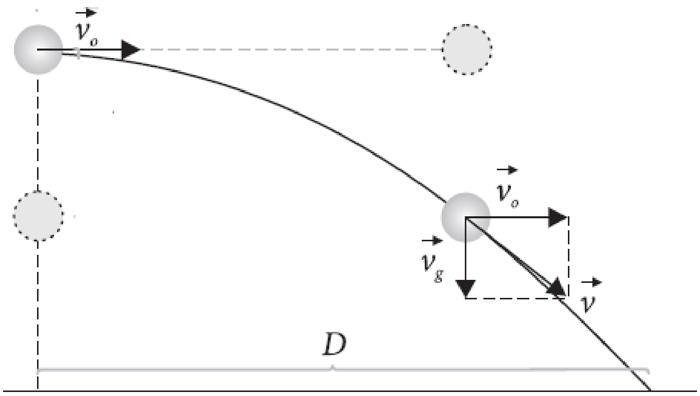
Слика 1. Векторски приказ на поместувањето, [3].

Како посебен проблем што го имаат учениците при решавање на задачи по физика е токму од несоодветно разбирање на примената на векторите. При решавање на задача поврзана со хоризонтален истрел, „најголем проблем“ е да се најде брзината со која телото удира врз земјата, прикажана на Сликата 3. Незнаењето на операциите со вектори и примена на теоремата на Питагора, релативно лесната задача се претвора во тешка, па дури и нерешлива, за голем дел на ученици.



Слика 2. Траекторија при хоризонтален истрел со приказ на векторот на поместувањето, почетната брзина и дометот, [3].

Задача 1. Од балкон е исфрлено тело во хоризонтална насока. По 2 s телото паѓа на земјата на растојание 40 m од подножјето на балконот. Да се определи брзината со која е исфрлено телото и брзината со која тоа удира на земјата. (Одговор: $v_0 = 20$ m/s, $v = 28$ m/s), Задача 2, стр. 44, [3].



Слика 3. Векторски приказ на брзините при хоризонтален истрел.

Наведените одговори во решението на задачата претставуваат контролни информации за учениците дали правилно ја решиле задачата. Особено ги збунува решението v = 28 m/s коешто никако не можат да го добијат доколку не знаат дека вкупната брзина преставува векторски збир на хоризонталната и вертикалната компонента на брзината во секој момент од двиењето по траекторијата, па и во моментот на паѓањето на телото на земјата:

$$\vec{v} = \vec{v_g} + \vec{v_0}\ ,$$

а нејзиниот модул се пресметува (или претставува) како бројна вредност на хипотенузата на правоаголниот триаголник со катети: брзината на слободно паѓање $v_g = \sqrt{2gH}$ и почетната брзина и $v_0 = \dfrac{D}{t}$, од каде што следува дека

$$v = \sqrt{v_g^2 + v_0^2}\ .$$

Во што се состои проблемот на незнаењето во овој и во бројни други примери поврзани со знаењето за векторите?

Анализирајќи ги актуелните учебници по математика во гимназиското и средното стручно образование имаме временска неусогласеност во редоследот на изучување на корелационите содржини за вектори. Сите содржини за вектори во учебниците по математика се како четврта тема и втора тема, додека во учебниците по физика се јавува како прва тема:

Тема 4. ([7]) Аналитичка геометрија; 4.2 Координати на вектор во координатен правоаголен координатен систем.

Тема 4. ([8]) Геометриски фигури во рамнина; 4.7 Вектори, колинеарни вектори, еднакви вектори; 4.8 Собирање и одземање на вектори; 4.9 Множење на вектор со број; 2.10 Примена на векторите.

Тема 2. ([9]) Геометриски фигури во рамнина; 2.6 Вектори, колинеарни вектори, еднакви вектори; 2.7 Собирање и одземање на вектори; 2.8 Множење на вектор со број; 2.9 Примена на вектори.

Тема 2. ([10]) Вектори; 2.1 Основни поими; 2.2 Собирање на вектори; 2.3 Одземање на вектори; 2.4 Множење на вектор со скалар; 2.5. Делење на колинеарни вектори; 2.6 Линеарна комбинација на вектори; 2.7 Координати на вектор; 2.10 Скаларен производ на вектори; 2.11 Векторски производ на вектори.

Друга констатација е што во учебниците по математика во поглавјето *Примена на векторите***,** [8], [9], во ниту една задача не е никаде искористена векторска физичка величина како пример за примена или задача поврзана со физички величини, како на пример: поместување, брзина, забрзување или, пак, сила.

