

$$= \sum_1^m x_{1j} x_{2j} = \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^2 x_{ij} \right),$$

па значи, ако  $n=2$  (20) е точно за било кое  $m$ .

За  $n>2$ ,  $m>2$  ако е  $\prod_{i=1}^n x_{ij} = \prod_{i=1}^q x_{ij} \cdot \prod_{i=q+1}^n x_{ij}$ , имаме

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) &= \prod_{i=1}^q \left( \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) \cdot \prod_{i=q+1}^n \left( \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) \\ &= \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^q x_{ij} \right) \cdot \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=q+1}^n x_{ij} \right) \\ &= \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^q x_{ij} \cdot \prod_{i=q+1}^n x_{ij} \right) = \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^n x_{ij} \right). \end{aligned}$$

Со тоа е покажана општата точност на (20).

**Забелешка, 3.9** Ако  $(M, \cdot)$  е полугрупа изразот  $\prod_1^n x_i$  е еднозначно определен од  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , но во општ случај тој може да прими повеќе и тоа најмногу  $\frac{(2n-2)!}{n!(n-1)!}$  вредности; да се види на пример, ([6] стр. 19). Со

оглед на таа можна многозначност,  $\prod_1^n x_i$  треба да се третира како производ со определена структура, определена со распоредот на заградите; на пример ако

$$\sum_1^3 x_i = (x_1 + x_2) + x_3 \text{ и } \prod_1^4 y_i = y_1 y_2 \cdot y_3 y_4$$

идентитетот (20) добива облик

$$\begin{aligned} [(x_{11} + x_{12}) + x_{13}] [(x_{21} + x_{22}) + x_{23}] \cdot [(x_{31} + x_{32}) + x_{33}] [(x_{41} + x_{42}) + x_{43}] = \\ = (x_{11} x_{21} \cdot x_{31} x_{41} + x_{12} x_{22} \cdot x_{32} x_{42}) + x_{13} x_{23} \cdot x_{33} x_{43}, \end{aligned}$$

#### § 4. Неколку други релации

Како што спомнавме во § 1 и § 2, ако наместо со „ $\cdot$ ” и „ $+$ ” се работи со нивните дуални операции, релациите за десна комутативност и асоцијативност можат да се сведат на соодветните релации за лева кому-