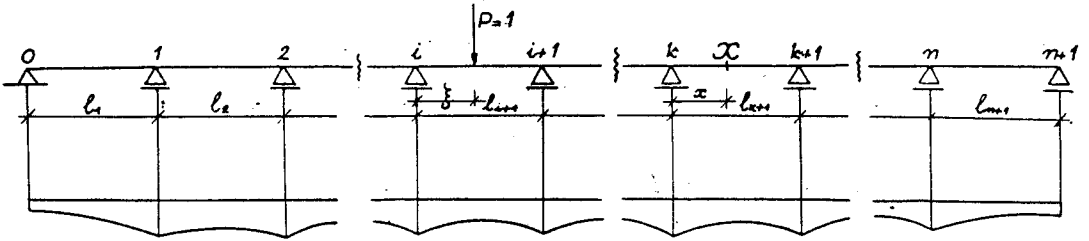


## ИНФЛУЕНТНИ ЛИНИИ НА КОНТИНУАЛНА ГРЕДА СО ПРОМЕНЛИВ НАПРЕЧЕН ПРЕСЕК

Во работата [3] се изведени равенки на инфлуентните линии на статичките и деформационите големина на континуална греда со непроменлив напречен пресек по целата должина.

Овде истата работа ја прошируваме на конструкции со променлив напречен пресек. Ќе ги изведеме равенките на инфлуентните

линии на тие големина во пресек од континуална греда на  $n$ -меѓуопори со прави и параболични вути. Поради поедноставување на работата, равенките на инфлуентните линии ќе ги изведеме за континуална греда со еднакво  $J_c$ ,  $J_a$  и  $\lambda$  во сите средни полиња (сл. 1)



Сл. 1

Нумерирањето на опорите е извршено од лево на десно. Крајната лева опора е означена со 0, наредните со 1, 2, ..., а десната опора со  $(n+1)$ . Должините на полињата се означени со  $l$  и соодветниот индекс што го означува бројот на полето на гредата.

Нека е пресекот  $X$  во полето  $k - (k+1)$ . Растојанието на пресекот  $X$  во полето  $k - (k+1)$  од левиот крај  $k$  е изразено со односот меѓу растојанието од пресекот до левиот крај и должината на полето  $k - (k+1)$ ; тој однос е означен со  $x$ .

Во полето  $i - (i+1)$  од континуалната греда нека дејствува единична сила  $P$  на растојание  $\xi$  од левиот крај. Со  $\xi$  е означено редуцираното растојание од левиот крај на полето  $i - (i+1)$  до силата  $P$ . Јасно е дека  $\xi$  ќе се менува од нула до 1, додека силата се преместува од левиот до десниот

крај во полето  $i - (i+1)$ . Во понатамошниот текст под зборот растојание ќе се подразбира редуцирано растојание.

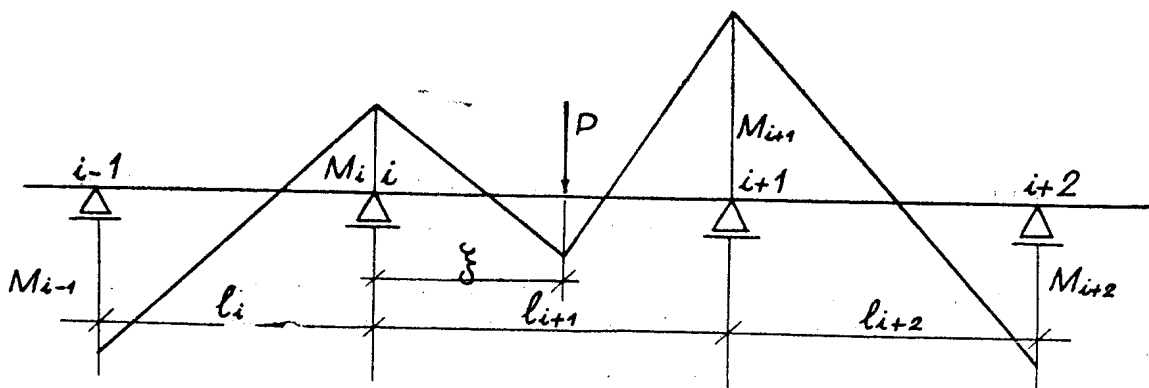
Со  $\alpha_{i+1}$  и  $\beta_{i+1}$  ќе ги означиме константите за континуална греда (аглите на тангентите на краевите на еластичната линија за проста греда под влијание на  $M = 1$ ) додека нивниот однос ќе го означиме со  $B_{i+1}$ .

Ако за основен систем на овој  $n$ -пати статички неопределен систем се земе предложениот од Клапејрон: пресечување на континуалната греда над сите опори и нејзино претворање во низа прости греди, со тоа за непознати да се земат моментите над опорите што дејствуваат во краевите на простите греди наместо внатрешните врски што со тоа пресечување сме ги отстраниле, тогаш опорните моменти на  $i$ -тата и  $(i+1)$ -та опора ги определуваме со помошта на системот равенки:

$$\left. \begin{aligned} \beta_i M_{i-1} + (\alpha_i + \alpha_{i+1}) M_i + \beta_{i+1} M_{i+1} + \alpha(\xi) &= 0 \\ \beta_{i+1} M_i + (\alpha_{i+1} + \alpha_{i+2}) M_{i+1} + \beta_{i+2} M_{i+2} + \beta(\xi) &= 0 \end{aligned} \right| \quad (1)$$

При тоа со  $\alpha(\xi)$  и  $\beta(\xi)$  се означени аглите за кои се завртуваат левиот односно десниот крај на проста греда со дол-

жина  $l_{i+1}$  и еднакви вуги како полето  $i-(i+1)$  под влијание на сила  $P=1$  на растојаније  $\xi$  од левиот крај (сл. 2)



Сл. 2

Бидејќи

$$\frac{M_i}{M_{i-1}} = -\gamma_{i-1} l_i, \quad \frac{M_{i+2}}{M_{i+1}} = -\gamma_{i+2} l_{i+1} \quad (2)$$

со внесување на овие вредности во равенките (1) и средување на тие во попрост вид, се добива:

$$\left. \begin{aligned} \beta_{i+1} M_i \left\{ B_{i+1} + \frac{\beta_i}{\beta_{i+1}} \left( B_i - \frac{1}{\gamma_{i-1} l_i} \right) \right\} + \beta_{i+1} M_{i+1} + \alpha(\xi) &= 0 \\ \beta_{i+1} M_i + \left\{ B_{i+1} + \frac{\beta_{i+2}}{\beta_{i+1}} \left( B_{i+2} - \frac{1}{\gamma_{i+2} l_{i+1}} \right) \right\} \beta_{i+1} M_{i+1} + \beta(\xi) &= 0 \end{aligned} \right| \quad (3)$$

А поради тоа што,

$$\begin{aligned} \gamma_{i+1} &= B_{i+1} + \frac{\beta_i}{\beta_{i+1}} \left( B_i - \frac{1}{\gamma_{i-1} l_i} \right) \\ \gamma_{i+1} l_i &= B_{i+1} + \frac{\beta_{i+2}}{\beta_{i+1}} \left( B_{i+2} - \frac{1}{\gamma_{i+2} l_{i+1}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

се добива

$$\left. \begin{aligned} \beta_{i+1} \gamma_{i+1} M_i + \beta_{i+1} M_{i+1} + \alpha(\xi) &= 0 \\ \beta_{i+1} M_i + \beta_{i+1} \gamma_{i+1} l_i M_{i+1} + \beta(\xi) &= 0 \end{aligned} \right| \quad (5)$$

Со решавањето на системот равенки (5) ги добиваме изразите за опорните моменти

$$M_i = \frac{\gamma_{i+1} l_i \alpha(\xi) - \beta(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} l_i \gamma_{i+1})}$$

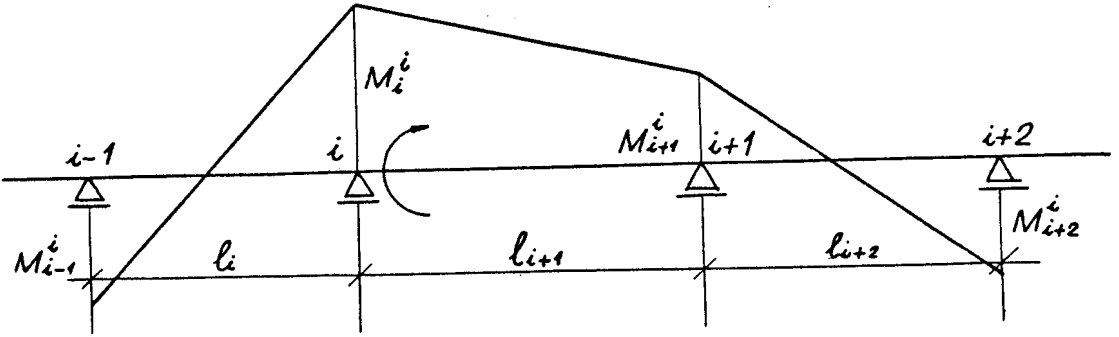
$M_i$  и  $M_{i+1}$  во следниот вид;

$$M_{i+1} = \frac{\gamma_{i+1} \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} l_i \gamma_{i+1})} \quad (6)-(6')$$

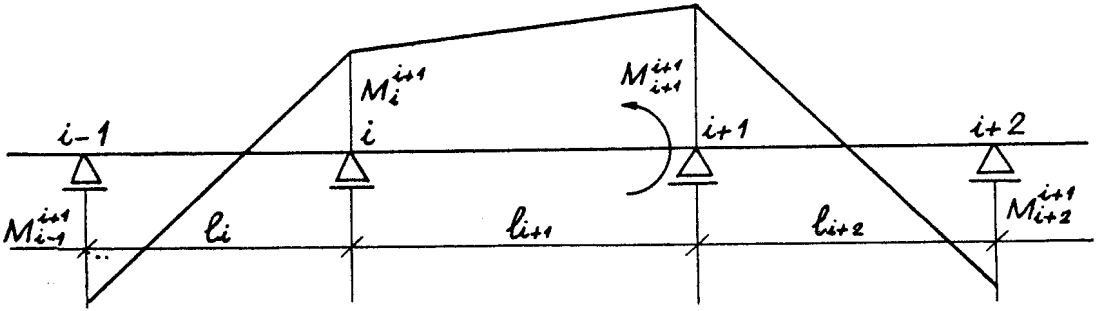
За да ги изведеме равенките на инфлуентните линии, потребно е добиените изрази за опорните моменти да ги трансформираме во позгоден вид, изразувајќи ги со други константи и други функции.

Нека единичен момент дејствува во левиот крај од полето  $i-(i+1)$ . (сл. 3) Бидејќи во овој случај  $\alpha(\xi)$  и  $\beta(\xi)$  се соодветно еднакви со  $\alpha_{i+1}$  и  $\beta_{i+1}$ , вредностите на моментите на  $i$ -тата и  $(i+1)$ -та опора од дејството на тој момент спрема (6) и (6') ќе бидат:

$$M_i^l = \frac{B_{i+1} \gamma_{i+1} - 1}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}} \quad M_{i+1}^l = \frac{\gamma_{i+1} - B_{i+1}}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}} \quad (7)$$



Сл. 3



Сл. 4

Со горните индекси означивме дека опорните моменти ги предизвикува единичен момент над  $i$ -тата опора.

$$M_i^{i+1} = \frac{\gamma_{i+1} - B_{i+1}}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}}$$

Вредностите на моментите над  $i$ -тата и  $(i+1)$ -та опора што ги предизвикува единичен момент кој дејствува во десниот крај од полето  $i - (i+1)$  се изразени спрема (6) и (6') со

$$M_{i+1}^{i+1} = \frac{B_{i+1} \gamma_{i+1} - 1}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}} \quad (8)$$

бидејќи сега  $\alpha(\xi)$  и  $\beta(\xi)$  со соодветно рамни со  $\beta_{i+1}$  и  $\alpha_{i+1}$  (сл. 4).