Во учебниците по физика веднаш се започнува со примена на вектори без да има некој посебен вовед за операции со нив, претпоставувајќи дека веќе се запознаени во основното образование.

Анализирано од временска дистанца, во учебникот по физика 1975 година, [4], проблемот посочен погоре е целосно решен на самиот почеток во тој учебник по Физика за I клас на средното образование, со што се внесени содржини за операции со вектори, на следниов начин:

Тема 1. Основи на кинематиката на и динамиката. Механичко движење

- Скаларни и векторски величини. Прости операции со нив
- Собирање на вектори
- Вадење на вектори
- Разложување на вектори на компоненти

Од друга страна, пак, чиста случајност, речиси идентична содржина ја има и во учебникот сега во 2019 год., како актуелен учебник кој го користат и учениците во ПСУ „Јахја Кемал“, [5]:

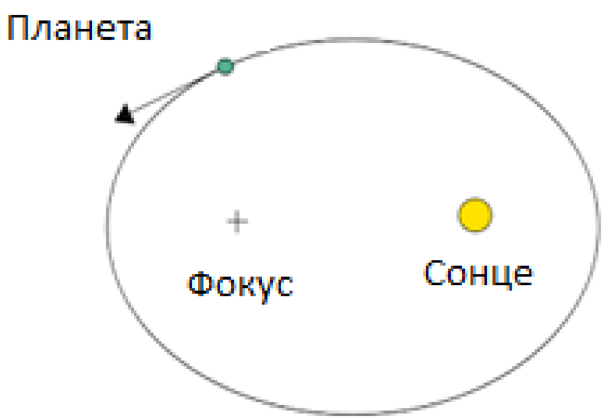
Глава 1. Механика

- 1.2 Вектори,
- a. Претставување на векторите
- b. Еднаквост на векторите
- c. Собирање на векторите
- d. Негативен вектор
- e. Супстракција (одземање) на вектори
- f. Множење и делење на вектор со скалар
- g. Компоненти на вектори, [3].

3. ДРУГИ МЕТОДСКИ ПРИМЕРИ ЗА ПОВРЗАНОСТ НА МАТЕМАТИЧКИ И ФИЗИЧКИ СОДРЖИНИ

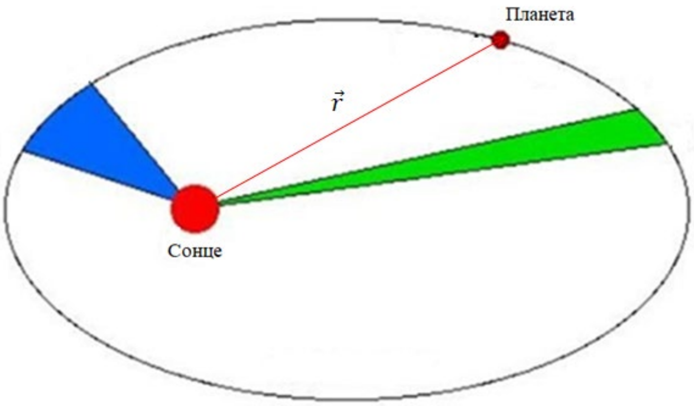
Кога се објаснуваат Кеплеровите закони по физика кои се изучуваат во I година средно образование, се користат поимите радиус-вектор, елипса и елементите на елипса (голема оска, мала оска, фокус, центар, ексцентрицитет).

Прв Кеплеров закон (закон за орбитите). Секоја планета се движи по елипса, на која во еден од фокусите се наоѓа Сонцето, [3].



Слика 4. Сликовит приказ на првиот Кеплеров закон.

Втор Кеплеров закон (закон за плоштините). Радиус-векторот, што ја сврзува планетата со Сонцето, за еднакви времиња опишува еднакви плоштини, [3].



Слика 5. Сликовит приказ на вториот Кеплеров закон.

