ЗА НЕКОИ РЕЛАЦИИ МЕЃУ БИНАРНИТЕ ОПЕРАЦИИ[1])

Ѓ. ЧУПОНА

О. **УВОД.** Во ова работа се разгледуваат неколку релации меѓу бинарните алгебарски операции, коишто се определуваат, во извесна мерка, слично како релацијата за дистрибутивност. Пред да поминеме на главниот проблем од ова работа, ќе ги спомeнеме ознаките што ќе ги користиме, а потоа и неколку основни поими за алгебарски структури со бинарни операции.

Нека M е некое множество. За пократко, наместо: „за секоја n-орка елементи $x_1, x_2 \cdots x_n \in M$", „постои некоја n-орка елементи $x_1, x_2 \cdots x_n \in M$" „постои една и само една n-орка $x_1, x_2 \cdots x_n \in M$", ќе пишуваме респективно: $(\forall\, x_1, x_2 \cdots x_n)$, $(\exists\, x_1, x_2 \cdots x_n)$, $(\exists!\, x_1, x_2 \cdots x_n)$. Исто така, често пати, наместо „следува" ќе пишуваме $\to$, а $\rightleftarrows$ наместо „еквивалентно со".

Ако $(\forall\, x, y)\ (\exists!\, z)\ z = x \cdot y$, велиме дека „$\cdot$" е *бинарна операција* над множеството M, или дека $(M, \cdot)$ е *групоид;* наместо $x \cdot y$ ќе пишуваме xy, а $xy \cdot z$ наместо $(xy)\, z;$ аналогно се определуваат: $x \cdot yz$, $xy \cdot uv$ и т. н.

Елементот $e \in M$ е *лево неутрален* во групоидот ако $(\forall\, x, y)\ ex = x;$ $a \in M$ е *скратив* од лево ако $(\forall\, x, y)\ ax = ay \to x = y;$ $b \in M$ е *лево асоцијативен* ако $(\forall\, x, y) b \cdot xy = bx \cdot y;$ $c \in M$ припаѓа на *центарот* на групоидот ако $(\forall\, x)\ cx = xc$, а за групоидот велиме дека е *комутативен* ако сите елементи од М припаѓаат на центарот; $d \in M$ е *идемпотентен* елемент ако $dd = d$, а за групоидот велиме дека е идемпотентен ако сите елементи од М се идемпотентни. Еднозначното пресликување φ од M во M (т. е. $(\forall x)\ (\exists!\, y)\ y = \varphi(x)$) е *лева транслација* во групоидот, ако $(\forall x, y)\ \varphi(x y) = \varphi(x)\, y$, а *ендоморфизам* ако $(\forall\, x, y)\ \varphi(x y) = \varphi(x)\, \varphi(y)$.

Групоидот $(M, \cdot)$ е *лево редуцибилен*, ако постои некое подмножество M' од M со лево асоцијативни елементи такво да се точни релациите

$$(\forall\, x \in M)\ (\exists!\, x' \in M')\ x' x = x \text{ и } (\forall\, y' \in M')\ (\exists\, y \in M)\ y' y = y,$$

т. е. ако пресликувањето θ дефинирано со $(\forall\, x)\ x' = \theta(x) \rightleftarrows x'\ x = x$ е еднозначно пресликување од M на M'. Во тој случај, за M' велиме дека е едно лево редуцирано множество. Во работата [7] се разгледани некои поопшти случаи на редуцибилност.

За групоидите $(M, \cdot)$ и $(M, \cdot *)$ велиме дека се *дуални* ако $(\forall x, y)\ x y = y{*}x$. Ако групоидот $(M, \cdot *)$ има некоја „лева" особина, велиме дека $(M, \cdot)$ ја има соодветната „десна" особина.

Групоидот $(M, \cdot)$ е *полугрупа* ако сите елементи од M се лево асоцијативни; карактеристично следствие на асоцијативноста е тоа што во било

---

[1]) Дадено во печат на 15 декември 1959 год.