Со оглед на тоа што конструкцијата е со двострани вути со еднакви  $\lambda$  и  $n$  во средните полиња, константата  $B_{i+1}$  ќе биде еднаква за секое поле освен за првото и

последното, па во понатамошната работа ќе ја означуваме со  $B$ .

Ќе го трансформираме изразот (6) со тоа што прво ќе го помножиме и поделиме со  $B^2 - 1$ , по што го добива видот:

$$M_i = \frac{B^2 \gamma_{i+1} \alpha(\xi) - B^2 \beta(\xi) - \gamma_{i+1} \alpha(\xi) + \beta(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}) (B^2 - 1)} \quad (9)$$

Со додавање и одземање на изразите  $B \alpha(\xi)$  и  $B \gamma_{i+1} \beta(\xi)$  изразот за  $M_i$  го добива видот:

$$M_i = \frac{B^2 \gamma_{i+1} \alpha(\xi) - B^2 \beta(\xi) - \gamma_{i+1} \alpha(\xi) + \beta(\xi) + B \alpha(\xi) - B \alpha(\xi) + B \gamma_{i+1} \beta(\xi) - B \gamma_{i+1} \beta(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}) (B^2 - 1)} \quad (10)$$

односно по средување и групирање видот:

$$M_i = \frac{B \gamma_{i+1} - 1}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}} \cdot \frac{B \alpha(\xi) - \beta(\xi)}{\beta_{i+1} (B^2 - 1)} + \frac{\gamma_{i+1} - B}{1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1}} \cdot \frac{B \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta_{i+1} (B^2 - 1)} \quad (11)$$

Во изразот (11) дробките ги имаат следните вредности:

Првата дробка е рамна на  $M_i^i$  — на моментот над  $i$ -тата опора што го предизвикува единичен момент над  $i$ -тата опора од полето  $i - (i + 1)$ .

Втората дробка е рамна на  $M_1(\xi)$  — на инфлуентната линија на моментот на вклетувањето во левиот крај на двострано вклетена греда со должина  $l_{i+1}$  и еднакви вути како и полето  $i - (i + 1)$ .

Третата дробка е рамна на  $M_{i+1}^{i+1}$  — на моментот над  $i$ -тата опора што го предизвикува единичен момент над  $(i + 1)$ -та опора од полето  $i - (i + 1)$ .

Четвртата дробка е рамна на  $M_2(\xi)$  — на инфлуентната линија на моментот на вклетувањето во десниот крај на двострано вклетена греда со должина  $l_{i+1}$  и еднакви вути како и полето  $i - (i + 1)$ .

Според тоа, моментот над  $i$ -тата опора може да се напише во вид:

$$M_i = M_i^i M_1(\xi) + M_{i+1}^{i+1} M_2(\xi) \quad (12)$$

Долните индекси како е веќе споменато го означуваат бројот на опората а горните индекси положбата на единичниот момент што тие моменти ги предизвикува.

Аналогно на тоа, моментот над  $(i + 1)$  — та опора по слични трансформации на изразот (6') го добива видот:

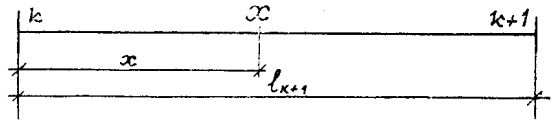
$$M_{i+1} = M_{i+1}^{i+1} M_1(\xi) + M_{i+2}^{i+2} M_2(\xi) \quad (13)$$

Моментот над која било друга опора се добива од равенките (12) или (13) кога во нив место долните индекси ќе се стави соодветниот индекс на таа опора. Се разбира дека, иако силата се наоѓа во друго поле, за определување на опорен момент ќе се употребат истите равенки со замена на горните индекси со индексите на левиот и десниот крај од полето каде што силата

дејствува. Бидејќи пак моментите се изразени во функција од растојанието на силата  $P=1$  од опората  $i$  за променливо  $\xi$  со равенката (12) при соодветни индекси се изразени инфлуентните линии на сите моменти над опорите.

