$$(\forall x,y)\; x+y=x+yy''=x\,(y+y'')=x\,(y(y''+y''))$$
$$=x\cdot y\varphi(y),$$

т. е. точноста на (10).

Т е о р е м а 1.16 Нека групоидот $(M,\cdot)$ е лево и десно редуцибилен. *На секоја операција „+" лево комутативна со „·" ѝ кореспондира едно пресликување* φ *со особината* (9), *за кое е точна релацијата* (10).

Доказ. Нека „+" е лево комутативна со „·"; спрема 1.15, постои пресликување φ со особината $(\forall x,y)\,\varphi(xy)=\varphi(y)$, и поврзано со операциите „·" и „+" преку релацијата (10); поради левата редуцибилност, имаме

$$(\forall x,y)\;\; xy\cdot\varphi(y)=(x'x\cdot y)\,\varphi(y)=(x'\cdot xy)\,\varphi(xy)$$
$$=x'(xy\cdot\varphi(xy))=x'+xy$$
$$=x'(x+y)=x'(x\cdot y\varphi(y))$$
$$=x'x\cdot y\varphi(y)=x\cdot y\varphi(y),$$

а од тоа следува дека φ ја задоволува и релацијата (9). Со тоа е докажана точноста на 1.16.

З а б е л е ш к а 1.17 Во случај кога $(M,\cdot)$ е десно редуцибилна полугрупа, од 1.14 и 1.15 следува дека определувањето на сите операции лево комутативни со „·" е еквивалентно со определувањето на сите еднозначни пресликувања φ со особината $(\forall x,y)\,\varphi(xy)=\varphi(y)$. Ако M'' е едно десно редуцирано множество, а ψ еднозначно пресликување од M'' во М, ставувајќи $(\forall x)\,\varphi(x)=\psi(x'')$, добиваме едно пресликување φ со спомнатата особина; на тој начин се определуваат и сите десни транслации на полугрупата (да се види на пример, [7] стр. 23).

З а б е л е ш к а 1.18 Ако операциите „·" и „+" се меѓусебе десно комутативни, лесно се покажува дека нивните дуални операции „·*" и „+*" се меѓусебе лево комутативни. Од тоа следува дека сите резултати за левата комутавивност можат да се пренесат на соодветни резултати за десната комутативност, ако секаде „левите" поими се заменат со соодветни „десни", а и обратно.

Сега ќе се задржиме на релацијата за комутативност.

Л е м а 1.19 Ако φ е едноморфизам на групоидот $(M,\cdot)$, *операцијата* „+" *определена со* (6) *е комутативна со* „·".

Доказ.

$$(\forall x,y)\; x+y=\varphi(xy)=\varphi(x)\varphi(y)\;\rightarrow$$
$$\rightarrow\;(\forall u,v,x,y)\;(u+v)\,(x+y)=\varphi(uv)\,\varphi(xy)=\varphi(uv\cdot xy)$$
$$=uv+xy\qquad\rightarrow$$
$$\rightarrow\qquad „+"\quad \text{е комутативна со „·"}.$$

Т е о р е м а 1.20 Нека полугрупата има некој лев или десен неутрален елемент. *Постои реципрочно еднозначна коресподенција меѓу ендоморфизмите на полугрупата и операциите комутативни со* „·".