Лема 3·2 Нека $(M, \cdot)$ е полугрупа, а φ_1 и φ_2 два едноморфизми на таа полугрупа со особината

(18) $(\forall x, y)\, \varphi_1(x)\varphi_2(y) = \varphi_2(y)\varphi_1(x)$.

Операцијата „+" определена со (17) е симетрична спрема „·".

Доказот се изведува лесно користејќи ги релациите (17) и (18) и фактот што $(M, \cdot)$ е полугрупа.

Лема 3·3 Нека во групоидот $(M, \cdot)$ постои неутрален елемент. *На секоја операција „+" симетрична со „·" ѝ кореспондира еден пар едноморфизми φ_1, φ_2 на групоидот $(M, \cdot)$, такви да се точни релациите (17) и (18). Ако во групоидот $(M, \cdot)$ не постојат идемпотентни елементи различни од неутралниот, ендоморфизмите φ_1 и φ_2 се еднозначно определени со операцијата „+".*

Доказ. Нека e е неутралниот елемент во $(M, \cdot)$, а „+" симетрична операција со „·". Ако ставиме

(19) $(\forall x)\, \varphi_1(x) = x + e,\ \varphi_2(x) = e + x,$

добиваме

$$(\forall x, y)\ x + y = xe + ey = (x + e)(e + y) = \varphi_1(x)\varphi_2(y)$$
$$= ex + ye = (e + y)(x + e) = \varphi_2(y)\varphi_1(x),$$

а од тоа следуваат (17) и (18).

Ќе покажеме сега дека φ_1 и φ_2 се ендоморфизми. Навистина, од (19) следува

$$(\forall x, y)\ \ \varphi_1(xy) = xy + e = xy + ee$$
$$= (x + e)(y + e) = \varphi_1(x)\varphi_1(y),$$
$$\varphi_2(xy) = e + xy = ee + xy$$
$$= (e + x)(e + y) = \varphi_2(x)\varphi_2(y).$$

Од (19) исто така, следува и дека $\varphi_1(e) = e + e = \varphi_2(e)$, а од тоа се добива и

$$e + e = \varphi_1(e)\varphi_2(e) = (e + e)(e + e),$$

т. е. дека $e + e$ е идемпотентен елемент во $(M, \cdot)$. При претпоставка дека e е единствениот идемпотентен елемент, ќе имаме значи $e + e = e$, т. е. $\varphi_1(e) = \varphi_2(e) = e$. Од тоа лесно се добива дека не постојат два различни парови ендоморфизми кои ја задоволуваат релацијата (17), при дадена операција „+" симетрична со „·".

Од лемите 3·2 и 3·3 следува следната

Теорема 3·4 Нека $(M, \cdot)$ е комутативна полугрупа со неутрален елемент којшто е единствениот идемпотент во полугрупата. *Постои реципрочно еднозначна коресподенција меѓу паровите ендоморфизми на полугрупата $(M, \cdot)$ и операциите симетрични со „·".*