

МАТЕМАТИКАТА НА СОЦИЈАЛНИТЕ МРЕЖИ

Анета Велкоска ¹

Во текот на изминатата деценија се јавува сè поголем јавен интерес за комплексната „поврзаност“ на модерното општество. Во основата на оваа поврзаност е идејата за мрежа која подразбира шема од интерконекции во едно множество објекти – луѓе, групи, институции. Комплексноста на социјалните мрежи, кои претставуваат колекции од социјални врски меѓу „пријатели“, постојано се зголемува како последица на технолошкиот напредок со кој се олеснуваат патувањата на долги растојанија, глобалната комуникација и дигиталната интеракција.

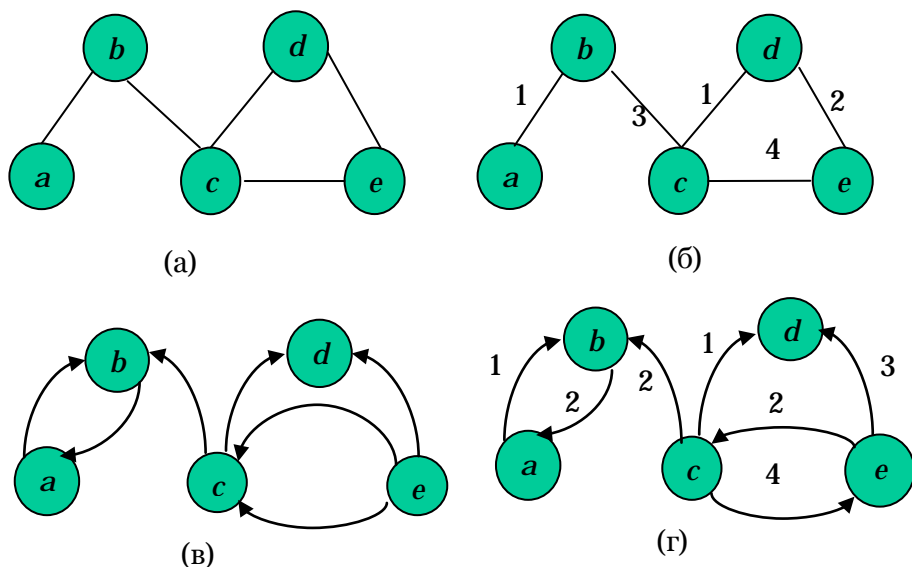
Токму заради таа комплексност, невозможно е целосно да се разбере социјалната поврзаност потпирајќи се само на нашата интуиција. Математиката како егзактна наука ни дава мноштво алатки кои ни овозможуваат да ги прошириме емпириските и интуитивните сознанија за шемите кои ја одредуваат структурата на социјалните мрежи.

1. ОСНОВНИ ПОИМИ

Основни поими во една социјална мрежа се множествата од *луѓе* и *релациите* помеѓу нив. Визеулен приказ за мрежа е граф, при што луѓето се претставени со јазлите од графот, а релациите меѓу нив со рабовите од графот. Други називи за луѓето кои се користат при анализата на Социјалните мрежи се темиња или точки, а за релациите помеѓу нив се ребра, лаци, линии или врски. Јазлите кои се поврзани со раб се нарекуваат соседи или пријатели.

Според природата на релациите разликуваме четири основни видови на графови:

- (а) *ненасочени графови*, доколу на рабовите не им е зададена никаква насока и не им е придружен број, Слика 1 (а).
- (б) *ненасочени тежински графови*, кај кои на секој раб му е придружен реален број што може да претставува: растојание, цена, профит, проточност итн., Слика 1 (б).
- (в) *насочени графови*, ако на рабовите им е зададена некаква насока, но не им е придружен број, Слика 1 (в).
- (г) *насочени тежински графови*, кај кои на секој раб му е зададена некаква насока и му е придружен реален број, Слика 1 (г).



Слика 1. Основни видови графови.

Покрај основните видови графови постојат и мешани графови, кај кои може да се сретнат карактеристики од два или од повеќе видови основни графови.

Доколу графот има N јазли и е ненасочен, тогаш бројот на сите можни рабови изнесува $\frac{N(N-1)}{2}$, а ако е насочен, тогаш постојат најмногу $N(N-1)$ рабови.

