

$$\begin{aligned} \rightarrow (\forall x, y) x + y &= (x + y) (e + e) = y x + e = e + y x \\ &= (e + e) (y + x) = y + x, \end{aligned}$$

т. е. дека  $(M, +)$  е комутативен групоид; во тој случај пак, очигледно е дека „ $\cdot$ “ и „ $+$ “ се меѓусебе комутативни.

Аналогно се покажува дека и од (28) следува комутативноста на групоидот  $(M, +)$ , а во тој случај, „ $\cdot$ “ и „ $+$ “ се меѓусебе симетрични.

Од сето тоа, следува дека за добивање резултати кои се стриктно поврзани со релациите определени погоре, нужно е да се внесат поопшти претпоставки од тоа  $(M, \cdot)$  да е група.

### § 5 Примери

Пример 5.1 Нека  $M = \{a, b, c\}$ , а операцијата „ $\cdot$ “ определена со:

1.°	$\cdot$	$\begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline a & a & b & c \\ b & b & a & c \\ c & c & a & b \end{array}$	;
-----	---------	--	---

2.°	$\cdot$	$\begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline a & a & b & a \\ b & b & a & c \\ c & c & a & b \end{array}$	;
-----	---------	--	---

3.°	$\cdot$	$\begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline a & a & b & c \\ b & c & a & a \\ c & c & a & a \end{array}$
-----	---------	--

Лесно се покажува дека во првите два случаи не постои операција „ $+$ “ комутативна со „ $\cdot$ “, а различна од неа. Во третиот случај, елементите  $a$  и  $c$  се десно асоцијативни, па затоа операциите „ $\cdot_a$ “ и „ $\cdot_c$ “ определени со шемите

$\cdot_a$	$\begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline a & a & c & c \\ b & c & a & a \\ c & c & a & a \end{array}$
-----------	--

$\cdot_c$	$\begin{array}{c ccc} & a & b & c \\ \hline a & c & a & a \\ b & a & c & c \\ c & a & c & c \end{array}$
-----------	--

се лево комутативни со „ $\cdot$ “; тие се и единствените операции со таа особина.

Пример 5.2 Нека  $M = \{a, b, c, d\}$ , а  $(M, \cdot)$  определен со шемата

$\cdot$	$\begin{array}{c cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & a & b & c & d \\ c & c & d & a & b \\ d & c & d & a & b \end{array}$
---------	--

Лесно се покажува дека тој групоид е полугрупа (да се види на пример, [3] стр. 149). Од шемата е очигледно дека таа полугрупа е десно редуцибилна, со десно редуцирано множество  $M'' = \{a, b\}$  и  $c'' = a$ ,  $d'' = b$ . Спрема 1.17, на секое пресликување  $\psi$  од  $M''$  во  $M$  му кореспондира една операција „ $+$ “ лево комутативна со „ $\cdot$ “, а и обратно. Такви пресликувања има 16 и тоа: