И кај оваа релација, некои слични особини на операците „$\cdot$" и „$+$" кои се меѓусебе симетрични, повлекуваат еднаквост на тие операции; тоа се гледа од наредната теорема.

Теорема 3·5 Нека секој од групоидите $(M, \cdot)$ и $(M, +)$ има неутрален елемент. *Ако операциите „$\cdot$" и „$+$" се меѓусебе симетрични, тогаш тие се и еднакви; во тој случај, $(M, \cdot)$ е комутативна полугрупа.*

Доказ. Нека o е неутралниот елемент на $(M, +)$, а e на $(M, \cdot)$. Од взаемната симетричност на „$\cdot$" и „$+$" следува прво

$$o = o + o = oe + eo = (o + e)\ (e + o) = ee = e,$$

а од тоа се добива и

$$(\forall x, y)\ xy = (x + e)\ (e + y) = xe + ey = x + y,$$

т. е. дека „$\cdot$" и „$+$" се еднакви операции.

Натака, од тоа што „$\cdot$" е симетрична спрема себе, добиваме

$$(\forall x, y, z)\ xy \cdot z = xy \cdot ez = xe \cdot yz = x \cdot yz$$
$$xy = ex \cdot ye = ey \cdot xe = x \cdot yz,$$

т. е. дека $(M, \cdot)$ комутативна полугрупа, а со тоа точноста на теоремата е докажана.

Забелешка 3.6 Вториот дел на последната теорема е еден резултат од работата [5] (стр. 706); истиот тој резултат е следствие и на еден поопшт став од работата [2] (стр. 36).

Теорема 3.7 Нека $(M, \cdot)$ е полугрупа со неутрален елемент. Полугрупата $(M, \cdot)$ *е комутативна, ако и само ако постои операција „$+$" симетрично со „$\cdot$" за која е точна релацијата*

$$(20)\ (\forall x)\ (\exists u, v)\ u + e = e + v = x,$$

каде e е неутралниот елемент на полугрупата $(M, \cdot)$.

Доказ. Ако $(M, \cdot)$ е комутативна полугрупа, тогаш операцијата „$\cdot$" е симетрична спрема себе, а очигледно ако се стави „$\cdot$" = „$+$" и $x = u = v$ релацијата (20) ќе биде исполнета.

Обратно, нека „$+$" е симетрична операција спрема „$\cdot$" со особината (20). Имаме значи

$$(\forall x, y)\ (\exists u, v)\ u + e = x, e + v = y,$$

а од тоа следува

$$\begin{aligned} xy &= (u + e)\ (e + v) = ue + ev = u + v \\ &= eu + ve = (e + v)\ (u + e) \\ &= yx\ , \end{aligned}$$

т. е. дека $(M, \cdot)$ е комутативна полугрупа, а со што точноста на теоремата е докажана.