Две карактеристики на структурата на мрежите се многу важни: *поврзаност* и *центрираност*.

2. ПОВРЗАНОСТ КАЈ МРЕЖИ И НЕЈЗИНИ АСПЕКТИ

Индиректната поврзаност всушност е она што ја прави структурата на мрежните системи. Поврзаноста укажува на тоа како луѓето од еден дел од мрежата се поврзани со луѓе од друг дел од мрежата. Основни елементи на поврзаноста се:

- *Пат*, кој претставува низа од јазли и рабови почнувајќи од еден јазол и завршувајќи со друг јазол која ја покажува индиректната поврзаност помеѓу тие два јазли. Со пат никогаш не може да се враќа наназад, односно да се посети двапати ист

јазол. Пример за пат во мрежата претставена со граф од Слика 1 (а) е низата од јазли a, b, c, d .

- *Циклус* е пат кој започнува и завршува со ист јазол. Пример за циклус во мрежата претставена со граф од Слика 1 (а) и (б), е патот c, d, e, c .

Поврзаноста се разгледува од различни аспекти:

(а) *Достапност*: Дали е возможно една личност од мрежата да контактира со друга личност од мрежата? Ова е точно единствено ако постои „синџир од пријатели“ помеѓу двете личности од мрежата, односно пат помеѓу двата јазли од мрежата со кои се претставени личностите. Подмножеството од јазли во еден граф во кое секој пар од јазли е поврзан барем со еден пат се нарекува *компонента на сврзаност*. Ако еден граф има само една компонента на сврзаност, тогаш велиме дека графот е *сврзан*.

Големите мрежи, односно мрежите со голем број јазли какви што се социјалните мрежи, најчесто имаат таканаречена *гигантска компонента на сврзаност* која содржи значајно голем број јазли од мрежата. Кога една мрежа има гигантска компонента, таа скоро секогаш е единствена. Всушност, во некои ретки случаи кога две гигантски компоненти егзистирале подолго време во една мрежа, нивното спојување се јавува ненадејно, драматично и со катастрофален крај. На пример, катаклизмата што им се случила на цивилизациите од западната хемисфера, односно континентот Америка, кога европските истражувачи почнале да пристигнуваат на неа пред околу половина век ([5]).

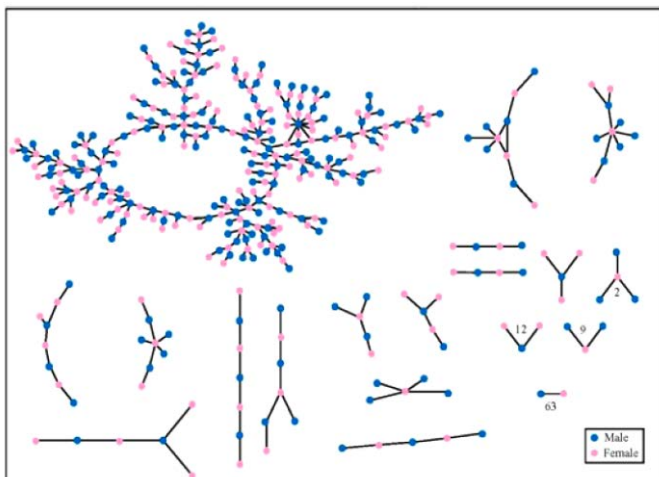
Невозможноста за постоење на две гигантски компоненти на сврзаност може да се објасни и емпириски. Да го разгледаме ненасочениот граф на Ердос и Рение ([6]) кој е еден од математичките модели за емпириско истражување на големите мрежи и е конструиран со поврзување на N јазли на случаен и непристрасен начин. Да го претпоставиме обратното, т.е. дека во графот имаме две гигантски компоненти на сврзаност така што секоја од нив ги содржи половина од јазлите од целиот граф. Тогаш бројот на сите рабови кои можат да се конструираат помеѓу јазлите од двете раз-

лични компоненти изнесува $\frac{N}{2} \cdot \frac{N}{2} = \frac{N^2}{4}$, додека бројот на сите

можни рабови изнесува $\frac{N(N-1)}{2} \sim \frac{N^2}{2}$. Па, така, колку повеќе рабо-

ви имаме во компонентите, поголем е процентот на рабовите кои не се конструирани помеѓу јазлите од различните компоненти. Бидејќи рабовите се конструираат случајно и непристрасно, сè поверојатно е во секој нареден чекор да се избере раб помеѓу два јазли кои припаѓаат на различни компоненти. Значи, многу е веројатно двете гигантски компоненти да се поврзат во единствена гигантска компонента на сврзаност.

