БИТРАКОВ ДИМИТАР

КОРИСТЕЊЕ НА МОМЕНТИТЕ ОД m-ТИ РЕД ЗА ОПРЕДЕЛУВАЊЕ НА ИНФЛУЕНТНИТЕ ЛИНИИ НА КОНТИНУАЛНА ГРЕДА

Еластичната линија на права призматична греда (сл. 1) натоварена со попречни товари а потпрена на произволен начин само на двата краја A и B се изразува со следната равенка:

$$\omega(x)=\frac{l^3}{EJ}\left[y(0)+y'(0)x+y''(0)\frac{x^2}{2!}+y'''(0)\frac{x^3}{3!}+\frac{A_x^3}{3!}\right] \tag{1}$$

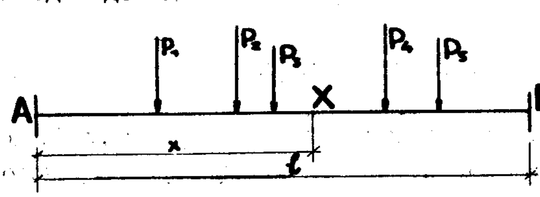
а линијата на нагибите на тангентите, дијаграмот на нападните моменти и трансверзалната сила со равенките:

$$\omega'(x)=\frac{l^2}{EJ}\left[y'(0)+y''(0)x+y'''(0)\frac{x^2}{2!}+\frac{A_x^2}{2!}\right] \tag{2}$$

$$M(x)=-l\left[y''(0)+y'''(0)\,x+A_x^1\right] \tag{3}$$

$$Q(x)=-1\left[y'''(0)+A_x^0\right] \tag{4}$$

Во равенките (1) до (4) со l е означена должината на гредата AB а E и J се познатите константи. Растојанието на кој било пресек X на гредата AB од левиот крај A е изразено со односот меѓу растојанието од пресекот до левиот крај и должината на гредата. Тој однос во равенките (1) до (4) е означен со x. Сите пресеци нз гредата поради таа се добиваат за вредности на x од 0 до 1.



Сл. 1

Ознаките A_x^3, односно A_x^2, A_x^1 и A_x^0 во равенките (1) до (4) претставуваат моменти од трети, односно втори, први и нулти ред во однос на пресекот X за товарите што се наоѓаат на гредата меѓу A и X. И овде при определување на моментите, растојанијата ќе ги земеме редуцирани, т. е. односите меѓу растојанијата на силите од крајот на гредата и должината на гредата.

Ако пресекот X се совпадне со десниот крај на гредата B, тогаш ознаките A_x^3, A_x^2, A_x^1 i A_x^0 преминуваат во A_B^3, A_B^2, A_B^1 и A_B^0 и претставуваат моменти од трети односно втори, први и нулти ред во однос на истиот крај B на гредата за товарите врз гредата AB. Моментите од трети, втори, први и нулти ред во однос на крајот A од товарите врз гредата што ќе ги користиме почесто се означуваат со B_A^3, B_A^2, B_A^1 и B_A^0.

Равенките (2), (3) и (4) кои заедно со равенката (1) ја карактеризираат деформираната и напрегнатата состојба на гредата AB се изразени преку една функција $y(x)$ — функцијата во средната заграда од равенката (1) и нејзините изводи до трети ред, помножени со соодветните константи пред заградите. Затоа равенките (1) до (4) можат да се напишат во скратена форма на следниов начин:

$$\omega(x)=\frac{l^3}{EJ}\,y(x);\quad \omega'(x)=\frac{l^2}{EJ}\,y'(x),\; M(x)=-ly''(x);\; Q(x)=-y'''(x) \tag{5}$$

Ако во равенките (1) до (4) ставиме $x = 0$ добиваме:

$$\omega(0) = \frac{l^3}{EJ} y(0);\ \omega'(0) = \frac{l^2}{EJ} y'(0);\ M(0) = -ly''(0);\ Q(0) = -y'''(0) \tag{6}$$

од каде што се гледа физичката смисла на константите $y(0)$, $y'(0)$, $y''(0)$ и $y'''(0)$.

Тие помножени соодветно со константите пред заградите во равенките (1) до (4) го даваат ~~угибот~~, нагибот, моментот и трансверзалната сила во левиот крај на гредата AB.

Вредностите на истите големини во десниот крај на гредата AB се добиваат од равенките (1) до (4) со замена на $x = 1$, што ни дава:

$$\omega(1) = \frac{l^3}{EJ} y(1);\ \omega'(1) = \frac{l^2}{EJ} y'(1);\ M(1) = -ly''(1);\ Q(1) = -y'''(1) \tag{7}$$

Осумте константи

$$y(0),\ y'(0),\ y''(0),\ y'''(0)$$
$$y(1),\ y'(1),\ y''(1),\ y'''(1)$$

кои ги изразуваат статичките и деформационите големини во левиот и десниот крај се определуваат од граничните услови — од условите на потпирањето на гредата во левиот и десниот крај. Четирите се определуваат од равенките (6) и (7) а со нивна помош од равенките (1) до (4) се определуваат и другите.

Овде ќе ги примениме равенките (1) до (4) за определување на инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во даден пресек X на греда просто потпрена на двата краја и континуална греда на $n + 2$ опори со вклештени или слободно потпрени краеви. Инфлуентните линии на големините при двострано вклештена греда, еднострано вклештена греда се специјални случаи на инфлуентните линии на континуалната греда.

Да ги определиме прво инфлуентните линии во пресекот X на греда слободно потпрена на двата краја. (сл. 2). Угибите и моментите во левиот и десниот крај на гредата се нули, та според тоа е:

$$\omega(0) = M(0) = 0;\ \omega(1) = M(1) = 0 \tag{8}$$

од каде што спрема (6) следува $y(0) = 0$, $y''(0) = 0$ а од равенките (1) и (3) имајќи предвид дека за $x = 1$, $\omega(1) = 0$, $M(1) = 0$ се добива:

$$y'(0) = \frac{1}{6}(2B_A^1 - 3B_A^2 + B_A^3);\ y'''(0) = B_A^1 - B_A^0 \tag{9}$$

Со замена на вредностите (8) и (9) во општите равенки (1) до (4) се добиваат равенките на еластичната линија, линијата на нагибите на тангентите, дијаграмот на нападните моменти и трансверзалната сила за просто потпрена греда во следниот вид:

$$\omega(x) = \frac{l^3}{EJ}\left[\frac{1}{6}(2B_A^1 - 3B_A^2 + B_A^3)x + (B_A^1 - B_A^0)\frac{x^3}{3!} + \frac{A_x^3}{3!}\right] \tag{10}$$

$$\omega'(x) = \frac{l^2}{EJ}\left[\frac{1}{6}(2B_A^1 - 3B_A^2 + B_A^3) + (B_A^1 - B_A^0)\frac{x^2}{2!} + \frac{A_x^2}{2!}\right] \tag{11}$$

$$M(x) = -l\left[(B_A^1 - B_A^0)x + A_x^1\right] \tag{12}$$

$$Q(x) = -1\left[(B_A^1 - B_A^0) + A_x^0\right] \tag{13}$$

При определувањето на инфлуентните линии редуцираното растојание од левиот крај на гредата до силата P ќе го означуваме со ξ. Јасно е дека ξ ќе се менува од 0 до 1, додека силата се преместува од левиот до десниот крај на гредата. Во понатамошниот текст под зборот растојание секогаш ќе се подразбира редуцираното растојание.

Нека е гредата натоварена со подвижна сила $P = 1$ на растојание ξ од левиот крај. Ќе разликуваме две положби на силата P и тоа, кога е силата лево од пресекот X, односно десно од истиот пресек. Претходно ќе биде потребно да ги пресметаме моментите до трети ред за силата P во однос на левиот крај A на гредата, како и моментите на истата сила во однос на пресекот X.

Моментите од трети до нулти ред за силата P во однос на левиот крај се:

$$B_A^0 = 1; B_A^1 = \xi; B_A^2 = \xi^2; B_A^3 = \xi^3 \qquad (14)$$

а моментите од истата сила во однос на пресекот X се:

$$A_x^0 = 1; A_x^1 = (x-\xi); A_x^2 = (x-\xi)^2; A_x^3 = (x-\xi)^3 \qquad (15)$$

кога е силата лево од пресекот X, а

$$A_x^0 = 0;\ A_x^1 = 0;\ A_x^2 = 0; A_x^3 = 0 \qquad (16)$$

за положба на силата десно од пресекот.

Равенката на инфлуентната линија за трансверзалната сила во пресекот X ќе се добие од равенката (13) кога вредностите за B_A^1 и B_A^0 од (14) и A_x^0 од (15) односно (16) ќе се заменат во истата и за променлива големина се смета ξ. За положба на силата P лево од пресекот, инфлуентната линија на трансверзалната сила го добива следниот вид:

$$Q(\xi) = -\xi \qquad (\xi \leqslant x) \qquad (17')$$

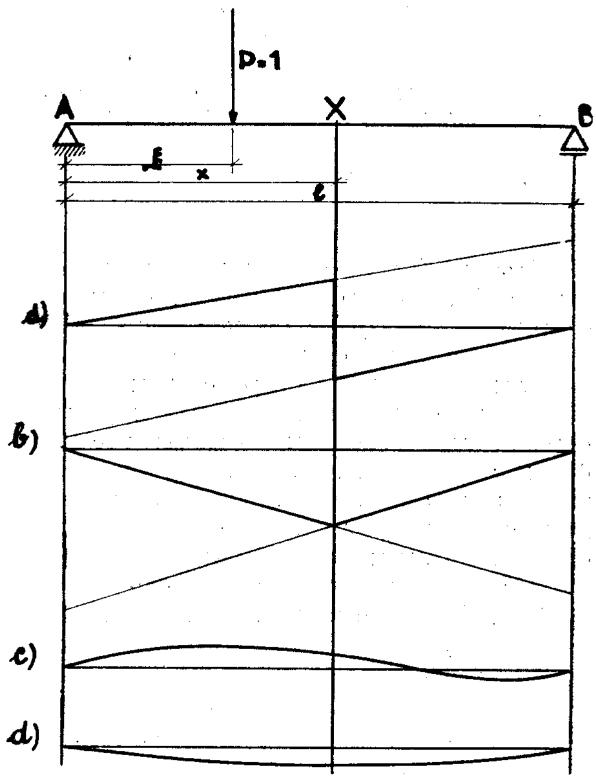
односно видот:

$$Q(\xi) = 1-\xi \qquad (x \leqslant \xi \leqslant 1) \qquad (17'')$$

за положба на силата десно од пресекот X. Инфлуентната линија според тоа е претставена со два аналитички изрази од кои се определува трансверзалната сила во пресекот X. За вредности $\xi \leqslant x$ таа се определува од равенката (17') а за вредности на $\xi \geqslant x$ од равенката (17''). (сл. 2а).

