

Лема 1.3 Ако  $(M, \cdot)$  е лево редуцибилен групоид, на секоја операција „+“ лево комутативна со „ $\cdot$ “ и кореспондира реципрочно еднозначно една десна трансляција  $\varphi$  така да е точна релацијата (6).

Прво ќе покажеме дека е точна следната

Лема 1.4 Ако групоидот  $(M, \cdot)$  е лево редуцибилен, тогаш е точна релацијата

$$(7) (\forall x, y \in M) (xy)' = x' = x'x'$$

Доказ. Од тоа што сите елементи на  $M$  се лево асоцијативни следува

$$\begin{aligned} (\forall x, y) x' \cdot xy &= x'x \cdot y = xy \rightarrow \\ &\rightarrow (xy)' = x', \end{aligned}$$

Ако  $x' \in M'$ , спрема дефиницијата на левата редуцибилност, следува дека  $(\exists! y' \in M') y'x' = x'$ , а од тоа се добива

$$y'x = y' \cdot x'x = y'x' \cdot x = x'x = x,$$

од што следува  $y' = x'$ , т. е.  $x'x' = x'$ . Со тоа е покажана точноста на 1.4.

Ќе ја докажеме сега точноста на лемата 1.3.

Нека „+“ е лево комутативна со „ $\cdot$ “. Ако ставиме  $(\forall x) \varphi(x) = x' + x$ , ќе добиеме

$$(\forall x, y) x + y = x + y' y = x (y' + y) = x\varphi(y).$$

Понатаму, спрема (7), добиваме

$$\begin{aligned} (\forall x, y) \varphi(xy) &= (xy)' + xy = x' + xy \\ &= x'(x + y) = x' \cdot x\varphi(y) \\ &= x'x \cdot \varphi(y) = x\varphi(y), \end{aligned}$$

а од тоа следува дека  $\varphi$  е десна трансляција.

$$\text{Од } (\forall x, y) x + y = \varphi(xy) = \psi(xy) \text{ следува}$$

$$(\forall x) \varphi(x) = \varphi(x'x) = \psi(x'x) = \psi(x),$$

т. е.  $\varphi = \psi$ .

Со тоа точноста на 1.3 е покажана.

Од лемите 1.1, 1.2, и 1.3 следува следната

**Теорема 1.5** *Кај секој идемпотентен групоид со барем еден лево скрајинв елемент и кај секој лево редуцибилен групоид, постои реципрочно еднозначна кореспонденција меѓу десните трансляции на групоидот и операциите кои се лево комутативни со операцијата на групоидот.*

Кај групоидите со неутрален елемент, множеството од сите десни трансляции е напдно определено со множеството на сите десно асоцијативни елементи, што се гледа од наредните две леми.

Лема 1.6 Пресликувањето  $\varphi$  определено со

$$(8) (\forall x) \varphi(x) = xa,$$

е десна трансляција на групоидот  $(M, \cdot)$  ако и само ако  $a$  е десно асоцијативен елемент во тој групоид.

Доказот е очигледен.