Идејата за егзистенција на гигантска компонента во социјалните мрежи е многу важна. Конкретно, на Слика 2 е прикажан граф со многу компоненти на сврзаност од кои се издвојува една гигантска компонента ([3]). Тоа е граф за мрежа која се состои од сите средно-школци во едно американско училиште, а која е резултат од едно спроведено истражување во истото тоа училиште. Рабовите помеѓу јазлите ја претставуваат романтичната врска помеѓу учениците во период од 18 месеци. Заклучокот за постоење на гигантската компонента на сврзаност е многу значајно, на пример, кога се разгледува проблемот на сексуално-преносливите болести.



Слика 2. Мрежа за романтичните врски помеѓу учениците од едно американско средно училиште ([3]).

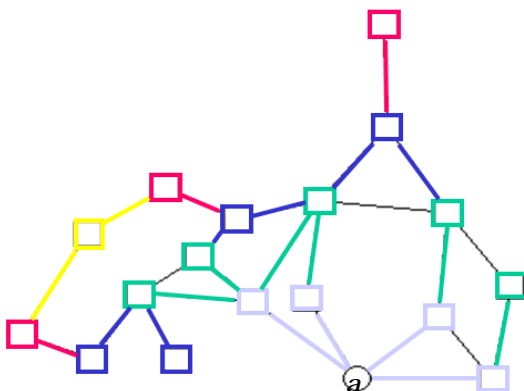
Други важни поими за објаснување на природата на поврзаност помеѓу луѓето во социјалните мрежи покрај достапноста се:

(б) *Растојание*: Доколку две личности од мрежата се поврзани, колку чекори се одалечени една од друга?

Растојание помеѓу два јазли е должината (бројот на рабови кај

нетежински графови, односно збирот од тежините на рабовите кај тежински графови) на најкраткиот пат помеѓу два јазли.

Растојанието од јазолот a од графот прикажан на Слика 3 до сите четири светло сини јазли е 1, до сите пет зелени јазли е 2, до сите четири сини јазли е 3, до сите три црвени јазли е 4 и растојанието од јазолот a до жолтиот јазол е 5.

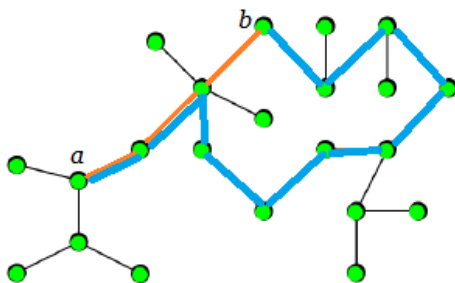


Слика 3. Растојанија од јазолот a до сите останати јазли.

(в) *Број на патишта:* Со колку различни патишта е поврзан секој пар од личности?

Со бројот на патишта се прикажува бројот на различни синцири од пријатели со кои се поврзани две личности од мрежата.

Бројот на патишта од јазолот a до јазолот b од графот прикажан на Слика 4 е 2.



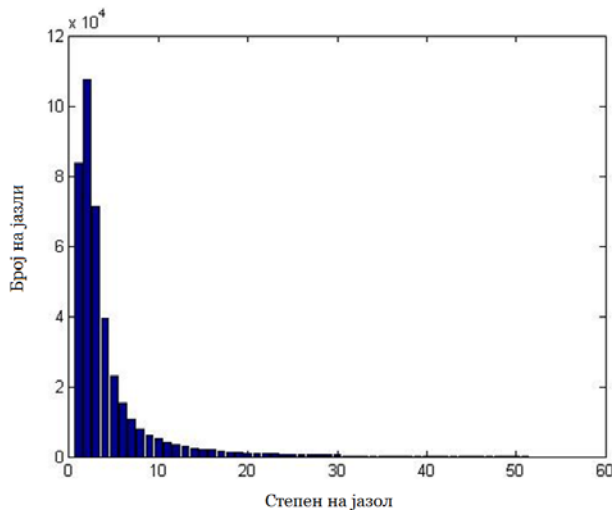
Слика 4. Број на патишта од јазолот a до јазолот b .

