

тативност односно асоцијативност. Истото може да се направи и со релациите определени со следните идентитети:

$$(21) (\forall x, y, z) \quad x(y+z) = zy+x$$

$$(22) \quad (x+y)z = z+yx$$

$$(23) \quad x(y+z) = y+xz$$

$$(24) (\forall u, v, x, y) \quad (u+v)(x+y) = yx+vu.$$

Навистина, од (21) односно (22) следува дека „ \cdot “, „ $+$ “ односно „ \cdot^* “, „ $+$ “ се меѓусебе лево комутативни; од (24) следува дека „ \cdot^* “ и „ $+$ “ се меѓусебе комутативни, а од (23) дека „ \cdot “ е лево асоцијативна спрема „ $+$ “. Значи, добиените резултати во § 1 и § 2 можат лесно да се пренесат и на тие нови четири релации.

Се разбира, може да се изучуваат и некои други релации. Овде ќе споменеме уште четири нови релации кои се определуваат со идентитетите:

$$(25) (\forall x, y, z) \quad x+yz = (x+y)(y+z)$$

$$(26) \quad = xy+z$$

$$(27) (\forall u, v, x, y) \quad (u+v)(x+y) = vu+xy.$$

$$(28) \quad = xu+vy.$$

Нека претпоставиме дека (M, \cdot) е група; неутралниот елемент, како и досега, го означуваме со e .

Од (25), ако ставиме $(\forall x) \varphi(x) = e+x$, добиваме

$$(\forall x, y) \quad x+y = x+ye = (x+y)(y+e) \rightarrow y+e = e \rightarrow$$

$$\rightarrow x+y = x+ey = (x+e)(e+y)$$

$$= e+y = \varphi(y),$$

$$\varphi(xy) = e+xy = (e+x)(e+y) = \varphi(x)\varphi(y),$$

т. е. дека φ е едноморфизам, а „ $+$ “ е определена со

$$(29) (\forall x, y) \quad x+y = \varphi(y).$$

Обратно, ако φ е ендоморфизам на групата (M, \cdot) , операцијата определена со (29) ја задоволува релацијата (25).

Од (26), ако ставиме $(\forall x) \varphi(x) = x+e$, добиваме

$$(30) (\forall x, y) \quad x+y = xy+e = \varphi(xy).$$

Обратно, ако φ е некое еднозначно пресликување од M во M , операцијата „ $+$ “ определена со (30) ја задоволува релацијата (26).

Од (27) следува

$$e+e = ee+ee = (e+e)(e+e) \rightarrow e+e = e \rightarrow$$

$$\rightarrow (\forall x) \quad x+e = xe+ee = (e+x)(e+e) = e+x \rightarrow$$