Забелешка 1.11 Од последната лема не следува дека полугрупите $(M,\cdot)$ и $(M,\cdot_a)$ се изоморфни. На пример, ако $(M,\cdot)$ е мултипликативната полугрупа на цечите броеви, имаме $x_2 y = 2xy$, од каде следува дека полугрупите $(M,\cdot)$ и $(M,\cdot_2)$ не се изоморфни, оти првата е полугрупа со неутрален елемент, а во втората таков не постои.

Лема 1.12 Нека $(M,\cdot)$ е полугрупа со некој лев неутрален елемент. *Операциите „$\cdot_a$“ и „$\cdot_b$“ се меѓусебно лево комутативни ако и само ако* $ab = ba$.

Доказ. $ab = ba \rightarrow$

$\rightarrow (\forall x, y, z)\, x_a (y\, {}_b z) = xyzba = xyzab = x_b (y\, {}_a z) \rightarrow$

$\rightarrow$ „$\cdot_a$“ и „$\cdot_b$“ се взаемно лево комутативни.

Обратно, нека e е лев неутрален елемент на $(M,\cdot)$, а „$\cdot_a$“ и „$\cdot_b$“ се взаемно лево комутативни; имаме

$ab = eeeab = e(e_a e)\, b = e_b (e_a e) = e_a (e_b e) = ba.$

Со тоа точноста на 1.12 е покажана.

Од лемите 1.9, 1.10 и 1.12, спрема 1.8, следува точноста на следната

Теорема 1.13. Ако $(M,\cdot)$ е група, наредните три пропозиции се еквивалентни.

1°: *Операцијата „+“ е лево комутативна со „·“ ако и само ако е лево комутативна и со „$\cdot_a$“.*

2°: $(M,\cdot_a)$ *е група изоморфна со* $(M\cdot)$.

3°: $(\forall x)\, xa = ax$.

Ќе се задржиме сега на случајот кога $(M,\cdot)$ е десно редуцибилен групоид.

Нека φ е еднозначно пресликување од M во M со особината

(9) $(\forall x,y)\, xy \cdot \varphi(y) = x \cdot y\varphi(y),\ \varphi(xy) = \varphi(y),$

а операцијата „+“ определена со

(10) $(\forall x,y)\, x + y = x \cdot y\varphi(y).$

Лема 1.14 *Операцијата „+“ е лево комутативна со „·“.*

Доказот е очигледен.

Лема 1.15 Нека $(M,\cdot)$ е десно редуцибилен групоид. *На секоја операција „+“ лево комутативна со „·“ ѝ кореспондира едно пресликување* φ *со особината* $(\forall x,y)\, \varphi(xy) = \varphi(y)$, *такво да е точна релацијата* (10).

Доказ. Ако ставиме $(\forall x)\, \varphi(x) = x'' + x''$ [1], ќе добиеме

[1]) Со M″ е означено некое десно редуцирано множество, а со $x'', y'', \ldots$, неговите елементи.