3. ЦЕНТРИРАНОСТ КАЈ МРЕЖИ И МЕРКИ ЗА ЦЕНТРИРАНОСТ

При емпириските истражувања на социјалните мрежи од посебен интерес е и утврдувањето кои јазли би биле „популарни“. Во пракса, идентификувањето на токму она што ние го подразбираме како „центар“ е малку комплицирано, но значително честопати постои причина да веруваме дека луѓето во центарот се многу важни.

Центрираноста е карактеристика на графовите со која се утврдува егзактно кои од јазлите во графот се „важни“, односно во центарот на вниманието. Постојат три мерки на центрираност:

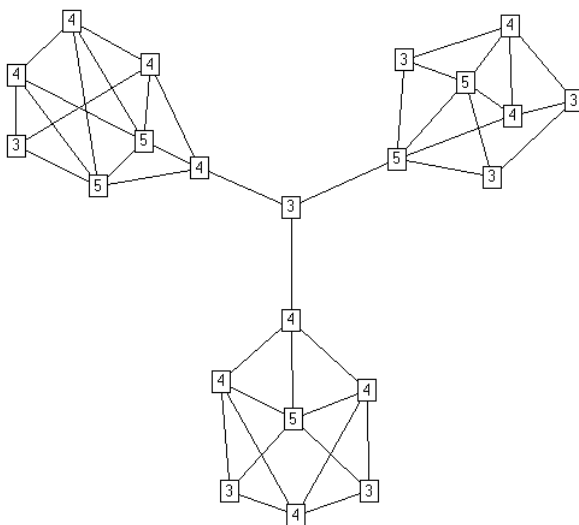
(а) *Степен на јазол* – тоа е бројот на пријатели на еден јазол во ненасочен граф. При експерименталните истражувања на социјалните мрежи од секојдневниот живот забележано е дека распределбата на степените на сите јазли од овие мрежи е искривена, а не нормална како што интуитивно се очекувало (Слика 5). Имено, при распределбата на степените на јазлите, поголемиот број јазли имаат мали степени, додека само неколку јазли имаат поголеми степени. Тоа значи дека поголемиот број луѓе во социјалните мрежи имаат мал број пријатели, а само неколку личности од мрежата имаат голем број пријатели (тие личности се нарекуваат „колектори“ или „хабови“) ([2]).



Слика 5. Распределба на степените на јазлите во една социјална мрежа ([2]).

Всушност, постоењето на вакви јазли познати како хабови е неопходен услов за утврдување на валидноста на познатиот феномен во социјалните мрежи „Светот е мал“ или „Шест степени на сепарација“ ([10], [11]). Согласно овој феномен, кој е покажан емпириски во поголемиот број на социјални мрежи, просечното растојание помеѓу кои било два јазли во мрежата кои се поврзани изнесува шест, т.е. е многу мало. Значи, иако социјалните мрежи се раширени, т.е. поголемиот број јазли во нив немаат голем број на пријатели, сепак може да се стигне од еден произволен јазол до кој било друг јазол (доколку се во иста компонента на сврзаност) преку мал број (околу 6) познаници.

Но, степенот на јазолот понекогаш може и да ни даде лажна слика за важноста на одреден јазол. На пример, на Слика 6 е прикажан граф во кој јазолот кој ги поврзува трите помали подграфови има степен 3, што е помалку од најголемиот степен во графот 5, но сепак интуитивно може да се заклучи дека токму тој јазол е „важен“, т.е. е централен.



Слика 6. Граф со степените на сите јазли.

- (б) *Близина* – согласно која една личност ја прифаќаме како „важна“ ако таа е релативно блиску до сите други личности од мрежата ([4]).

Близината се дефинира како инверзна вредност на сумата од растојанијата од една личност до сите други личности во мрежата

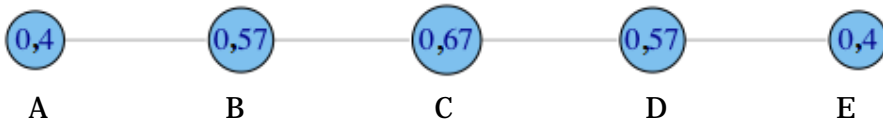
([1]). Но, во пракса повеќе се применува нејзината нормализирана форма во однос на бројот на сите останати личности од мрежата, односно формулата со која најчесто се пресметува близината на еден јазол е зададена со формулата (1):

$$C_c(i) = \left[\frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N d(i, j)}{N-1} \right]^{-1} \quad (1)$$

каде што i е кој било јазол од ненасочен граф со N јазли.