Равенката на инфлуентната линија на угибот во пресекот  $X$  од полето  $k - (k + 1)$  ќе ја изведеме, користејќи се со равенките на инфлуентните линии на опорните моменти.

Ќе го разгледаме полето  $k - (k + 1)$ . Тоа претставува просто потпрена греда натоварена во нејзините краеве со моментите  $M_k$  и  $M_{k+1}$ . (сл. 5)



Сл. 5

Врз основа на (12) е:

$$M_k = M_k^i M_1(\xi) + M_{k+1}^{i+1} M_2(\xi) \quad (14)$$

$$M_{k+1} = M_{k+1}^i M_1(\xi) + M_{k+2}^{i+1} M_2(\xi) \quad (15)$$

Угибот во пресекот  $X$  на просто потпрена греда натоварена со моментите  $M_k$  и  $M_{k+1}$  во нејзините краеве е:

$$\omega(x) = \alpha(x) M_k + \beta(x) M_{k+1} \quad (16)$$

$\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  се аглите за кои се завртуваат левиот односно десниот крај на проста греда со должина  $l_{k+1}$  и еднакви вути како и полето  $k - (k + 1)$  под влијание на единична сила на растојание  $x$  од левиот крај.

На крајот, со замена на вредностите за  $M_k$  и  $M_{k+1}$  од (14) и (15) во равенката (16) за константна вредност на  $x$ , а променливо  $\xi$ , се добива инфлуентната линија на угибот во пресекот  $X$  од полето  $k - (k + 1)$ , а за положба на силата во полето  $i - (i + 1)$  во следниот вид:

$$\omega(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i \alpha(x) + M_{k+1}^i \beta(x)] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} \alpha(x) + M_{k+1}^{i+1} \beta(x)] \quad (17)$$

Инфлуентните линии за угибот во пресек од кое било друго поле за разни положби на силата се добиваат од равенката (17) кога во неа ќе се заменат соодветните индекси. Горните индекси  $i, (i + 1)$  го определуваат полето каде што дејствува силата, а долните индекси  $k, (k + 1)$  ги определуваат краевите на полето каде што се бара влијанието. Со равенката (17) се опфатени спо-

ред тоа инфлуентните линии на угибот во кој било пресек од кое било поле на континуалната греда а за положба на силата во кое било поле од гредата.

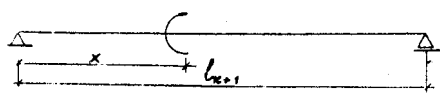
Равенките на инфлуентните линии на другите три големини: нагибот, моментот и трансверзалната сила во пресекот  $X$  од полето  $k - (k + 1)$  за положба на силата во полето  $i - (i + 1)$  ги даваме без изведување:

$$\omega'(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i \alpha'(x) + M_{k+1}^i \beta'(x)] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} \alpha'(x) + M_{k+1}^{i+1} \beta'(x)] \quad (18)$$

$$M(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i (1-x) + M_{k+1}^i x] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} (1-x) + M_{k+1}^{i+1} x] \quad (19)$$

$$Q(\xi) = \frac{1}{l_{k+1}} \left\{ M_1(\xi) [-M_k^i + M_{k+1}^i] + M_2(\xi) [-M_k^{i+1} + M_{k+1}^{i+1}] \right\} \quad (20)$$

$\alpha'(x)$  и  $\beta'(x)$  се изводи на функциите  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$ ; односно тоа се аглите за кој се завртуваат левиот односно десниот крај на проста греда со должина  $l_{k+1}$  и еднакви вути како и полета  $k - (k+1)$ , под влијание на момент со интензитет 1 на растојание  $x$  од левиот крај. (сл. 6)



Сл. 6

Од изведените равенки (17) до (20) се гледа дека за определување на инфлуентните линии е потребно само да се знаат константите-опорните моменти што ги предизвикуваат единичните моменти поставувани соодветно во левиот и десниот крај од секое поле. За да се имаат сите константи неопходни за определување на инфлуентните линии на сите големини за греда на  $n$ -меѓуопори треба да се определат опорните моменти од единични моменти на број  $2n+2$ . Меѓутоа, имајќи предвид дека:

1) збирот на опорните моменти над опората  $k$  од единичен момент во опората  $i$  од полето  $(i-1) - i$  и од опорниот момент над опората  $i$  од полето  $i - (i+1)$  е равен на  $-1$  за  $i = k$ , односно равен на нула за  $i \neq k$ , и

2) опорниот момент на  $k$ -тата опора од единичен момент во опората 0 од полето 0—1 е  $B$  пати помал од моментот над истата опора од единичниот момент над

опората 1 од полето 0—1., потребно е да се пресметаат опорните моменти за само  $n$  згодни избрани положби на единичните моменти. Опорните моменти за другите положби на единичните моменти се определуваат според особините под 1. и 2.

При симетричните конструкции бројот на тие положби се смалува. Ако е бројот на меѓуопорите парен, бројот на положбите е  $\frac{n}{2}$  а ако е непарен, бројот на избраните положби е  $\frac{n+1}{2}$ .

Вредностите на функциите  $M_1(\xi)$ ,  $M_2(\xi)$ ,  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  за конструкциите со прави и параболични вути се дадени во постојните табели. Меѓутоа само за определување на инфлуентните линии на нагибите во произволен пресек потребно е да се пресметуваат вредностите на функциите  $\alpha'(x)$  и  $\beta'(x)$  посебно, освен во случај ако се определува инфлуентната линија на нагибот во левиот или десниот крај на полето  $k - (k+1)$ . Во тој случај изразите  $\alpha'(0)$ ,  $\beta'(0)$ ,  $\alpha'(1)$  и  $\beta'(1)$  се еднакви со константите на гредата, а имено  $\alpha'(0) = \alpha_{k+1}$ ,  $\beta'(0) = \beta_{k+1}$ ,  $\alpha'(1) = -\beta_{k+1}$ ,  $\beta'(1) = -\alpha_{k+1}$ .

До колку силата и пресекот се наоѓаат во исто поле, инфлуентните линии се добиваат со суперпозиција на инфлуентните линии (17) до (20) со соодветните равенки на инфлуентните линии за проста греда.

Равенката на инфлуентната линија на угибот на проста греда може да се напише во следниот вид:

$$\omega_0(\xi) = x \alpha(\xi) + (1-x) \int_0^x \frac{u^2 du}{EJ(u)} - x(1-\xi) \int_0^\xi \frac{u du}{EJ(u)} \quad (21)$$

за положба на силата лево од пресекот  $X$ , а во видот:

$$\omega_0(\xi) = \xi \alpha(x) + (1-x) \int_0^\xi \frac{u^2 du}{EJ(u)} - \xi(1-x) \int_0^\xi \frac{u du}{EJ(u)} \quad (22)$$

за положба на силата десно од пресекот. По диференцирање на равенките (21) и

(22) по  $x$  и средување, инфлуентната линија на нагибот го добива видот

$$\omega'_0(\xi) = \alpha(\xi) - (1 - \xi) \int_0^x \frac{u du}{EJ(u)} \quad (23)$$

за положба на силата лево од пресекот, односно видот

$$\omega'_0(\xi) = -\beta(\xi) + \xi \int_0^\xi \frac{(1-u) du}{EJ(u)} \quad (24)$$

за положба на силата десно од пресекот.