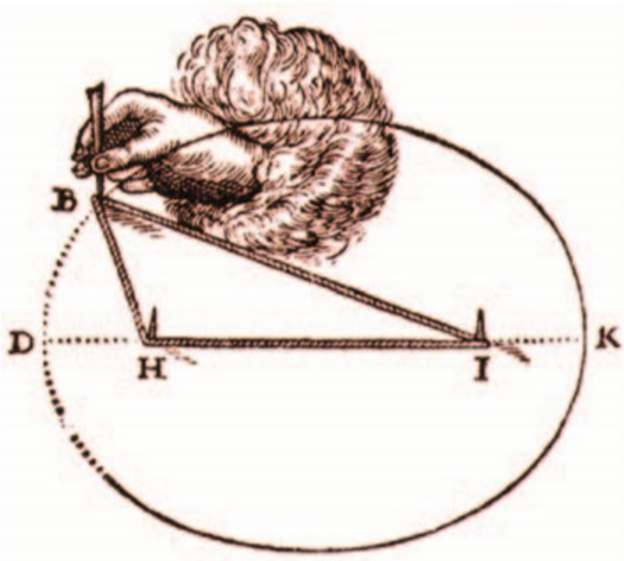
Трет Кеплеров закон (закон за периодите). Квадратите на времињата на едно обиколување на планетите околу Сонцето се однесуваат како кубовите на големите полуоски на нивните соодветни елиптични патеки, [3].

Во контекст на поврзување на знаењата по математика и физика е поимот елипса како геометриска фигура и нејзините карактеристики, кои се неопходни за запознавање на Кеплеровите закони. Имено, поимите *фокус* и *ексцентрицитет* на елипса се користат во вокабуларот на професорот по физика за објаснувањето на Кеплеровите закони. Корисно е да се се спомне пред учениците на часовите по математика за елиптичните патеки на планетите, а на часовите по физика да се повтори за равенката на елипса и за ексцентрицитетот:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad b^2=a^2-c^2, \qquad e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}<1$$

каде што a и b се должините на големата и на малата полуоска на елипсата, соодветно, c е линеарен ексцентрицитет, а e е нумерички ексцентрицитет на елипсата. Пожелно би било секој ученик да знае да црта елипса.

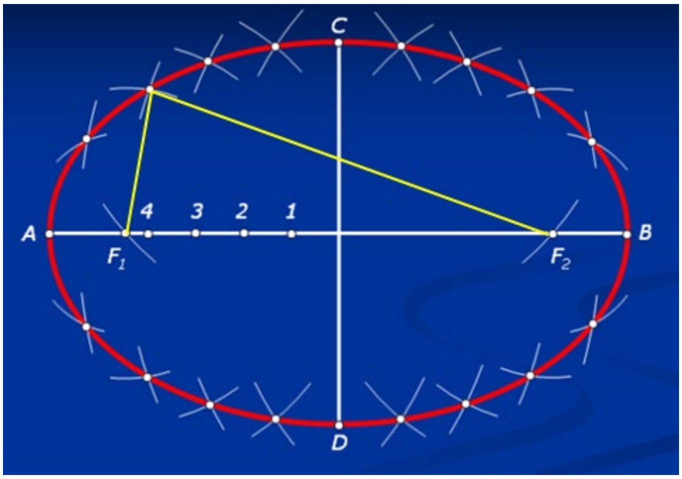
Во делото „Диоптрија“, во делот „Расправи за методите“ од Декарт, [11], уште во 1637 година се наоѓа цртеж за цртање на елипса (Слика 6). Таквата конструкција е позната како „градинарска“, наједноставен начин за цртање на елипси за практична употреба. Со внимателно анализирање на методот, заклучуваме дека се работи за цртање врз основа на самата дефиниција за елипса. Имено, врз хоризонтална рамнина се забодуваат две шајки поставени во точките H и I од рамнината. Шајките се заобиколуваат со конец со поголема должина од растојанието помеѓу H и I, чии краеви се заврзани. Со помош на молив се оптегнува конецот, а врвот на моливот (поставен во точката B), како теме на ΔHIB, се движи по хоризонталната рамнина како на сликата исцртувајќи ја елипсата. Точките H и I во кои се сместени шајките фактички претставуваат фокуси на елипсата. Ако еден од фокусите го сметаме како место во кое е сместено Сонцето, на пример точката I, тогаш врвот на моливот ја претставува планетата која се движи. Насочената отсечка $\overrightarrow{IB}$ го претставува радиус-векторот што го поврзува Сонцето со планетата.