Равенката на инфлуентната линија на моментот во пресекот X ќе се добие од равенката (12) кога во неа ќе се заменат вредностите на B_A^1 и B_A^0 од (14) и се смета исто ξ променлива големина. За положба на силата лево од X, инфлуентната линија за моментот го добива следниот вид:

$$M(\xi) = l\xi(1-x) \qquad (\xi \leqslant x) \qquad (18')$$



Сл. 2

поради тоа што е $A_x^1 = x - \xi$, односно видот:

$$M(\xi) = lx(1-\xi) \qquad (x \leqslant \xi \leqslant 1) \qquad (18'')$$

за положба на силата десно од X, поради тоа што е $A_x^1 = O$ (сл. 2b)

Инфлуентната линија на нагибот во пресекот X се изразува со равенката:

$$\omega'(\xi) = \frac{l^2}{6EJ}\left[A(\xi) + 3x^2(\xi-1) + 3(x-\xi)^2\right] \qquad (19')$$

за положба на силата лево од X, а со равенката:

$$\omega'(\xi) = \frac{l^2}{6EJ}\left[A(\xi) + 3x^2(\xi-1)\right] \qquad (19'')$$

за положба на силата десно од пресекот. (сл. 2с).

Двете равенки (19') и (19'') со добиени кога ќе се заменат вредностите B_A^3, B_A^2, B_A^1 и B_A^0 од (14) во равенката (11) а за A_x^2 се зема вредноста (15) кога е силата лево од X, односно за A_x^2 вредноста од (16) за положба на силата десно од пресекот X.

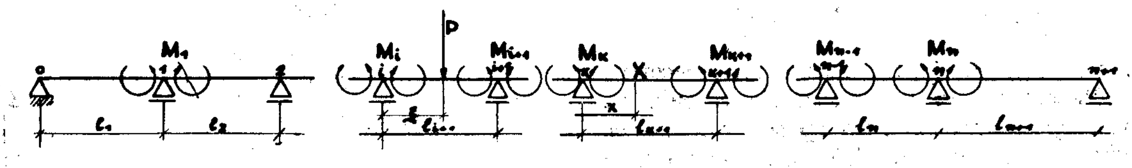
Со замена на вредностите за B_A^3, B_A^2, B_A^1 и B_A^0 од (14) во равенката (10), имајќи предвид дека е $A_x^3 = (x-\xi)^3$ кога е силата лево од X, односно $A_x^3 = O$ кога е силата десно од X, се добиваат следните равенки за инфлуентните линии на угибот во пресекот X: (сл. 2d).

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[xA(\xi) + x^3(\xi-1) + (x-\xi)^3\right] \qquad (20')$$

односно

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[x A(\xi) + x^3(\xi - 1)\right] \qquad (20'')$$

Нека е дадена континуална греда на n-меѓуопори слободно потпрена на краевите и нека е попречниот пресек на гредата непроменлив по целата должина (сл. 3.) Нумерирањето на опорите ќе го извршиме од лево на десно означувајќи го левиот крај со 0, а наредните опори со 1, 2 итн. а десниот крај со $n+1$. Должините на полињата ќе ги означуваме со l и соодветниот индекс што го означува бројот на полето



Сл, 3

Гредата (сл. 3) е n-пати статички неопределена. Со уфрлување на зглобови над опорите ја претвараме континуалната греда во низа прости греди натоварени со непознати моменти над опорите, кои ја заменуваат прекинатата врска. Статички неопределените големини — моментите над опорите M_1, M_2, ... M_n, чиј позитивен смер е означен на сл. 3, ќе ги определиме од условот на непрекинатоста на еластичната линија над опорите.

Ќе претпоставиме дека само во полето i $i+1$ дејствува единична сила P на растојание ξ од левиот крај на полето. Шестократните фиктивни реакции на i-тата и $i+1$ — опора од дејството на силата $P = 1$ се:

$$l^2_{i+1} A(\xi) \qquad l^2_{i+1} B(\xi) \qquad (21)$$

Со $A(\xi)$ и $B(\xi)$ се означени скратено изразите: $2\xi - 3\xi^2 + \xi^3$ и $\xi - \xi^3$.

Системот равенки од кои се определуваат непознатите моменти M_1, M_2, . . . M_n го има следниот вид:

$$\left|\begin{array}{ll}
2(l_1+l_2)M_1 + l_2 M_2 & = 0 \\
l_2 M_1 + 2(l_2+l_3)M_2 + l_3 M_3 & = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
l_i M_{i-1} + 2(l_i + l_{i+1})M_i + l_{i+1}M_{i+1} & = -l^2_{i+1}A(\xi) \\
l_{i+1}M_i + 2(l_{i+1} + l_{i+2})M_{i+1} + l_{i+2}M_{i+2} & = -l^2_{i+1}B(\xi) \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
l_n M_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1})M_n = 0 &
\end{array}\right. \qquad (22)$$

Детерминантата на системот е:

$$D = \left|\begin{array}{ccccccc}
2(l_1+l_2) & l_2 & & & & & \\
l_2 & 2(l_2+l_3) & l_3 & & & 0 & \\
& l_3 & 2(l_3+l_4) & l_4 & & & \\
& \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
& & \cdot & \cdot & \cdot & & \\
& & & \cdot & \cdot & \cdot & \\
& 0 & & & l_{n-1} & 2(l_{n-1}+l_n) & l_n \\
& & & & & l_n & 2(l_n+l_{n+1})
\end{array}\right| \qquad (23)$$

Моментот над к-тата опора M_k, според Крамеровите формули се добива по формулата:

$$M_k = \frac{D_k}{D} \qquad (k = 1,2, \ldots n) \qquad (24)$$

D_k е детерминантата што се добива кога во детерминантата на системот елементите во к-тата колона ќе се заменат со слободните членови на системот равенки (22). По нивното заменување во споменатата колона, од кои само членовите на i-тата и $i+1$-та равенка не се рамни на нула, и развивајќи ја добиената детерминанта по елементите на истата колона се добива:

$$D_k = -l_{i+1}^2 \left[D_{ik} A(\xi) + D_{i+1k} B(\xi) \right] \qquad (25)$$

Со D_{ik} односно $D_{i+1\,k}$ се означени алгебарските комплементи од i-тата и $i+1$-тата врста а к-тата колона а со l_{i+1} е означена должината на полето каде што се наоѓа силата P.

Моментот M_k според тоа е изразен со формулата:

$$M_k = -l_{i+1}^2 \left[\frac{D_{ik}}{D} A(\xi) + \frac{D_{i+1k}}{D} B(\xi) \right] \qquad (26)$$

Моментот над која било друга опора се добива од равенката (26) кога во неа место индексот k ќе се стави соодветниот индекс на другата опора. Се разбира дека, и ако силата се наоѓа во друго поле, за определување на M_k ќе се употреби истата равенка, со замена на индексите i $i+1$ со индексите на левиот и десниот крај на полето каде што таа сила дејствува. Според тоа со равенката (26) се изразени сите моменти над опорите на континуалната греда а за која било положба на подвижната сила. Бидејќи пак моментите се изразени во функција од растојанието на силата P од i-тата опора, со равенката (26) при соодветни индекси се изразени инфлуентните линии на сите моменти над опорите.

Алгебарските комплементи D_{ik}, D_{i+1k} се пресметуваат од детерминантата (23). Според положбата на силата и моментот што се бара потребно е да се пресметаат односите на соодветните комплементи и вредноста на детерминантата (23) и заменат во равенката (26).

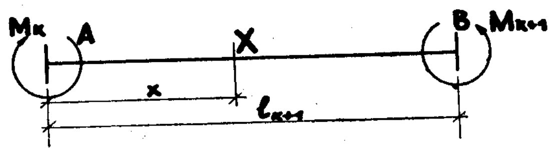
Згодно е сите односи да се пресметаат и средат во следната шема:

$$\begin{array}{ccccc} \frac{D_{11}}{D} & \frac{D_{12}}{D} & \frac{D_{13}}{D} & \cdots\cdots\cdots & \frac{D_{1n}}{D} \\ \frac{D_{21}}{D} & \frac{D_{22}}{D} & \frac{D_{23}}{D} & \cdots\cdots\cdots & \frac{D_{2n}}{D} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots \\ \frac{D_{n1}}{D} & \frac{D_{n2}}{D} & \frac{D_{n3}}{D} & \cdots\cdots\cdots & \frac{D_{nn}}{D} \end{array} \qquad (27)$$

Со равенката (26) и вредностите на шемата (27) се определени инфлуентните линии на моментите над сите опори од континуалната греда за сите положби на подвижната сила.

За положбата на силата во првото поле, односно последното, во равенката (26) ќе се замени $i=0$, $i+1=1$, односно $i=n$, $i+1=n+1$ што ни дава алгебарски комплементи со индекси кои ги нема во шемата. Равенката (26) важи и во тој случај, ако се зема дека тие алгебарски комплементи се рамни на нула.

Користејќи ги инфлуентните линии на моментите над опорите на континуалната греда и равенките (10) до (13) ќе ги определиме инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во кој било пресек од кое било поле на гредата.



Сл. 4

Ќе го разгледаме полето k $k+1$ (сл. 4). Тоа претставува просто потпрената греда натоварена во нејзините краеви со моментите M_k и M_{k+1}.

Врз основа на (26) тие се рамни:

$$M_k = -l_{i+1}^2 \left[\frac{D_{ik}}{D} A(\xi) + \frac{D_{i+1k}}{D} B(\xi) \right] \qquad (28)$$

$$M_{k+1} = -l_{i+1}^2 \left[\frac{D_{ik+1}}{D} A(\xi) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D} B(\xi) \right] \qquad (29)$$

Вредностите на моментите од трети до нулти ред во однос на левата опора A, како и вредностите на моментите од трети до нулти ред во однос на пресекот X (на растојание x) од гредата k $k+1$ се:

$$B_A^3 = -3\frac{M_{k+1}}{l_{k+1}}; B_A^2 = -2\frac{M_{k+1}}{l_{k+1}}; B_A^1 = \frac{M_k}{l_{k+1}} - \frac{M_{k+1}}{l_{k+1}}; B_A^0 = 0 \qquad (30)$$

односно

$$A_x^3 = -3\frac{M_k}{l_{k+1}} x^2;\; A_x^2 = -2\frac{M_k}{l_{k+1}} x; A_x^1 = -\frac{M_k}{l_{k+1}}; A_x^0 = 0 \qquad (31)$$

Со l_{k+1} е означена должината на гредата $k\ k+1$.