Да ја пресметаме близината на јазолот А од графот прикажан на Слика 7 со формулата (1). Имено,

$$C_c(A) = \left[\frac{\sum_{j=1, j \neq A}^N d(A, j)}{N-1} \right]^{-1} = \left[\frac{1+2+3+4}{4} \right]^{-1} = \left[\frac{10}{4} \right]^{-1} = 0,4.$$



Слика 7. Близина на јазлите и вредности на близините на јазлите А, В, С, D, Е се 0,4; 0,57; 0,67; 0,57 и 0,4, соодветно.

На ист начин се пресметани и близините на другите јазли од графот прикажан на Слика 7 и согласно нивните вредности, јазолот С се смета како „важен“ јазол зашто има најголема близина, т.е. е релативно најблиску до сите останати јазли во графот.

(в) *Помеѓу* – која се разгледува како неопходен услов за комуникација на потесно поврзани помали заедници во социјалните мрежи кои се јавуваат природно.

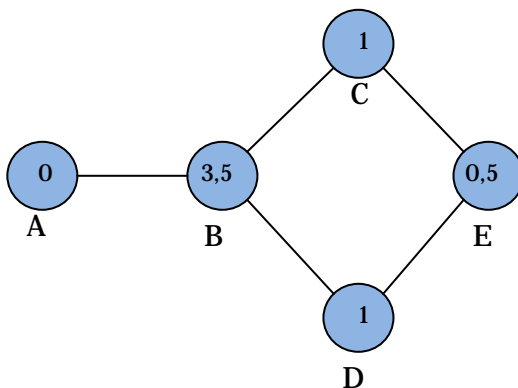
Помеѓу на еден јазол го брои бројот на најкратки патишта помеѓу сите јазли во мрежата кои минуваат низ тој јазол ([7]) и се пресметува согласно формулата (2):

$$C_B(i) = \sum_{j < k} g_{jk}(i) / g_{jk} \quad (2)$$

каде што g_{jk} е бројот на сите најкратки патишта помеѓу јазлите j и k , а $g_{jk}(i)$ е бројот на сите најкратки патишта помеѓу јазлите j и k кои минуваат низ јазолот i .

Да го пресметаме помеѓу на јазолот В од графот прикажан на Слика 8 со формулата (2). Количниците во сумата во формулата (2) за секој пар јазли $j < k$ од графот на Слика 8 изнесуваат:

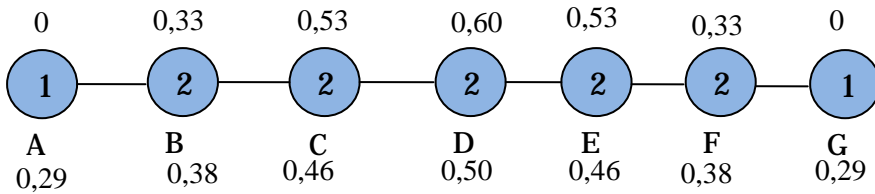
За јазлите А, D: $1/1=1$; За јазлите А, С: $1/1=1$;
 За јазлите А, Е: $2/2=1$; За јазлите С, D: $1/2=0,5$;
 За јазлите С, Е: $0/1=0$; За јазлите D, Е: $0/1=0$;
 За јазлите В, С: $0/1=0$; За јазлите В, D: $0/1=0$;
 За јазлите В, В: $0/2=0$;
 Вкупно: $1+1+1+0,5+0+0+0+0+0=3,5$.



Слика 8. Помеѓу на јазлите и вредности на помеѓу на јазлите А, В, С, D, Е се 0; 3,5; 1; 1 и 0,5, соодветно.

На ист начин се пресметани и помеѓу на другите јазли од графот прикажан на Слика 8 и согласно нивните вредности јазолот В се смета како „важен“ јазол бидејќи има најголема вредност за помеѓу, односно се наоѓа во најголем број од најкратките патишта помеѓу останатите јазли.