Слика 6. Едноставен начин на конструкција на елипса.[11]

Исцртувајќи практично елипса на ваков едноставен начин преку опишаниот пример, поимите фокус, радиус-вектор и патна линија или траекторија, опишување на плоштина на радиус-векторот, па период на движење, сосема се разјаснуваат за учениците. Сепак, неопходно е да се знае постапка и за друг начин на исцртување на елипса. Таков пример е даден на Сликата 7. Постапката за цртање на елипса ако се дадени големата и малата оска е следниот:

- со помош на шестар го мериме растојанието кое е еднакво на големата оска и опишуваме два лака од точката *C* до пресекот со отсечката *AB* и така ги добиваме фокусните точки F_1 и F_2;
- одредуваме произволни точки 1, 2, 3, 4 на отсечката *AB*;
- од фокусот F_1 опишуваме лак со радиус од *A* до 1, а од фокусот F_2 опишуваме лак со радиус од *B* до 1;
- во пресекот на овие два лака се наоѓа една точка од елипсата;
- постапката се повторува и од другата страна;
- на ист начин се добиваат и останатите точки од елипсата користејќи ги точките 2, 3, и 4;
- на сличен начин се добиваат и точките од десната страна на елипсата;
- елипсата мора да поминува низ сите добиени точки, како и низ точките *A*, *B*, *C* и *D*.

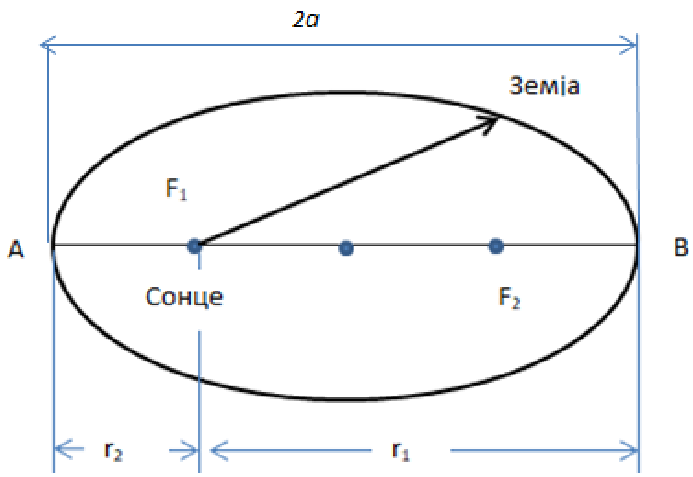


Слика.7. Конструкција на елипса[6]

Поминувајќи низ една таква конструкција, ученикот сигурно ќе ја разбере дефиницијата на елипса, ќе ги разбере патните линии на планетите, но и поимите како што се: фокус, фокусно растојание, голема полуоска, мала полуоска и ексцентрицитет на елипса.

Задача 2. Земјата се движи по елипса околу Сонцето кое е сместено во еден од фокусите на елипсата, така што најголемата оддалеченост од него изнесува $152{,}1 \cdot 10^6\mathrm{km}$, а најблиската оддалеченост $147{,}1 \cdot 10^6\mathrm{km}$. Колку изнесува нумеричкиот ексцентрицитет на елиптичната патека?

Шематски приказ на поставената задача е дадена на сликата 8.



Слика 8. Во прилог на задача 2.

Решение: Се искористуваат познатите математички релации за меѓусебна поврзаност на карактеристичните елементи на елипсата:
$r_1 + r_2 = 2a$

$$r_1 = a + ea = a(1+e) = 152{,}1 \cdot 10^6\mathrm{km} \quad (1)$$

$$r_2 = a - ea = a(1-e) = 147{,}1 \cdot 10^6\mathrm{km} \quad (2)$$

Со собирање на равенките (1) и (2) се добива:

$$2a = 299{,}2\mathrm{km} \text{ па следува } a = 149{,}6 \cdot 10^6 \mathrm{~km}.$$

За нумеричкиот ексцентрицитет се добива дека $1+e=\frac{r_1}{a}$, од каде што следува дека $e=\frac{r_1-a}{a}=\frac{2{,}5}{149{,}6}=0{,}0167$.

Според резултатот се добива информација дека патеката на Земјата е незначително деформирана кружница, односно по форма блиска до кружница или елипса чии фокусни точки се многу блиску до центарот. Нејзиниот линеарен ексцентрицитет (Слика 9) изнесува

$$c = e \cdot a = 2{,}5 \cdot 10^6 \text{km},$$

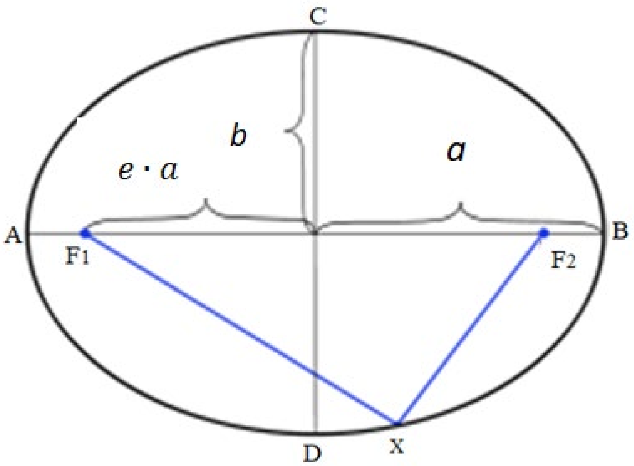
а малата полуоска *b* изнесува

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = 149{,}58.\,10^6 \text{ km}.$$

Разработувајќи еден ваков пример на часовите по математика и физика, содржините стануваат разбирливи, појасни и поблиски до учениците како и целосна реализација на целите до нив. Во прилог на ова е и прегледот на вредностите на нумеричките ексцентрицитети на елиптичните патеки на планетите на Сончевиот систем даден на Табела 1.

Меркур	Венера	Земја	Марс	Јупитер	Сатурн	Уран	Нептун
0,206	0,007	0,017	0,093	0,048	0,054	0,047	0,009

Табела 1. Нумерички ексцентрицитети на патните линии, елиптичните патеки на планетите на Сончевиот систем. [12]

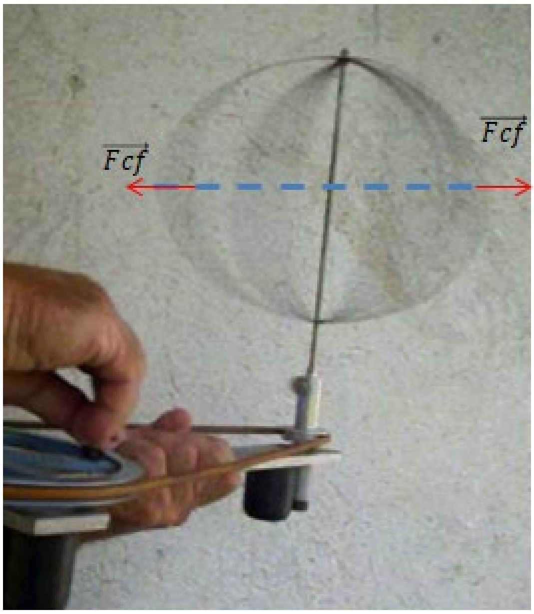


Слика 9. Приказ на линеарен ексцентрицитет $c = e \cdot a$.

Пример 1 (Елипсоид). Елипсоидот претставува површина аналогна на елипсата само во тридимензионален простор. Равенката на елипсоидот во Декартовиот координатен систем *xyz* е:

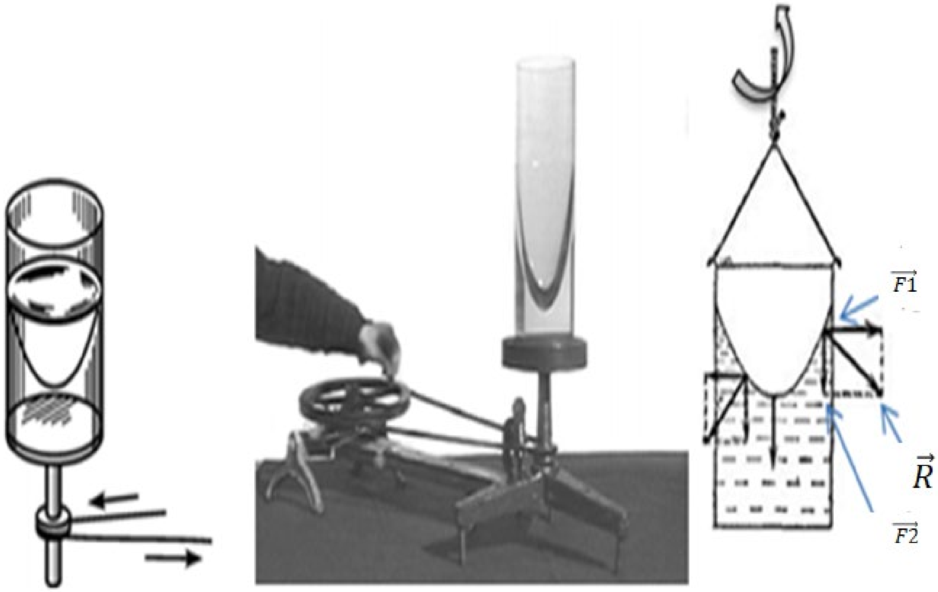
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

каде што *a, b* и *c* се радиусите по оските *x, y* и *z.* Кога два од радиусите се еднакви, елипсоидот се нарекува *ротационен елипсоид* или *сфероид*. Ротационен елипсоид е тело коешто настанува со ротацијата на елипсата околу својата мала оска. Типичен експеримент и пример при изучување на геоидната форма на Земјата поради нејзината ротација, односно дејството на центрифугална сила врз неа е даден на сликата 10.