По замена на вредностите (30) и (31) во равенките (10) до (13) и средување, за определување на статичките и деформационите големини во пресекот X од гредата $k\ k+1$ се добиваат следните равенки:

$$\omega(x) = \frac{l_{k+1}^2}{6\,EJ}\left[M_k A(x) + M_{k+1} B(x)\right] \qquad (32)$$

$$\omega'(x) = \frac{l_{k+1}}{6\,EJ}\left[M_k A'(x) + M_{k+1} B'(x)\right] \qquad (33)$$

$$M(x) = -\frac{1}{6}\left[M_k A''(x) + M_{k+1} B''(x)\right] \qquad (34)$$

$$Q(x) = -\frac{1}{6\,l_{k+1}}\left[M_k A'''(x) + M_{k+1} B'''(x)\right] \qquad (35)$$

Со овие равенки се определени еластичната линија, линијата на нагибите на тангентите, дијаграмот на моментот и трансверзалната сила на гредата $k\ k+1$ натоварена со моментите M_k и M_{k+1} во нејзините краеви. (Смеровите се означени на сликата 4).

На крајот, со замена на вредностите за M_k и M_{k+1} во равенките (32) до (35), истите ќе се средат и x се смета за константа а ξ за променлива големина, се добиваат инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во пресекот X од полето $k\ k+1$.

Инфлуентната линија на угибот во пресекот X од гредата $k\ k+1$ е дадена со равенката:

$$\omega(\xi) = -\frac{l_{i+1}^2\, l_{k+1}^2}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{ik}}{D}A(x) + \frac{D_{ik+1}}{D}B(x)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{i+1k}}{D}A(x) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}B(x)\right]\right\} \qquad (36)$$

а инфлуентните линии на нагибите на тангентите, моментот и трансверзалната сила исто во пресекот X со равенките:

$$\omega'(\xi) = -\frac{l_{i+1}^2\, l_{k+1}}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{ik}}{D}A'(x) + \frac{D_{ik+1}}{D}B'(x)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{i+1k}}{D}A'(x) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}B'(x)\right]\right\} \qquad (37)$$

$$M(\xi) = \frac{l_{i+1}^2}{6}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{ik}}{D}A''(x) + \frac{D_{i\,k+1}}{D}B''(x)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{i+1\,k}}{D}A''(x) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}B''(x)\right]\right\} \qquad (38)$$

$$Q(\xi) = \frac{l_{i+1}^2}{6 l_{k+1}}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{ik}}{D}A'''(x) + \frac{D_{i\,k+1}}{D}B'''(x)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{i+1k}}{D}A'''(x) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}B'''(x)\right]\right\} \qquad (39)$$

Инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во пресекот X од кое било друго поле за разни положби на силата се добиваат исто од равенките (36) до (39) кога во нив ќе се заменат соодветните индекси. Првите индекси $i\ i+1$ го определуваат полето каде што дејствува силата, а вторите индекси $k\ k+1$ ги определуваат краевите на полето каде што се бара влијанието. Со равенките (36) до (39) се опфатени според тоа инфлуентните линии на споменатите големини во кој било пресек од кое било поле на континуалната греда а за положба на силата во кое било поле од гредата. Вредностите на односите на алгебарските комплементи и детерминантата се средени во шемата (27).

За положба на силата во првото поле, во равенките се јавуваат алгебарски комплементи со први индекси нула, а за положба на силата во последното поле алгебарски комплементи со први индекси $n+1$. Освен тоа при определувањето на инфлуентните линии за пресек во првото поле, односно последното од континуалната греда, вторите индекси на алгебарските комплементи се нула односно $n+1$. Равенките (36) до (39) важат и во тој случај, ако се земе дека тие алгебарски комплементи се рамни на нула.

Равенките (36) до (39) се изведени под претпоставка дека во полето $k\ k+1$ дејствуваат само моментите M_k и M_{k+1}. Во случаите кога е силата во истото поле каде што се наоѓа и пресекот X, инфлуентните линии се добиваат со суперпозиција на инфлуентните линии (36) и (39) со соодветните равенки на инфлуентните линии за просто потпрена греда (17′ — 17″), (18′ — — 18″), (19′ — 19″) и (20′ — 20″).

Изведените равенки можат да се применат и за определувањето на инфлуентните линии на статичките и деформационите големини на континуална греда на n — меѓуопори, чии краеви се вклештени, ако во нив се вршат измени, кои ги даваме без изведување.

а) Детерминантата D го има сега следниот вид:

$$\begin{vmatrix} 2(\frac{3}{4}l_1+l_2) & l_2 & & & & 0 \\ l_2 & 2(l_2+l_3) & l_3 & & & \\ & l_3 & 2(l_3+l_4) & l_4 & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & & & l_{n-1} & 2(l_{n-1}+l_n) & l_n \\ & & & & l_n & 2(l_n+\frac{3}{4}l_{n+1}) \end{vmatrix} \quad (40)$$

б) Ако е силата во првото или последното поле а пресекот X во едно од средните полиња, во равенките (36) до (39) треба да се замени:

$$A(\xi) \text{ со } \frac{3}{2}\overline{A}(\xi) \text{ и } B(\xi) \text{ со } \frac{3}{2}\overline{B}(\xi) \qquad (41)$$

в) Ако е пресекот X во првото или последното поле а силата во едно од средните полиња, во равенките треба да се замени:

$$A(x) \text{ со } \frac{3}{2}\overline{A}(x) \text{ и } B(x) \text{ со } \frac{3}{2}\overline{B}(x) \qquad (42)$$

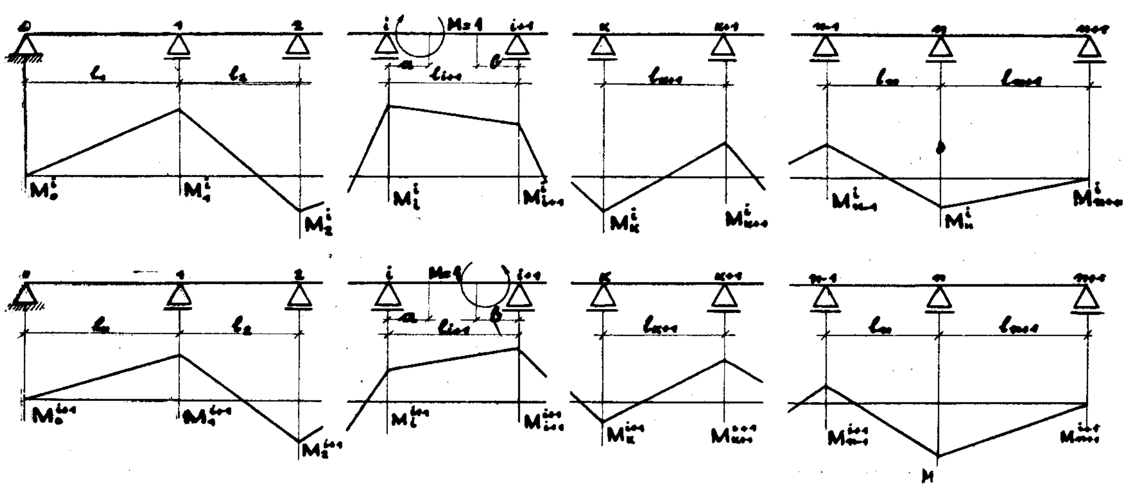
и нивните изводи.

г) Двете смени под б) и в) ќе се извршат во равенките (36) до (39) за положба на силата во првото поле а пресекот во последното и обратно.

Ако и силата и пресекот се наоѓаат во крајните полиња, инфлуентните линии добиени со смените под б) и в) треба да се суперпонираат со инфлуентните линии на соодветната големина во пресекот X, сметајќи го полето $0-1$ за еднострано вклештена греда во левиот крај, а гредата $n-n+1$ за еднострано вклештена греда во десниот крај.

Равенките (36) до (39) можат да се напишат во друг поопшт и позгоден вид, ако место константите — односите на алгебарските комплементи и детерминантата (23) се воведат други константи.

Ќе претпоставиме дека врз гредата i $i+1$ на растојание ξ од левиот крај дејствува момент $M=1$. (сл. 5).



Сл. 5

Моментот над опората k од дејството на тој момент ќе биде сега изразен со формулата:

$$M_k = -l_{i+1}\left[\frac{D_{ik}}{D}A'(\xi) + \frac{D_{i+1\,k}}{D}B'(\xi)\right] \qquad (43)$$

За $\xi=0$; (сл. 5а) за положба на моментот во левиот крај на гредата i $i+1$ се добива:

$$M_k^i = -l_{i+1}\left[2\frac{D_{ik}}{D} + \frac{D_{i+1\,k}}{D}\right] \qquad (44)$$

поради тоа што е $A'(0)=2$, $B'(0)=1$ додека за положба на истиот момент во десниот крај од гредата $i\ i+1$ $(\xi=1)$ (сл. 5 с) но со обратен смер се добива:

$$M_k^{i+1} = -l_{i+1}\left[\frac{D_{ik}}{D} + 2\frac{D_{i+1k}}{D}\right] \qquad (45)$$

Со M_k^i и M_k^{i+1} се означени моментите над к-тата опора од моментот $M=1$ соодветно во левиот и десниот крај од гредата $i\ i+1$ (сл. 5b, 5d).

Од равенките (44) и (45) за односите $\frac{D_{ik}}{D}$, $\frac{D_{i+1k}}{D}$ се добиваат следните вредности:

$$\frac{D_{ik}}{D} = -\frac{1}{3\,l_{i+1}}(2\,M_k^i - M_k^{i+1}) \qquad (46)$$

$$\frac{D_{i+1k}}{D} = \frac{1}{3\,l_{i+1}}(M_k^i - 2\,M_k^{i+1}) \qquad (47)$$

Аналогно, за односите $\frac{D_{i+1k}}{D}$ и $\frac{D_{i+1\ k+1}}{D}$ се добива:

$$\frac{D_{i\,k+1}}{D} = -\frac{1}{3\,l_{i+1}}(2\,M_{k+1}^i - M_{k+1}^{i+1}) \qquad (48)$$

$$\frac{D_{i+1\ k+1}}{D} = \frac{1}{3\,l_{i+1}}(M_{k+1}^i - 2\,M_{k+1}^{i+1}) \qquad (49)$$

По замена на вредностите (46), (47), (48) и (49) во равенките (36) до (39) водејќи сметка дека е $2A(\xi) - B(\xi) = 3\overline{A}(\xi)$; $A(\xi) - 2B(\xi) = -3\overline{B}(\xi)$ каде што со $\overline{A}(\xi)$ и $\overline{B}(\xi)$ скратено се означени функциите $\xi - 2\,\xi^2 + \xi^3$ и $\xi^2 - \xi^3$, инфлуентната линија за угибот во пресекот X го добива следниот вид:

$$\omega(\xi) = \frac{l_{i+1}\,l_{k+1}^2}{6\,EJ}\left\{\overline{A}(\xi)\,[\,M_k^i A(x) + M_{k+1}^i B(x)] + \overline{B}(\xi)\,[M_k^{i+1} A(x) + M_{k+1}^{i+1}\,B(x)]\right\} \qquad (50)$$

а инфлуентните линии на нагибот, моментот и трансверзалната сила во истиот пресек видот:

$$\omega'(\xi) = \frac{l_{i+1}\,l_{k+1}}{6\,EJ}\left\{\overline{A}(\xi)\,[M_k^i A'(x) + M_{k+1}^i B'(x)] + \overline{B}(\xi)\,[M_k^{i+1} A'(x) + M_{k+1}^{i+1} B'(x)]\right\} \qquad (51)$$

$$M(\xi) = -\frac{l_{i+1}}{6}\left\{\overline{A}(\xi)\,[M_k^i A''(x) + M_{k+1}^i\,B''(x)] + \overline{B}(\xi)\,[M_k^{i+1} A''(x) + M_{k+1}^{i+1} B''(x)]\right\} \qquad (52)$$

$$Q(\xi) = -\frac{l_{i+1}}{6\,l_{k+1}}\left\{\overline{A}(\xi)\,[M_k^i A'''(x) + M_{k+1}^i B'''(x)] + \overline{B}(\xi)\,[M_k^{i+1} A'''(x) + M_{k+1}^{i+1} B'''(x)]\right\} \qquad (53)$$

Како што се гледа од равенките (50) до (53), за определувањето на инфлуентните линии е потребно сега да се определат реакциите на гредата — моментите над опорите од дејството на фиктивните моменти $M=1$ над левиот и десниот крај од гредата $i\ i+1$ (смеровите на моментите се означени на сл. 5а, 5с), за положба на силата во полето $i\ i+1$.

Истото ќе треба да се повтори и за другите полиња за да се имаат сите потребни константи за определување на инфлуентните линии во кој било пресек и во која било положба на силата.

За определување на константите згодно е да се користи методата на фокусните односи поради што стално е оптеретено само едно поле.

Истите се определуваат според формулата:

$$\gamma_{k\,k+1} = 2 + \frac{l_k}{l_{k+1}}\left(2 - \frac{1}{\gamma_{k-1\,k}}\right) \qquad (54)$$

а моментите над к-тата и $k+1$ — та опора по формулите:

$$M_k = -6\,\frac{A^\Phi\,\gamma_{k+1\,k} - B^\Phi}{(\gamma_{k\,k+1}\cdot\gamma_{k+1\,k} - 1)\,l_{k+1}}$$

$$M_{k+1} = -6\cdot\frac{A^\Phi\,\gamma_{k\,k+1} - B^\Phi}{(\gamma_{k\,k+1}\cdot\gamma_{k+1\,k} - 1)\,l_{k+1}} \qquad (55)$$

каде што со A^Φ и B^Φ се означени EJ — струките агли на обрнувањето на опорите на проста греда.

Равенките (50) и (53) за разлика од равенките (36) до (39), кои се изведени посебно за греда слободно потпрена во краевите а посебно кога е вклештена, важат сега и за слободно потпрена и за континуална греда со еден или двата вклештени краја. Нивниот облик останува неизменет а влијанието на вклештувањето ќе биде изразено преку големините на реакциите-моментите над опорите и моментите на вклештувањето во краевите на континуалната греда.

До колку силата и пресекот се наоѓаат во исто поле, инфлуентните линии се добиваат со суперпозиција на инфлуентните линии (50) до (53) со соодветните равенки на инфлуентните линии за просто потпрена греда.

Посебно од равенките (50) до (53) се добиваат инфлуентните линии на статичките и деформационите големини за двострано вклештена греда и еднострано вклештена греда во левиот и десниот крај.

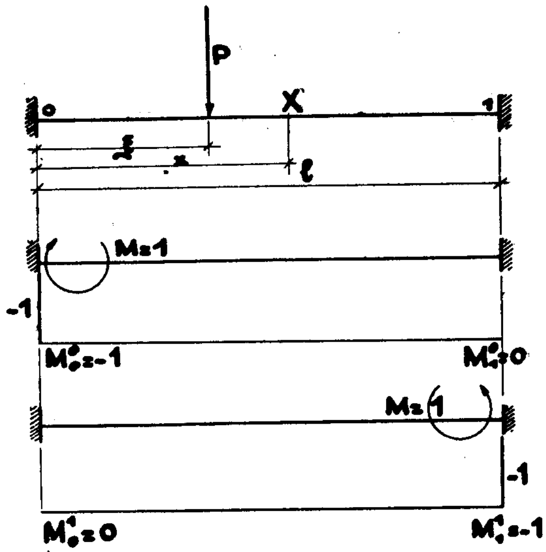
За двострано вклештена греда вредностите на константите се: (сл. 6)

$$M_0^0 = -1,\ M_1^0 = 0,\ M_0^1 = 0,\ M_1^1 = -1 \quad (56)$$

Од равенката (50) по замена на овие вредности се добива:

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[-A(x)\,\bar{A}(\xi) - B(x)\,\bar{B}(\xi)\right]$$

Таа треба да се суперпонира со инфлуентната линија на угибот во пресекот X за проста греда поради тоа што пресекот и силата се во исто поле. Спрема (20') го добива видот:



Сл. 6

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[-A(x)\,\bar{A}(\xi) - B(x)\,\bar{B}(\xi)\right] + \frac{l^3}{6EJ}\left[x\,A(\xi) + (\xi - 1)\,x^3 + (x - \xi)^3\right]$$

а по средување видот:

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[3x^2\,\bar{A}(\xi) + x^3\,Q_1(\xi) + (x - \xi)^3\right] \quad (57)$$

Со $Q_1(\xi)$ скратено е означена функцијата $-1 + 3\xi^2 - 2\xi^3$.

Инфлуентните линии на нагибот, моментот и трансверзалната сила се добиваат од равенките (51) до (53) по замена на константите (56) и суперпонирање соодветно со равенките (17') до (19'). По средување тие го добиваат следниот вид:

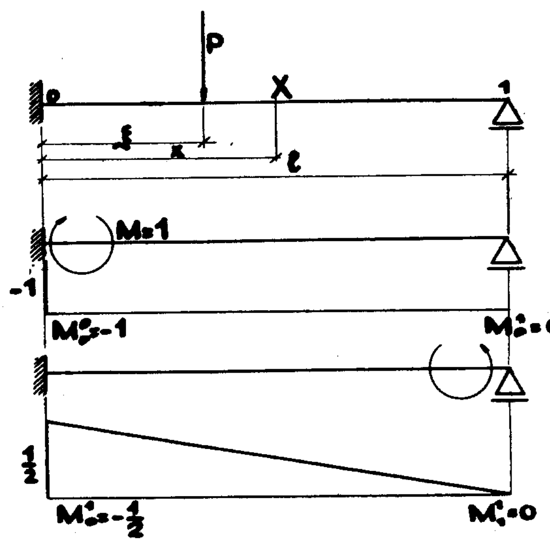
$$\omega'(\xi) = \frac{l^2}{6EJ}\left[6x\,\bar{A}(\xi) + 3x^2\,Q_1(\xi) + 3(x - \xi)^2\right] \quad (58)$$

$$M(\xi) = -l\left[\bar{A}(\xi) + x\,Q_1(\xi) + (x - \xi)\right] \quad (59)$$

$$Q(\xi) = -1\,[Q_1(\xi) + 1] \quad (60)$$

Инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во пресекот X на двострано вклештена греда за положба на силата десно од пресекот се добиваат исто со замена на вредностите (56) во равенките (50) до (53). Меѓутоа тие треба да се суперпонираат соодветно со равенките (17″) до (20″).

За инфлуентната линија на угибот на еднострано вклештена греда во левиот крај (сл. 7) се добива равенката:



Сл. 7

$$\omega(\xi) = \frac{l^3}{6EJ}\left[-\bar{A}(\xi)A(x) - \frac{1}{2}\bar{B}(\xi)\,B(x)\right] + \frac{l^3}{6EJ}\left[x\,A(\xi) + (\xi - 1)\,x^3 + (x - \xi)^3\right]$$

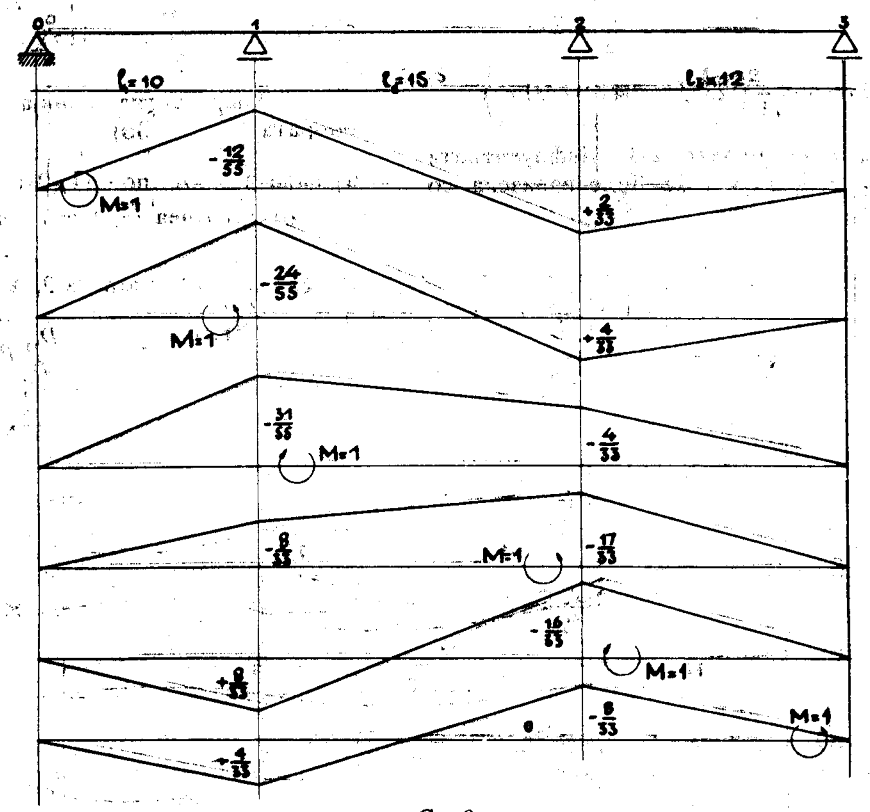
Детерминантата (23) го има следниот вид:

$$D = \begin{vmatrix} 2(l_1 + l_2) & l_2 \\ l_2 & 2(l_2 + l_3) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 50 & 15 \\ 15 & 54 \end{vmatrix}$$

Нејзината вредност изнесува $D = 2475$, а вредностите на алгебарските комплементи се $D_{11} = 54$, $D_{12} = -15$, $D_{21} = -15$, $D_{22} = 50$

Според тоа односите на истите и детерминантата се:

$$\frac{D_{11}}{D} = \frac{6}{275} \qquad \frac{D_{12}}{D} = -\frac{1}{165}$$
$$\frac{D_{21}}{D} = -\frac{1}{165} \qquad \frac{D_{22}}{D} = \frac{2}{99} \qquad (71)$$



Сл. 9

Четирите константи се доволни за определувањена инфлуентните линии на четирите големини во произволен пресек од гредата.

1. Инфлуентна линија на моментот M_1 над опората 1. (сл. 10а).

Одделно ќе ги определуваме равенките за положба на силата во одделни полиња, па според тоа инфлуентната линија ќе биде аналитички претставена со три равенки. За определување на инфлуентната линија на моментот M ќе ја користиме равенката (26):

а) силата е во полето 0-1

Од формулата:

$$M_k = -l_{i+1} \left[\frac{D_{ik}}{D} A(\xi) + \frac{D_{i+1\,k}}{D} B(\xi) \right],$$

со замена $i = 0$, $i + 1 = 1$, $k = 1$ се добива следната равенка за инфлуентната линија за M_1 кога силата се наоѓа во полето 0-1.

$$M_1 = -l_1 \left[\frac{D_{01}}{D} A(\xi) + \frac{D_{11}}{D} B(\xi) \right]$$

Внесувајќи ги вредностите $\frac{D_{01}}{D} = 0, \frac{D_{11}}{D} = \frac{6}{275}$ и вредностите за $A(\xi)$ и $B(\xi)$ се добива:

$$M_1(\xi) = -\frac{24}{11}\left(\xi - \xi^3\right)$$

б) силата е во полето 1-2. Од истата формула со замена $i = 1$, $i + 1 = 2$, $k = 1$ за инфлуентната линија на M_1 се добива следната равенка:

$$M_1(\xi) = -l_2^2 \left[\frac{D_{11}}{D} A(\xi) + \frac{D_{21}}{D} B(\xi)\right] \quad (72)$$

Од равенката (72) по замена на вредностите за $\frac{D_{11}}{D}$, $\frac{D_{21}}{D}$, l_2 и средување се добива:

$$M_1(\xi) = -\frac{3}{11}\left(23\,\xi^3 - 54\,\xi^2 + 31\,\xi\right)$$

в) силата е во полето 2-3. Инфлуентната линија во овој случај ќе биде изразена со равенката:

$$M_1(\xi) = \frac{48}{55}\left(2\,\xi - 3\,\xi^2 + \xi^3\right) \quad (73)$$

Равенката (73) се добива кога во равенката

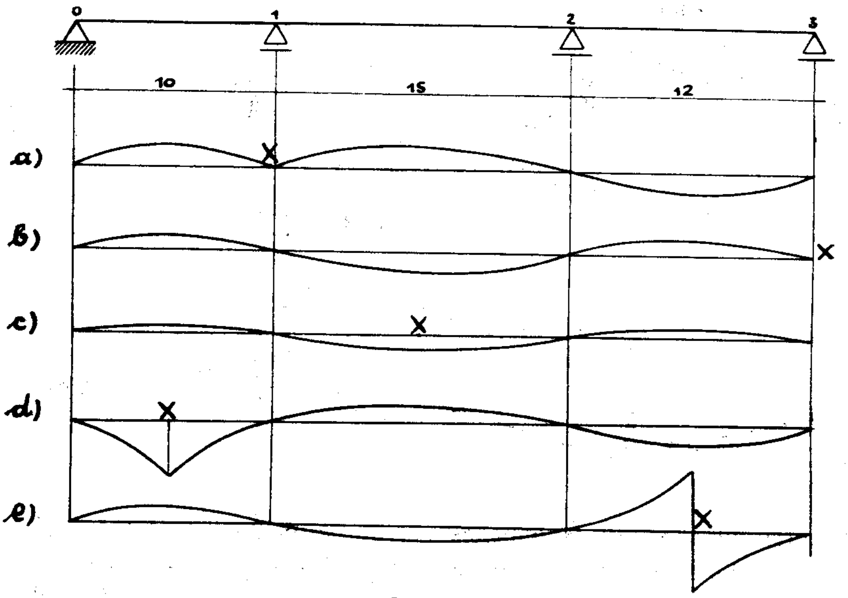
$$M_1(\xi) = -l_3^2 \left[\frac{D_{21}}{D} A(\xi) + \frac{D_{31}}{D} B(\xi)\right]$$

ќе се замени $\frac{D_{21}}{D} = -\frac{1}{165}$, $\frac{D_{31}}{D} = 0$, $l_3 = 12$.

2. Инфлуентна линија на нагибот во опората 3 (сл. 10b).

а) силата е во полето 0-1. Од формулата (37) кога во неа ќе се заменат $i=0$, $i+1=1$, $k=2$, $k+1=3$ се добива инфлуентната линија на нагибот во опор та 3, во следниот вид:

$$\omega'(\xi) = -\frac{l_3\, l_1^2}{6\,EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{02}}{D}A'(1) + \frac{D_{03}}{D}B'(1)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{12}}{D}A'(1) + \frac{D_{13}}{D}B'(1)\right]\right\}$$



Сл. 10

односно

$$\omega'(\xi) = -\frac{40}{33EJ}\left(\xi - \xi^3\right)$$

поради тоа што е

$$\frac{D_{02}}{D} = \frac{D_{03}}{D} = \frac{D_{13}}{D} = 0,\ \frac{D_{12}}{D} = -\frac{1}{165}.$$

б) силата е во полето 1-2. Инфлуентната линија на нагибот сега е претставена со равенката:

$$\omega'(\xi) = -\frac{l_3\, l_2^2}{6\,EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{12}}{D}A'(1) + \frac{D_{13}}{D}B'(1)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{22}}{D}A'(1) + \frac{D_{23}}{D}B'(1)\right]\right.$$

односно по замена на вредностите за $\frac{D_{12}}{D} = -\frac{1}{165}$, $\frac{D_{22}}{D} = \frac{2}{99}$ со равенката:

$$\omega'(\xi) = -\frac{10}{11\,EJ}\left(13\,\xi^3 - 9\,\xi^2 - 4\,\xi\right)$$

в) силата е во полето 2—3. Инфлуентната линија на нагибот во опората 3 спрема (37) а за $i=2$, $k=2$, $k+1=3$, го добива следниот вид:

$$\omega'(\xi) = \frac{l_3^3}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{22}}{D}A'(1)+\frac{D_{23}}{D}B'(1)\right]+B(\xi)\left[\frac{D_{32}}{D}A'(1)+\frac{D_{33}}{D}B'(1)\right]\right\}$$

односно

$$\omega'(\xi) = \frac{64}{11EJ}\left(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3\right) \qquad (74)$$

Равенката (74) ќе треба да се суперпонира со инфлуентната линија на нагибот во опората 3 сметајќи го полето 2-3 за проста греда.

Спрема (19′) за $x=1$ таа е изразена со равенката:

$$\omega'(\xi) = -\frac{l_3^2}{6EJ}\left(\xi - \xi^3\right)$$

та според тоа инфлуентната линија ќе биде претставена со равенката:

$$\omega'(\xi)=\frac{64}{11EJ}\left(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3\right)-\frac{24}{EJ}\left(\xi-\xi^3\right)$$

3. Инфлуентна линија на угибот во средината на полето 1-2 (сл. 10с)

За определување на инфлуентната линија на угибот ќе ја користиме равенката (36).

а) силата е во полето 0-1. Од равенката (36) по заменување на $i=0$, $i+1=1$, $k=1$, $k+1=2$, се добива инфлуентната линија за угибите во кој било пресек од полето 1-2, за положба на силата во полето 0-1 во следниот вид:

$$\omega(\xi)=-\frac{l_1^2\, l_2^2}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{01}}{D}A(x)+\frac{D_{02}}{D}B(x)\right]+B(\xi)\left[\frac{D_{11}}{D}A(x)+\frac{D_{12}}{D}B(x)\right]\right\}$$

По замена на вредностите на $\frac{D_{01}}{D} = \frac{D_{02}}{D} = 0$, $\frac{D_{11}}{D} = \frac{6}{275}$, $\frac{D_{12}}{D} = -\frac{1}{165}$, $x = \frac{1}{2}$ равенката на инфлуентната линија за угибот во средината од полето 1-2 го добива следниот вид:

$$\omega(\xi) = -\frac{975}{44\,EJ}\left(\xi - \xi^3\right)$$

б) силата е во полето 1-2. Во овој случај инфлуентната линија на угибот во пресекот X $\left(x = \frac{1}{2}\right)$ ќе биде претставена со збирот од инфлуентната линија:

$$\omega(\xi)=\frac{l_2^4}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{11}}{D}A\left(\tfrac{1}{2}\right)+\frac{D_{12}}{D}B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]+B(\xi)\left[\frac{D_{21}}{D}A\left(\tfrac{1}{2}\right)+\frac{D_{22}}{D}B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно:

$$\omega(\xi) = \frac{225}{176\,EJ}\left(113\xi - 117\xi^2 + 4\xi^3\right)$$

и инфлуентната линија за угибот во средината за просто потпрена греда која спрема равенките (20′) и (20″) го има следниот вид;

$$\omega(\xi) = \frac{1125}{16EJ}\left(4\xi^3 - 3\xi\right)$$

кога е силата лево од пресекот, а видот:

$$\omega(\xi) = \frac{1125}{16\,EJ}\left(4\xi^3 - 12\xi^2 + 9\xi - 1\right)$$

за положба на силата десно од X.

в) силата е во полето 2-3. Од равенката (36) по заменување на соодветните вредности за i и k и вредностите на односите (71) се добива инфлуентната линија во следниот вид:

$$\omega(\xi) = -\frac{315}{11\,EJ}\left(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3\right)$$

4. Инфлуентна линија на моментот во средината од полето 0-1 (сл. 10d.)

За нивното определување ќе ја користиме равенката (52). Ќе треба прво да ги определиме константите M_k^i, M_k^{i+1}, M_{k+1}^i, M_{k+1}^{i+1}. За таа цел ќе ги определиме реакциските моменти над сите опори од дејството на фиктивни моменти $M=1$, кои дејствуваат постепено над левиот и десниот крај од секое поле. Дијаграмите на моментите се претставени на сл. 9.

а) силата е во полето 0-1. Од равенката (52) за $i=0$, $i+1=1$, $k=0$, $k+1=1$, $x=\frac{1}{2}$ се добива за определување на инфлуентната линија следната равенка

$$M(\xi)=-\frac{l_1}{6}\left\{\overline{A}(\xi)\left[M_0^0A''\left(\tfrac{1}{2}\right)+M_1^0B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]+\overline{B}(\xi)\left[M_0^1A''\left(\tfrac{1}{2}\right)+M_1^1B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

Од последната по замена на

$$M_0^0 = M_0^1 = 0,\quad M_1^0 = -\frac{12}{55},\quad M_1^1 = \frac{24}{55}$$

и средување се добива:

$$M(\xi) = -\frac{18}{11}\left(\xi - \xi^3\right)$$

Инфлуентната линија ќе се суперпонира со равенката на инфлуентната линија на моментот во истиот пресек за просто потпрена греда, која спрема (18'—18") го има следниот вид:

$$M(\xi) = 5\,\xi$$

за положба на силата лево од X, а видот:

$$M(\xi) = 5(1-\xi)$$

за положба на силата десно од X.

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (52) за $i=1,\ i+1=2,\ k=0,\ k+1=1,\ x=\frac{1}{2}$ се добива:

$$M(\xi) = -\frac{l_2}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_0^1 A''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_1^1 B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_0^2 A''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_1^2 B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi) = -\frac{93}{22}\,\bar{A}(\xi) - \frac{12}{11}\,\bar{B}(\xi)$$

поради тоа што е $M_0^1 = M_0^2 = 0,\ M_1^1 = -\frac{31}{55}$,

$$M_1^2 = \frac{8}{33},\quad A''\left(\tfrac{1}{2}\right) = B''\left(\tfrac{1}{2}\right) = -3$$

в) силата е во полето 2-3. Од равенката (52) се добива:

$$M(\xi) = -\frac{l_3}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_0^2 A''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_1^2 B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_0^3 A''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_1^3 B''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi) = \frac{24}{55}\,A(\xi)$$

поради тоа што е

$$M_0^2 = M_0^3 = 0,\quad M_1^2 = \frac{8}{33},\quad M_1^3 = \frac{4}{33}.$$

5. Инфлуентна линија на трансверзалната сила во средината од полето 2-3. (сл. 10е).

Инфлуентната линија ќе ја определиме со помошта на равенката (53).

а) силата е во полето 0-1. Од равенката (53) за $i=0,\ i+1=1,\ k=2,\ k+1=3,\ x=\frac{1}{2}$ се добива:

$$Q(\xi) = -\frac{l_1}{6\,l_3}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^0 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^0 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^1 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^1 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$Q(\xi) = -\frac{5}{99}\,B(\xi)$$

поради тоа што е

$$M_2^0 = \frac{2}{33},\quad M_2^1 = \frac{4}{33},\quad M_3^0 = M_3^1 = 0.$$

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (53) за $i=1,\ i+1=2,\ k=2,\ k+1=3$ се добива:

$$Q(\xi) = -\frac{l_2}{6\,l_3}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^1 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^1 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^2 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^2 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$Q(\xi) = \frac{20}{33}\,\bar{A}(\xi) + \frac{85}{33}\,\bar{B}(\xi)$$

поради тоа што е

$$M_2^1 = -\frac{4}{33},\quad M_2^2 = -\frac{17}{33},\quad M_3^1 = M_3^2 = 0.$$

в) силата е во полето 2-3. Од равенката (53) за $i=k=2,\ i+1=k+1=3$ се добива:

$$Q(\xi) = -\frac{l_3}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^2 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^2 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^3 A'''\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_3^3 B'''\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$Q(\xi) = \frac{8}{33} A(\xi)$$

поради тоа што е

$$M_3^2 = M_3^3 = 0,\ M_2^2 = -\frac{16}{33},\ M_2^3 = -\frac{8}{33}$$

Кон неа треба да се додаде инфлуентната линија на трансверзалната сила за истиот пресек за проста греда, која спрема (17′—17″) го има видот:

$$Q(\xi) = -\xi$$

за положба на силата лево од X, а видот:

$$Q(\xi) = 1 - \xi$$

за положба на силата десно од пресекот X.

Пример II. Континуална греда на две меѓу-опори со вклештени краеви. Димензиите се дадени на сликата 11.

Детерминантата (40) го има следниот вид:

$$D = \begin{vmatrix} 2\left(\frac{3}{4}l_1 + l_2\right) & l_2 \\ l_2 & 2\left(l_2 + \frac{3}{4}l_3\right) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 45 & 15 \\ 15 & 48 \end{vmatrix}$$

Нејзината вредност изнесува 1935, вредностите на алгебарските комплементи се $D_{11} = 48$, $D_{12} = -15$, $D_{21} = -15$, $D_{22} = 45$ а односите меѓу алгебарските комплементи и детерминантата:

$$\frac{D_{11}}{D} = \frac{16}{5.129} \qquad \frac{D_{12}}{D} = -\frac{1}{129}$$

$$\frac{D_{21}}{D} = -\frac{1}{129} \qquad \frac{D_{22}}{D} = \frac{3}{129}$$

1. Инфлуентната линија на моментот во средината од полето 0-1 (сл. 12а).

За определување на инфлуентните линии ќе ја користиме равенката (38).

а) силата е во полето 0-1. Во равенката ќе треба да се замени $A(\xi)$ со $\frac{3\overline{A}(\xi)}{2}$, $B(\xi)$ со $\frac{3\overline{B}(\xi)}{2}$, $A''(x)$ со $\frac{3\overline{A}''(x)}{2}$, $B''(x)$ со $\frac{3\overline{B}''(x)}{2}$, бидејќи и силата и пресекот се наоѓаат во крајно поле како и $i = k = 0$, $i+1 = k+1 = 1$. Равенката на инфлуентната линија го добива видот:

$$M(\xi) = \frac{l_1^2}{6}\left\{\frac{3}{2}\overline{A}(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{00}}{D}\overline{A}''\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\frac{D_{01}}{D}\overline{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{3}{2}\overline{B}(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{10}}{D}\overline{A}''\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\frac{D_{11}}{D}\overline{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi) = -\frac{40}{43}\overline{B}(\xi) \qquad (75)$$

поради тоа што е

$$\frac{D_{00}}{D} = \frac{D_{10}}{D} = \frac{D_{01}}{D} = 0,\ \frac{D_{11}}{D} = \frac{16}{5.129},$$

$$\overline{A}''\left(\frac{1}{2}\right) = \overline{B}''\left(\frac{1}{2}\right) = -1.$$

Равенката (75) ќе треба да се суперпонира со инфлуентната линија на моментот во истиот пресек, сметајќи ја гредата 0-1 за еднострано вклештена греда во левиот крај. Нејзината равенка е

$$M(\xi) = -5\left[A(\xi) + \frac{1}{2}Q_2(\xi) + 2\left(\frac{1}{2} - \xi\right)\right]$$

за положба на силата лево од пресекот X, а видот:

$$M(\xi) = -5\left[A(\xi) + \frac{1}{2}Q_2(\xi)\right]$$

за положба на силата десно од пресекот X.

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (38) за $i = 1$, $i+1 = 2$, $k = 0$, $k+1 = 1$, $A''(x)$ со $\frac{3}{2}\overline{A}''(x)$ $B(x)$ со $\frac{3\overline{B}''(x)}{2}$ бидејќи пресекот е во крајно поле, се добива:

$$M(\xi) = \frac{l_2^2}{6}\left\{A(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{10}}{D}\overline{A}''\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\frac{D_{11}}{D}\overline{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right] + B(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{20}}{D}\overline{A}''\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\frac{D_{21}}{D}\overline{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi) = -\frac{60}{43}A(\xi) + \frac{75}{172}B(\xi)$$

бидејќи е

$$\frac{D_{10}}{D} = \frac{D_{20}}{D} = 0,\ \frac{D_{11}}{D} = \frac{16}{5.129},\ \frac{D_{21}}{D} = -\frac{1}{129}.$$

в) силата е во полето 2-3. Од истата равенка (38) за $i = 2$, $i+1 = 3$, $k = 0$, $k+1 = 1$ и смена $A(\xi)$ $B(\xi)$ со $\frac{3}{2}\overline{A}(\xi)$ и $\frac{3}{2}\overline{B}(\xi)$, $A''(x)$ и $B''(x)$ со $\frac{3}{2}\overline{A}''(x)$ и $\frac{3}{2}\overline{B}''(x)$. бидејќи и силата и пресекот се во крајно поле се добива:

$$M(\xi)=\frac{l_3^2}{6}\left\{\frac{3}{2}\bar{A}(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{20}}{D}\bar{A}''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\frac{D_{21}}{D}\bar{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{3}{2}\bar{B}(\xi)\left[\frac{3}{2}\frac{D_{30}}{D}\bar{A}''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\frac{D_{31}}{D}\bar{B}''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi)=\frac{6}{43}\bar{A}(\xi)$$

бидејќи е

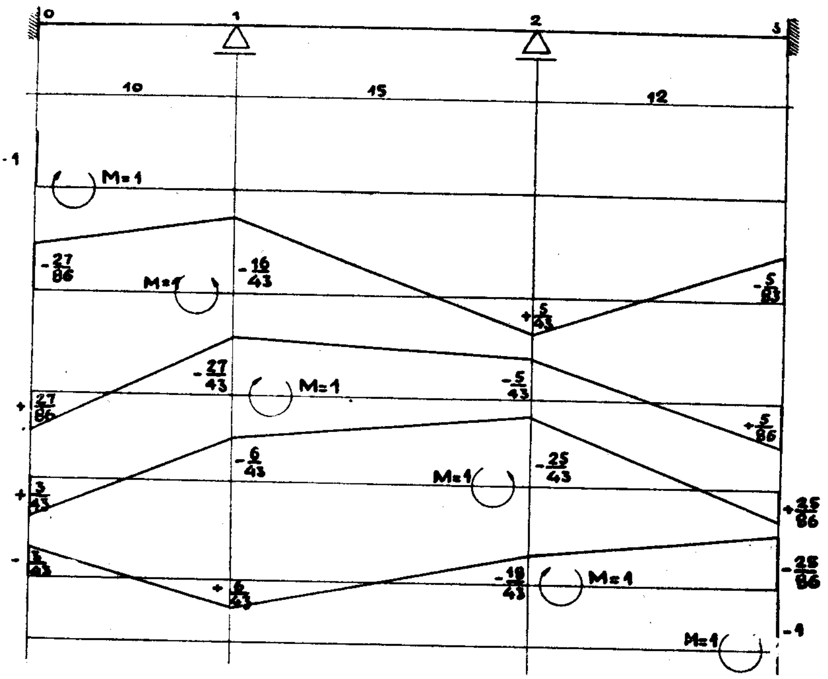
$$\frac{D_{20}}{D}=\frac{D_{30}}{D}=\frac{D_{31}}{D}=0,\ \frac{D_{21}}{D}=-\frac{1}{129}.$$

2. Инфлуентна линија на трансверзална сила во средината од полето 1-2 (сл. 12b).

За определување на инфлуентната линија ќе ја користиме равенката (39).

а) силата е во полето 0-1. По замена $i=0$, $i+1=1$, $k=1$, $k+1=2$, $x=\frac{1}{2}$ од равенката (39) се добива:

$$Q(\xi)=\frac{l_1^2}{6l_2}\left\{\frac{3}{2}\bar{A}(\xi)\left[\frac{D_{01}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{02}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{3}{2}\bar{B}(\xi)\left[\frac{D_{11}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{12}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$



Сл. 11

односно

$$Q(\xi)=\frac{22}{129}\bar{B}(\xi)$$

бидејќи е

$$\frac{D_{01}}{D}=\frac{D_{02}}{D}=0,\ \frac{D_{11}}{D}=\frac{16}{5.129},\ \frac{D_{12}}{D}=-\frac{1}{129},\ x=\frac{1}{2}.$$

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (39) за $i=k=1$, $i+1=k+1=2$ се добива:

$$Q(\xi)=\frac{l_2}{6}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{11}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{12}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]+B(\xi)\left[\frac{D_{21}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{22}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно $Q(\xi)=\frac{11}{43}A(\xi)+\frac{10}{43}B(\xi)$

бидејќи е

$$\frac{D_{11}}{D}=\frac{16}{5.129},\ \frac{D_{12}}{D}=\frac{D_{21}}{D}=-\frac{1}{129},\ \frac{D_{22}}{D}=\frac{3}{129}.$$

Равенката треба да се суперпонира со равенката на инфлуентната линија за трансверзалната сила во истиот пресек за просто потпрена греда која спрема (17) го има следниот вид:

$$Q(\xi)=-\xi$$

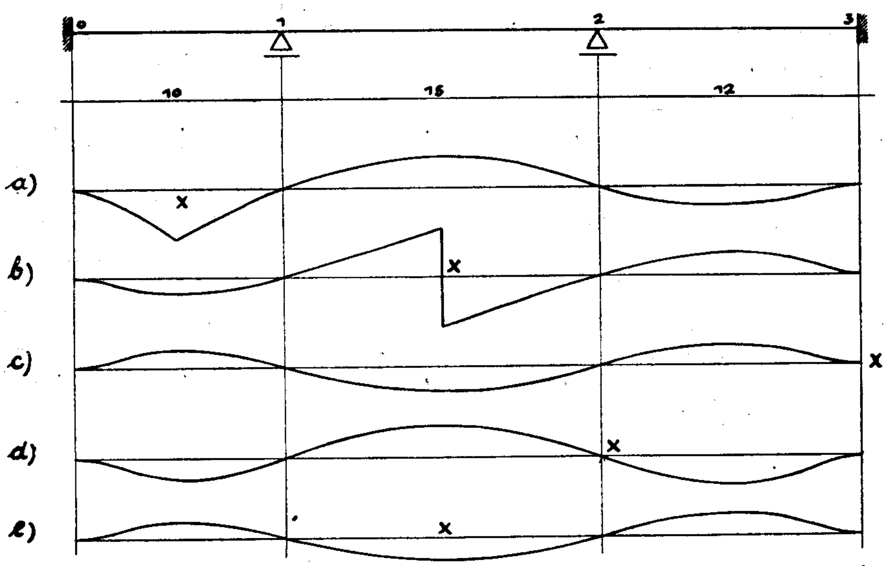
за положба на силата лево од пресекот, а видот:

$$Q(\xi)=1-\xi$$

за положба на силата десно од пресекот X.

в) силата е во полето 2-3. Со замена на $A(\xi)$ со $\frac{3}{2}\bar{A}(\xi)$, $B(\xi)$ со $\frac{3}{2}\bar{B}(\xi)$ како и $i=2$, $i+1=3$, $k=1$, $k+1=2$ во равенката (39) се добива:

$$Q(\xi)=\frac{l_3^2}{6l_2}\left\{\frac{3}{2}\bar{A}(\xi)\left[\frac{D_{21}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{22}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{3}{2}\bar{B}(\xi)\left[\frac{D_{31}}{D}A'''\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{D_{32}}{D}B'''\left(\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$



Сл. 12

односно

$$Q(\xi)=-\frac{12}{215}\bar{A}(\xi)$$

бидејќи е

$$\frac{D_{31}}{D}=\frac{D_{32}}{D}=0,\ \frac{D_{21}}{D}=-\frac{1}{129},\ \frac{D_{22}}{D}=\frac{3}{129}.$$

3. Инфлуентна линија на моментот на вклештување во десниот крај (сл. 12c)

Дијаграмите на моментите од фиктивните моменти поставувани соодветно на левиот и десниот крај од секое поле се дадени на сл. 11. За определување на инфлуентните линии ќе ги користиме формулите (50) до (53).

а) силата е во полето 0-1. Од равенката (52) за $i=0$, $i+1=1$, $k=2, k+1=3, x=1$, се добива:

$$M(\xi)=-\frac{l_1}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^0A''(1)+M_3^0B''(1)\right]+\bar{B}(\xi)\left[M_2^1A''(1)+M_3^1B''(1)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi)=-\frac{25}{43}\bar{B}(\xi)$$

бидејќи е

$$M_2^0=M_3^0=0,\ M_2^1=\frac{5}{43},\ M_3^1=-\frac{5}{86},$$

$$A''(1)=0,\ B''(1)=-6$$

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (52) за $i=1$, $i+1=2$, $k=2$, $k+1=3$, $x=1$ се добива:

$$M(\xi)=-\frac{l_2}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^1A''(1)+M_3^1B''(1)\right]+\bar{B}(\xi)\left[M_2^2A''(1)+M_3^2B''(1)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi)=\frac{75}{86}\bar{A}(\xi)+\frac{225}{86}\bar{B}(\xi)$$

бидејќи е

$$M_2^1=-\frac{5}{43},\ M_3^1=\frac{5}{86},\ M_2^2=\frac{25}{43},\ M_3^2=\frac{25}{86}$$

в) силата е во полето 2-3. Од равенката (52) за $i=2$, $i+1=3$, $k=2$, $k+1=3$, $x=1$ се добива:

$$M(\xi)=-\frac{l_3}{6}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^2A''(1)+M_3^2B''(1)\right]+\bar{B}(\xi)\left[M_2^3A''(1)+M_3^3B''(1)\right]\right\}$$

односно

$$M(\xi) = -\frac{150}{43}\bar{A}(\xi) - 12\,\bar{B}(\xi)$$

бидејќи е

$$M_2^2 = -\frac{18}{43},\ M_3^2 = -\frac{25}{86},\ M_2^3 = 0,\ M_3^3 = -1.$$

Кон равенката треба да се додаде инфлуентната линија на моментот во десниот крај на слободно потпрена греда. Во конкретниов случај моментот е нула.

4. Инфлуентна линија на нагибот на втората опора (сл. 12d)

Ќе ја користиме равенката (51).

а) силата е во полето 0-1. Од равенката (51) за $i=0,\ i+1=1,\ k=2,\ k+1=3,\ x=0$ се добива:

$$\omega'(\xi) = \frac{l_1 l_3}{6EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^0 A'(0) + M_3^0 B'(0)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^1 A'(0) + M_3^1 B'(0)\right]\right\}$$

односно $\omega'(\xi) = \dfrac{150}{43EJ}\bar{B}(\xi)$

бидејќи е

$$M_2^0 = M_3^0 = 0,\ M_2^1 = \frac{5}{43},\ M_3^1 = -\frac{5}{86},$$

$$A'(0) = 2,\ B'(0) = 1$$

б) силата е во полето 1-2. Од равенката (51) за $i=1,\ i+1=2,\ k=2,\ k+1=3$ се добива:

$$\omega'(\xi) = \frac{l_2 l_3}{6EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^1 A'(0) + M_3^1 B'(0)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^2 A'(0) + M_3^2 B'(0)\right]\right\}$$

односно

$$\omega'(\xi) = -\frac{225}{43EJ}\bar{A}(\xi) - \frac{1125}{43EJ}\bar{B}(\xi)$$

бидејќи е

$$M_2^1 = -\frac{5}{43},\ M_3^1 = \frac{5}{86},\ M_2^2 = -\frac{25}{43},\ M_3^2 = \frac{25}{86}.$$

в) силата е во полето 2-3. Од равенката (51) за $i=k=2,\ i+1=k+1=3$ се добива

$$\omega'(\xi) = \frac{l_3 l_3}{6EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_2^2 A'(0) + M_3^2 B'(0)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_2^3 B'(0) + M_3^3 B'(0)\right]\right\}$$

односно

$$\omega'(\xi) = -\frac{1164}{43EJ}\bar{A}(\xi) - \frac{8}{43EJ}\bar{B}(\xi) \qquad (76)$$

бидејќи е

$$M_2^2 = -\frac{18}{43},\ M_3^2 = -\frac{25}{86},\ M_2^3 = 0,\ M_3^3 = -1.$$

Равенката (76) треба да се суперпонира со равенката на инфлуентната линија на нагибот за слободно потпрена греда, која спрема (20′) ја има равенката:

$$\omega'(\xi) = \frac{24}{EJ}A(\xi)$$

5. Инфлуентна линија на угибот во средината од полето 1 — 2 (сл. 12е).