На Слика 9 илустриран е граф во кој ако се земе предвид степенот на јазол како мерка на центрираност не може да се одреди кој е „важен“ јазол бидејќи сите освен крајните два јазли кои имаат степен на јазол 1 имаат еднаков степен кој изнесува 2. Но, затоа пак,



Слика 9. Мерки на центрираност.

согласно вредностите на близините на јазлите А, В, С, D, Е, F и G 0,29; 0,38; 0,46; 0,50; 0,46; 0,38 и 0,29, соодветно и нивните вредности на помеѓу кои изнесуваат 0; 0,33; 0,53; 0,60; 0,53; 0,33 и 0, соодветно, јазолот D се смета како „важен“ јазол бидејќи има најголеми вредности за неговите две мерки на центрираност, близина и помеѓу во однос на останатите јазли од графот.

4. ПОСЕБНИ ОСОБЕНОСТИ НА СОЦИЈАЛНИТЕ МРЕЖИ

Уште еден посебен важен аспект на социјалните мрежи е сознанието дека социјалните врски помеѓу луѓето објаснуваат важни карактеристики на социјалните дејствија како што е подготвеноста да се мобилизираат за политичка кауза. Оваа интуиција произлегува од идејата дека луѓето влијаат едни на други преку размена на информации и набљудување на однесувањето на едни со други. Затоа, природно е прифатен фактот за постоењето на подмрежи од густо поврзани луѓе кои подмрежи при споредба едни со други имаат потполно различни социјални карактеристики ([8]).

Примарен интерес при анализа на социјалните мрежи е идентификација на таквите „значајни општествени подмрежи“ и при таа анализа неопходни се методите кои произлегуваат од теоријата на графови. Неопходно е да се изградат методи за партиција на графовите кои најважно е да не смеат да бидат произволни, да бидат во согласност со феноменот „Светот е мал“, и групите од јазли кои целосно се одвоени од поголемиот број на јазли да ги третираат како тривијални случаи, односно да поаѓаат од фактот дека врските во општеството се шират транзитивно ([9]).

Ова е отворен предизвик за научниците, бидејќи сè уште не е создаден комплетен децентрализиран алгоритам со кој се објаснуваат индивидуалните дејства на луѓето при социјалните врски, односно во социјалните мрежи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Bavelas, *Communication Patterns in Task-Oriented Groups*, Journal of the Acoustical Society of America, 22, (1950) 725 – 730.
- [2] A.-L. Barabási. *Linked: The New Science of Networks*, Perseus Books, New York, 2003.
- [3] P. Bearman, J. Moody, K. Stovel, *Chains of affection: The structure of adolescent romantic and sexual networks*, American Journal of Sociology, 110(1) (2004) 44 – 99.
- [4] S. P. Borgatti and M. G. Everett. *A graph-theoretic perspective on centrality*, Social Networks, 28(4), (2006) 466 – 484.
- [5] J. Diamond, *Guns, Germs, and Steel: The Fates of Human Societies*, W. W. Norton & Company, 1999.
- [6] P. Erdős, A. Rényi, *On random graphs*, Publicationes Mathematicae, 6 (290), 1959.
- [7] L. C. Freeman, *A Set of Measures of Centrality Based on Betweenness*, Sociometry, 40(1), (1977) 35 – 41.
- [8] M. Mc. Pherson, L. S. Lovin, and J. M. Cook, *Birds of a feather: Homophily in social networks*, Annual Review of Sociology, 27 (2001) 415 – 444.
- [9] A. Rapoport, *Spread of information through a population with socio-structural bias I: Assumption of transitivity*. Bulletin of Mathematical Biophysics, 15(4), (1953) 523 – 533.
- [10] J. Travers, S. Milgram, *An experimental study of the small world problem*, Sociometry 32, (1969) 425 – 443.
- [11] D. J. Watts, *Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness*, Princeton University Press, 1999.

¹ Универзитет за информатички науки и технологии

„Св. Апостол Павле“,

Факултет за информатички системи, визуелизација,

дигитална мултимедијална и анимациска техника.

Партизанска бб, Охрид, Р. Македонија

e-mail: aneta.velkoska@uist.edu.mk

Примен: 23.03.2017

Поправен: 24.04.2017

Одобрен: 28.04.2017