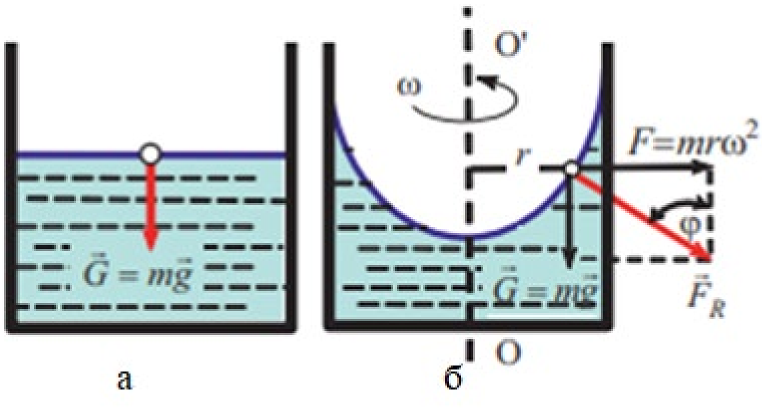
Слика 10. Ротација на модел на Земја и демонстрација на дејство на центрифугалната сила врз кружница претварајќи ја во ротационен елипсоид за време на ротацијата.

Пример 2 (Ротационен параболоид). Сад со вода поставен на хоризонтална платформа која може да ротира со постојана аголна брзина (Слика 11), претставува одличен нагледен експеримент при кој поради собирање на сили (собирање на вектори) се добива една резултантна сила која се поставува нормално на површината од водата.



Слика 11. Параболоидна површина на течност во ротирачки сад.

Силата $\vec{F_1}$ претставува центрифугалната сила која се јавува поради ротационото движење, $\vec{F_2}$ е сила на тежа во дадена точка од течноста, а $\vec{R}$ претставува резултантна сила, векторски збир од посочените сили.



Слика 12. Графички приказ на слободна површина на течност изложена само на една сила – а, и, слободна површина под дејство на две сили - б.

Според шематскиот приказ на сликата 12б и означените сили, произлегуваат следните равенки:

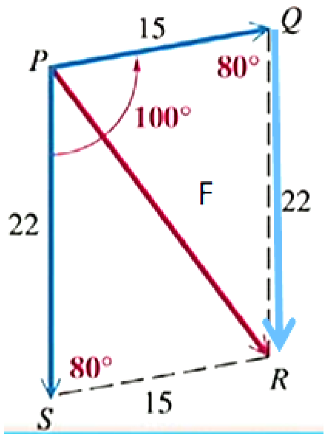
$$\overrightarrow{F_R} = \vec{F} + \vec{R}, \qquad |\overrightarrow{F_R}| = \sqrt{F^2 + R^2}$$

Во дадениот пример е искористено правилото на паралелограм за собирање на вектори, а при пресметка на модулот на резултантната сила е искористена и теоремата на Питагора. Модулот на резултантниот вектор, резултантната сила во случајот како бројна вредност претстава должината на дијагоналата на паралелограмот, односно хипотенузата на правоаголниот триаголник (слика 12 б).

Честопати, учениците на часовите по физика имаат проблем да најдат модул на вектори кои се собираат (сили, брзини) кои меѓу себе не зафаќаат прав агол. Во тој случај имаат потреба од математичко познавање на косинусната теорема. Косинусната теорема (често ја викаат и косинусна формула или косинусно правило) дава поврзаност помеѓу должините на страните на триаголник *ABC*, со косинусот на еден од неговите агли изразена преку следните формули:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma\,,$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab\cos\alpha\,,$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta\,.$$

Задача 2. Да се најде резултантната сила од две сили со вредности од 15 и 22 N соодветно кои се наоѓаат во иста рамнина со заеднички почеток, градејќи помеѓу себе агол од 100^0 (Слика 13).



Слика 13. Наоѓање резултантна сила на две сили со дадени вредности.