За определување на инфлуентната линија ќе ја користиме равенката (50).

а) силата е во полето 0—1. Од равенката (50) за $i=0,\ i+1=1,\ k=1,\ k+1=2,$ $x=\dfrac{1}{2}$ се добива

$$\omega(\xi) = \frac{l_1 l_2^2}{6EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_1^0 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^0 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_1^1 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^1 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно $\omega(\xi) = -\dfrac{12375}{344EJ}\bar{B}(\xi)$

бидејќи е $M_1^0 = M_2^0 = 0,\ M_1^1 = -\dfrac{16}{43},\ M_2^1 = \dfrac{5}{43},\ A\left(\tfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{8},\ B\left(\tfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{8}.$

б) силата е во 1—2. Од равенката (50) за $i=k=1,\ i+1=k+1=2,\ x=\dfrac{1}{2}$ се добива:

$$\omega(\xi) = \frac{l_2^3}{6EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_1^1 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^1 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_1^2 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^2 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$\omega(\xi) = -\frac{6750}{43\,EJ}\,\overline{A}(\xi) - \frac{104625}{688\,EJ}\,\overline{B}(\xi)$$

бидејки

$$M_1^1 = -\frac{27}{43},\; M_2^1 = -\frac{5}{43},\; M_1^2 = -\frac{6}{43},\; M_2^2 = -\frac{25}{43}$$

Равенката треба да се суперпонира со равенката на инфлуентната линија на угибот на просто потпрена греда, која спрема (20') и (20") го има видот

$$\omega(\xi) = \frac{1125}{2\,EJ}\left[\frac{1}{2}\,A(\xi) + \frac{1}{8}\,(\xi - 1) + \left(\frac{1}{2} - \xi\right)^3\right]$$

за положба на силата лево од пресекот, а видот

$$\omega(\xi) = \frac{1125}{2\,EJ}\left[\frac{1}{2}\,A(\xi) + \frac{1}{8}\,(\xi - 1)\right].$$

за положба на силата десно од пресекот.

в) силата е во полето 2—3. Од равенката (50) за $i=2$, $i+1=3$, $k=1$, $k+1=2$ се добива:

$$\omega(\xi) = \frac{l_3 l_2^2}{6\,EJ}\left\{\overline{A}(\xi)\left[M_1^2 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^2 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] + \overline{B}(\xi)\left[M_1^3 A\left(\tfrac{1}{2}\right) + M_2^3 B\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

односно

$$\omega(\xi) = -\frac{675}{86\,EJ}\,\overline{A}(\xi)$$

бидејки е

$$M_1^2 = \frac{6}{43},\; M_2^2 = -\frac{18}{43},\; M_1^3 = M_2^3 = 0.$$

ТАБЕЛА

Вредности на функциите $\overline{A}(\xi)$, $\overline{B}(\xi)$, A (x), B (x) и нивните изводи за секој дваесетти дел од 1.

	x,ξ	A(x)	A'(x)	A"(x)	B(x)	B'(x)	B"(x)	$\overline{A}(\xi)$	$\overline{B}(\xi)$
0.	0.00	0.0000	2.0000	—6.0000	0.0000	1.0000	—0.0000	0.0000	0.0000
1.	0.05	0.0926	1.7075	—5.7000	0.0499	0.9925	—0.3000	0.0451	0.0024
2.	0.10	0.1710	1.4300	—5.4000	0.0990	0.9700	—0.6000	0.0810	0.0090
3.	0.15	0.2359	1.1675	—5.1000	0.1466	0.9325	—0.9000	0.1084	0.0191
4.	0.20	0.2816	0.9200	—4.8000	0.1920	0.8800	—1.2000	0.1280	0.0320
5.	0.25	0.3281	0.6875	—4.5000	0.2344	0.8125	—1.5000	0.1406	0.0469
6.	0.30	0.3570	0.4700	—4.2000	0.2730	0.7300	—1.8000	0.1470	0.0630
7.	0.35	0.3754	0.2675	—3.9000	0.3071	0.6325	—2.1000	0.1479	0.0796
8.	0.40	0.3840	0.0800	—3.6000	0.3360	0.5200	—2.4000	0.1440	0.0960
9.	0.45	0.3836	—0.0925	—3.3000	0.3589	0.3925	—2.7000	0.1361	0.1114
10.	0.50	0.3750	—0.2500	—3.0000	0.3750	0.2500	—3.0000	0.1250	0.1250
11.	0.55	0.3589	—0.3925	—2.7000	0.3836	0.0925	—3.3000	0.1114	0.1361
12.	0.60	0.3360	—0.5200	—2.4000	0.3840	—0.0800	—3.6000	0.0960	0.1440
13.	0.65	0.3071	—0.6325	—2.1000	0.3754	—0.2675	—3.9000	0.0796	0.1479
14.	0.70	0.2730	—0.7300	—1.8000	0.3570	—0.4700	—4.2000	0.0630	0.1470
15.	0.75	0.2344	—0.8125	—1.5000	0.3281	—0.6875	—4.5000	0.0469	0.1406
16.	0.80	0.1920	—0.8800	—1.2000	0.2880	—0.9200	—4.8000	0.0320	0.1280
17.	0.85	0.1466	—0.9325	—0.9000	0.2359	—1.1675	—5.1000	0.0191	0.1084
18.	0.90	0.0990	—0.9700	—0.6000	0.1710	—1.4300	—5.4000	0.0090	0.0810
19.	0.95	0.0499	—0.9925	—0.3000	0.0926	—1.7075	—5.7000	0.0024	0.0451
20.	1.00	0.0000	—1.0000	0.0000	0.0000	—2.0000	—6.0000	0.0000	0.0000

$A'''(x) \equiv 6 \qquad B'''(x) \equiv -6$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кандов Љубомир.: Линеините диференциални уравнения в строителната механика, София, 1956.
2. Рабиновиќ И. М.: Основи строителной механики стержневих систем, Москва 1956
3. Соловјев Инж. Г.: Статика конструкција II дел, Сарајево 1956
4. Тимошенко С. — Д. Х. Јанг.: Статика инжењерских конструкција, Београд. 1956
5. Филоненко—Бородиќ, Изјумов, Олисов, Кудравцев, Малгинов.: Курс сопротивления материялов, Москва 1956.

BITRAKOV DIMITAR

DIE BENUTZUNG DER MOMENTEN VON m-TEN ORDNUNG ZUR BESTIMMUNG DER EINFLUSSLINIEN AN EINEM DURCHLAUFTRÄGER

ZUSAMMENFASSUNG

Ausgehend von der Gleichung:

$$\omega(x) = \frac{l^3}{EJ}\left[y(0) + y'(0)x + y''(0)\frac{x^2}{2!} + y'''(0)\frac{x^3}{3!} + \frac{A_x^3}{3!}\right] \tag{1}$$

hiermit werden entwickelt die Einflusslinien für die statischen und Deformationsgrössen an einem Durchlaufträger. Dabei bedeuten:

(1) Die elastische linie des Trägers;

(2) Die Tangenten des Winkels an derselben;

(3) Die Biegungsmomenten;

(4) Querkräfte.

In der Gleichungen (1) bis (4) bedeuten: l = die Länge des Trägers; x = die Entfernung der Querschnitt X dividiert durch l und zwar von linken Auflager.

Die Ausdrücke A_x^3, A_x^2. A_x^1, und A_x^0 bedeuten die Momenten von dritten, zweiten, ersten und nulten Ordnung in Bezug des Schnittes X.

Biegungsmoment am Auflager k wird mit:

$$M_k = -l_{i+1}^2\left[\frac{D_{ik}}{D}A(\xi) + \frac{D_{i+1k}}{D}B(\xi)\right] \tag{26}$$

gegeben. Dabei i und i+1 bedeuten linken und rechten Auflager des Trägers auf dem die Kraft ist, D_{ik} und D_{i+1k} sind die Algebraische Komplementen für die Elemente von der Reiche i beziehungsweise $i+1$, und k bedeutet Index der Kolone in der Determinante (23), $A(\xi) = 2\xi - 3\xi^2 + \xi^3$, $B(\xi) = \xi - \xi^3$ sind die Ausdrücke die in Gleichung (26) erscheinen.

Die Deformations und Statische Grössen sind mit Gleichung

$$\omega(\xi) = -\frac{l_{i+1}^2 l^2_{+1}}{6EJ}\left\{A(\xi)\left[\frac{D_{ik}}{D}A(x) + \frac{D_{i+1k}}{D}B(x)\right] + B(\xi)\left[\frac{D_{i+1k}}{D}A(x) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}B(x)\right]\right\} \tag{36}$$

und mit Gleichungen (37) bis (39) gegeben. In diesen Gleichungen ist mit ξ die Entfernung der Kraft von linken Auflager dividiert mit l.

Die Einflusslinien für einen Schnitt ist die Superpozition der Gleichungen (36) bis (39) mit der Gleichungen (17′ - 17″), (18′ - 18″) (19′ - 19″) und (20′ - 20″) wenn der Schnitt und Kraft in einem Felde sind.

Für die Durchlaufträger, die auf einem oder beiden Enden cingespannt ist, die Gleichungen (36) bis (39) können benutzt werden wenn in denselben (40), (41) und (42) eingesetzt wird.

Die Gleichungen von (36) bis (39) können bishen besser dargestelt werden, wenn wir in folgenden Form

$$\omega(\xi) = \frac{l_{i+1}l_{k+1}^2}{6\,EJ}\left\{\bar{A}(\xi)\left[M_k^i A(x) + M_{k+1}^i B(x)\right] + \bar{B}(\xi)\left[M_k^{i+1}A(x) + M_{k+1}^{i+1}B(x)\right]\right\} \tag{50}$$

schreiben. Dabei M_k^i bedeutet Biegungsmoment an den Auflager k von $M=1$ an dem Auflager i und $\bar{A}(\xi) = \xi - 2\xi^2 + \xi^3$, $\bar{B}(\xi) = \xi^2 - \xi^3$.

Die anderen Grössen sind mit Gleichungen (51) bis (53) gegeben. Diese Gleichungen gelten auch in der Falle nicht eingespannte Ende des Trägers.

Die Gleichungen (57) bis (70) sind statisch klar.

Die Anwendung von der Beziehung (36) bis (39) und (50) bis (53) ist auf zwei Beispielen durchgeführt.