

кој производ на повеќе елементи од  $M$  не е битен распоредот на заградите. *Квазигрупа* е секој групоид со особината  $(\forall a, b) (\exists! x, y) a x = b, y a = b$ ; *луѓа* е квазигрупа со неутрален елемент, т. е. елемент  $e$  кој е десно и лево неутрален. Секоја асоцијативна лупа (т. е. лупа којашто е и полугрупа) се наречува *група*; особината  $(\forall x) (\exists! x^{-1}) x^{-1} x = x x^{-1} = e$ , заедно со асоцијативноста и егзистенцијата на неутрален елемент, е карактеристична за групите; велиме дека  $x^{-1}$  е *инверзен* елемент на  $x$ .

Групоидите  $(M, \cdot)$  и  $(F, \circ)$  се *изоморфни* ако постои некое реципрочно еднозначно пресликување  $\theta$  од  $M$  на  $F$  такво да е точна релацијата

$$(\forall x, y \in M) \theta(x \cdot y) = \theta(x) \circ \theta(y).$$

Нека „ $\cdot$ ” и „ $+$ ” се две бинарни операции над множеството  $M$ ; велиме дека  $(M, \cdot, +)$  е една алгебарска структура којашто се добива со спојувањето на групоидите  $(M, \cdot)$  и  $(M, +)$ . Тоа спојување ќе биде оправдано ако постои некоја релација со која се сврзани тие две операции, како на пример релацијата за дистрибутивност. Овде ќе ги разгледаме релациите определени со следните идентитети

$$(1) (\forall x, y, z) x(y+z) = x+y+z$$

$$(2) (x+y)z = x+y+z$$

$$(3) x(y+z) = xy+z$$

$$(4) (\forall u, v, x, y) (u+v)(x+y) = uv+xy$$

$$(5) (u+v)(x+y) = ux+vy.$$

Поради тоа што десните страни на (1), (2) и (4) се добиваат од левите со променување улогата на операциите „ $\cdot$ ” и „ $+$ ”, велиме дека со нив се дефинирани релации за *комутиативност* меѓу операциите „ $\cdot$ ” и „ $+$ ”; при тоа, со (1) е определена релација за *лева комутиативност*, со (2) за *десна комутиативност*, а со (4) релација за *комутиативност*. Во случајот (3) ќе велиме дека „ $\cdot$ ” е *лево асоцијативна* спрема „ $+$ ”, а и обратно дека „ $+$ ” е *десно асоцијативна* спрема „ $\cdot$ ”. Релацијата определена со (5) ја наречуваме релација за *симетричност* меѓу дадените две операции.

Во текот на натамошната работа, при некои познати особини на групоидот  $(M, \cdot)$  се определува обликот на сите операции „ $+$ ” кои се поврзани со операцијата „ $\cdot$ ” преку некоја од спомнатите пет релации. При тоа се добива дека ако групоидот  $(M, \cdot)$  е лево редуцибилен или идемпотентен со егзистенција на некој лево скратив елемент, постои реципрочно еднозначна кореспонденција меѓу десните трансляции на групоидот  $(M, \cdot)$  и операциите кои се лево комутативни со „ $\cdot$ ”; уште посебно, ако  $(M, \cdot)$  е полугрупа со неутрален елемент, постојат толку операции лево комутативни со „ $\cdot$ ” колку што има елементи во  $M$ . Аналогни резултати можат да се добијат и за десната комутативност. Ако  $(M, \cdot)$  е, на пример, група, постои реципрочно еднозначна кореспонденција меѓу ендоморфизмите на таа група и операциите комутативни со „ $\cdot$ ”. Во случај кога  $(M, \cdot)$  е полугрупа со неутрален елемент, на секое еднозначно пресликување од  $M$  во  $M$  му кореспондира една операција „ $+$ ” која е десно асоцијативна спрема „ $\cdot$ ”, а и обратно.