Применувајќи ја косинусната теорема за ΔPQR, страната F од триаголникот би била резултантната сила. Па така за овој случај би добиле:

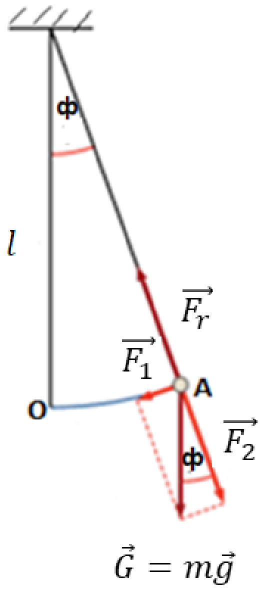
$$F^2 = (15\,\mathrm{N})^2 + (22\,\mathrm{N})^2 - 2\cdot 15\,\mathrm{N}\cdot 22\,\mathrm{N}\cdot\cos 80^\circ$$

$$F^2 = (225 + 484 - 660 \cdot 0{,}174)\,\mathrm{N}^2$$

$$F^2 = 594 N^2$$

$$F = \sqrt{594}\,\mathrm{N} \approx 24\,\mathrm{N}.$$

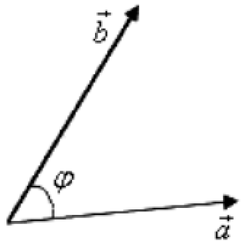
Обработувајќи ја наставната единица „Математичко нишало – период на математичко нишало“ неопходноста од познавање за вектори и тригнометриски функции повторно доаѓа до израз. Дејстовото на силите кај математичкото нишало е прикажан на Слика 14.



Слика 14. Преглед на дејствувачки сили кај математичко нишало.

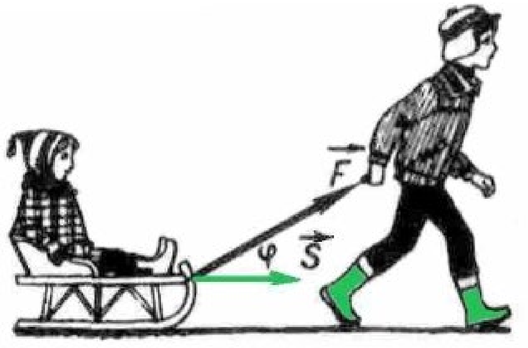
При отклонување на нишалото за некој агол ϕ и негово пуштање слободно да осцилира може да се скицираат силите кои му дејствуваат. Силата на тежата $\vec{G}$ е составена од 2 компоненти, $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$. Компонентата $F_2 = mg\cos\varphi$ заемно се компензира со силата на затегнување на конецот $\vec{F_r}$, како реакциска сила на компонентата $\vec{F_2}$. Од математичка гледна точка компензација на сили *значи собирање на два колинеарни вектори со ист правец, ист модул а спротивна насока*. Единствената сила која игра улога на повратна сила и претставува причина за движење е компонентата од силата на тежата $\vec{G}$, $F_1 = mg\sin\varphi$. Така, изучувањето на движењата на математичкото нишало не е возможно без знаење за операциите собирање на вектори и познавање на тригнометриските функции sin и cos од произволен агол.

Скаларниот производ на векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (Слика 15), најчесто се означува со $\vec{a}\cdot\vec{b}$, се пресметува по формулата $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi$, каде што φ е аголот помеѓу векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



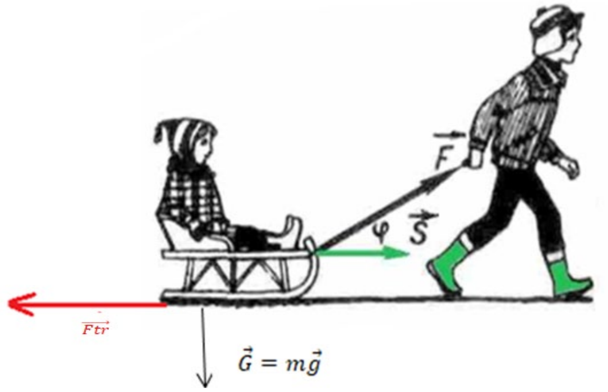
Слика 15. Вектори во рамнина $\vec{a}$ и $\vec{b}$ кои зафаќаат агол φ.

Скаларен производ на часовите по математика може да биде објаснет преку секојдневни примери. Механичката работа е скаларна физичка величина којашто се пресметува како скаларен производ помеѓу сила која дејствува на дадено тело под некој агол во однос на поместувањето (Слика 16). Таа се пресметува по формулата $A=\vec{F}\cdot\vec{S}=|\vec{F}|\cdot|\vec{S}|\cos\varphi$. Анализирајќи ги можните вредности на косинусот од аголот ($\cos\varphi>0$, $\cos\varphi<0$ и $\cos\varphi=0$), на пр., $\cos 60^{\circ}=0,5$, $\cos 180^{\circ}=-1$, $\cos 90^{\circ}=0$, за случај кога аголот помеѓу силата и поместувањето е остар, тап или прав агол соодветно, се воведува поимот за позитивна работа, негативна работа и за сили кои не вршат работа.



