З А Д А Ч И — P R O B L E M E S

Задачите се поделени во две групи. Групата задачи, обележени со ѕвездичка, е за студенти, наставници и други, а останатите се и за ученици - средношколци.

Во идните броеви ќе ги соопштуваме решенијата на задачите, заедно со имињата на оние што ќе испратат до Редакцијата правилни решенија.

Ги молиме читателите за соработка во оваа рубрцка како со решување на задачи така и со поставување на нови оригинални задачи.

Les solutions des problèmes dont l'énoncé est écrit en français seront aussi publiées en cette langue et accompagnées des noms de ceux qui ont adressé à la Rédaction les solutions exactes.

14. Има ли ли проблемот: „Во даден триаголник да се впише триаголник со најмал можен обим" секогаш решение?

(J. У.)

15. Има ли системата неравенки

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_{i-1} - x_i + x_{i+1} + \cdots + x_n < 0 < x_i,$$

$$(i = 1,\ 2, \cdots,\ n),$$

решение?

(J. Улчар)

16. Да се пресмета изразот

$$\sqrt[m]{x^{m-1}\sqrt[m]{x^{m-1}\sqrt[m]{\cdots}}},$$

каде што $x > 0$ за парен m, а $x \gtrless 0$ за непарен m.

(В. Јанекоски)

17* Во однос на една координатна система Oxy е дадена кривата

(1) $$b^2 x^2 \pm a^2 y^2 = a^2 b^2,$$

каде што a и b се рационални броеви.

Да се покаже дека сите точки од рамнината Oxy од кои можат на (1) да се повлечат тангенти чии што равенки (во однос на Oxy) имаат целобројни коефициенти се „рационални" (т. е. со рационални координати во однос на Oxy) точки од кривите

(2) $$b^2 x^2 \pm a^2 y^2 = a^2 b^2 \pm \lambda^2,$$

каде што λ е произволен рационален број. При тоа во равенките (1) и (2) треба да се земе ист знак.

(Ј. Улчар)

18* Дадени се две конгруентни параболи П и П′ кои имаат иста оска. П има во однос на некоја координатна система Oxy равенка со цели коефициенти.

Ако постои една таква тангента од П чиј што допир е „рационална" (во однос на Oxy) точка и која параболата П′ ја сече во „рационални" точки, тогаш *секоја* тангента од П со „рационален" допир ја сече П′ во „рационални" точки. Доказ!

(Ј. Улчар)

19* Да се покаже дека *Laplace*-овата диференцијална равенка

$$\sum_{i=0}^{2} (a_i x + b_i)\, y^{(2-i)} = 0$$

за $a_0 = 0$ е интеграбилна, ако е задоволен условот

$$b_0 a_2^2 - a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_2 = k a_1^3,$$

k е произволен цел позитивен или негативен број.

(Б. Попов)