Слика 16. Вектори аналогно на сликата 16 кои означуваат физички величини, силата $\vec{F}$ и поместувањето $\vec{S}$ кои зафаќаат агол φ.

Така сите сили кои дејствуваат под агол од 180° имаат ист правец и спротивна насока од поместувањето. За нив велиме вршат негативна работа. Таков пример на сили се силите на триење, Слика 17.



Слика 17. Сили на триење кои вршат негативна работа

Силите на триење изразени со формулата $F_{tr} = \mu \cdot mg$ вршат негативна работа

$$A_{tr} = |\overrightarrow{F_{tr}}| \cdot |\vec{S}| \cos\varphi = \mu \cdot mg \cdot S \cdot \cos 180^{\circ} = \mu \cdot mg \cdot S \cdot (-1) = -\mu \cdot mg \cdot S .$$

Иако негативни по знак, тие играат позитивна улога кога имаме потреба за поголемо триење во зимски услови, при допирни површини лизгав пат и автомобилски тркала. Постојат норми и стандарди за големина на шарите на гумите посебно за зимски и летни гуми, потоа како превентива имаме фрлање на песок врз замрзнати патишта за зголемување на коефициентот триењето μ помеѓу допирните површини.

Со вметнување малку физика на часовите по математика или со избор на практични примери за содржините по математика, математичките релации нема да бидат сувопарни и „одбивни“, туку, напротив, атрактивни и мотивирачки.

Имајќи ги предвид само дел од посочените слабости и неискористени можности на самите часови, како неопходност се наметнува потребата од поголема корелација помеѓу наставните содржини на предметите математика и физика во повеќе области, а крајниот резултат да биде зголемен успех по предметите математика и физика.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Lj. Krneta, *Pedagogija*, Naučna knjiga, Beograd, 1981.

[2] М. Пецовска-Ѓорѓевиќ, Д. Крстовска, М. Ристова, О. Зајков, Н. Андоновска, М. Јоноска, А. Андоновски, З. Митревска, *Физика*

за III година средно стручно образование, Министерство за образование и наука на Република Македонија, Скопје, 2010.

[3] Љ. Петковски, В. Мицевски, *Физика за I година на реформираното гимназиско образование*, III издание, Просветно дело, АД, Скопје 2009.

[4] Ј. Мозер, З. Стојанов, Ѓ. Синадиновски, В. Гучев, Б. Видовски, *Физика за I клас на средното образование*, Просветно дело, Скопје, 1975.

[5] A. Aki, S. Kosak, S. Gur, *Mechanics,* Zambak Publishing, Istanbul Turkey, 2004.

[6] https://tehnickocrenata.wordpress.com/2013/04/15/konstrukcija-elipse/#comments

[7] Б. Миладиновиќ, Н. Петрески, *Математика за III година гимназиско образование*, Алби, Скопје 2009.

[8] Б. Миладиновиќ, Т. Ѓорѓиевски, Н. Петрески, *Математика за I година гимназиско образование*, Алби, Скопје 2009.

[9] Н. Целакоски, В. Бакева, Б. Миладиновиќ, Ј. Стефановски, *Математика за I година средно стручно образование за сите струки*, Министерството за образование и наука на Република Македонија, Скопје 2010.

[10] К. Тренчевски, Б. Крстеска, Г. Тренчевски, С. Здравеска, *Линеарна алгебра и аналитичка геометрија за трета година на реформираното гимназиско образование*, изборен предмет III издание, Просветно дело АД, Скопје 2009.

[11] R. Descartes, *Discours de la method. La dioptrique et les meteors*, M.DC.LVII, Paris, AVEC PRIVILEGIGE DV ROIS.

[12] https://www.astronomija.org.rs/nauka/astronomija/11591-zasto-su-putanje-planeta-elipticne

[1] СОУ „Гоце Делчев“ - Валандово,
ул. Првомајска бр.3, 2460 Валадново, Р. Северна Македонија
e-mail: manolest@gmail.com

Примен: 10.2.2020
Поправен: 26.5.2020
Одобрен: 7.9.2020
Објавен на интернет: 6.11.2020