Формулите (17) до (20) се изведени за положба на силата и пресекот во две средни полиња со симетрични вуги. Ќе покажеме дека нивниот вид останува неизменет кога е крајното поле 0—1 со едностран вуга (сл. 7.) Според Клапејроновите ра-

венки, моментот на опората 1, за положба на единична сила во полето 0—1, е равен на

$$M_1 = -\frac{\beta(\xi)}{\gamma_{10}} \quad (25)$$

Изразот (25) може да се напише во следниот вид:

$$M_1 = -\frac{1}{\gamma_{10}} \cdot \frac{B_1 \alpha(\xi) - \beta(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)} - \frac{B_1}{\gamma_{10}} \cdot \frac{B_2 \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)} \quad (26)$$

или конечно во видот

$$M_1 = M_1^0 M_1(\xi) + M_1^1 M_2(\xi)$$

бидејќи:

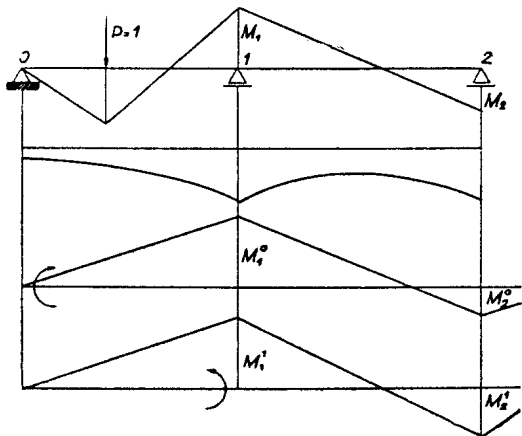
$$M_1^0 = -\frac{1}{\gamma_{10}}, \quad M_1^1 = -\frac{B_1}{\gamma_{10}}, \quad M_1(\xi) = \frac{B_1 \alpha(\xi) - \beta(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)}, \quad M_2(\xi) = \frac{B_2 \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)} \quad (28)$$

$M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  се инфлуентни линии на моментите на вкештувањето во левиот и десниот крај на двострано вкештена греда со должина  $l_1$  и едностран вуга во десниот крај еднаква со вугата на полето 0—1.

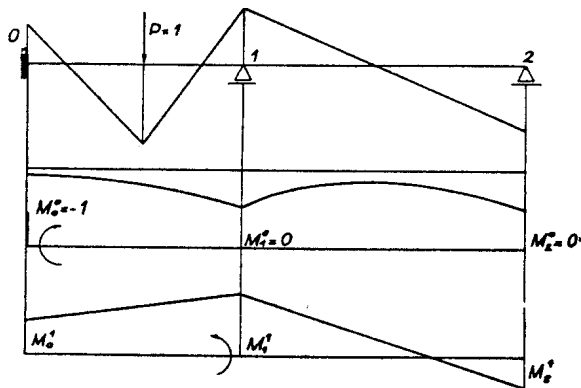
$\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\beta$  се константи за континуална греда (аглите на тангентите на краевите на

еластичната линија за проста греда со едностран вуга под влијание на  $M=1$ ). Со  $B_1$  е означен односот  $\frac{\alpha_1}{\beta}$  а со  $B_2$  односот  $\frac{\alpha_2}{\beta}$ .

И во случај на вкештен крај на континуалната греда, формулите остануваат неизменети (сл. 8). Моментот над опората 1 се изразува и сега во истиот вид.



Сл. 7



Сл. 8

Бидејќи е  $\gamma_{01} = B_2$

за моментот на опората 1 се добива:

$$M_1 = \frac{B_2 \beta(\xi) - \alpha(\xi)'}{\beta(1 - B_2 \gamma_{10})} \quad (29)$$

Изразот може да се напише во вид:

$$M_1^0 = 0; \quad M_1^1 = \frac{B_1 B_2 - 1}{1 - B_2 \gamma_{10}}, \quad M_2(\xi) = \frac{B_2 \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)} \quad (32)$$

Сè останува во важност и во случај да е последното поле со едностран вута.  $M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  ќе бидат инфлуентни линии на моментите на вклетувањето во левиот односно десниот крај на двострано вклетена греда со должина  $l_{n+1}$  и едностран вута во левиот крај еднаква со вутата на полето  $n - (n+1)$ .

При определувањето на фокусните однаси при ваквите конструкции место константата  $B$  при определувањето на  $\gamma_{10}$  односно  $\gamma_{n, n-1}$  ќе се земе односот  $B_1 = \frac{\alpha_1}{\beta}$

$$M_1 = \frac{B_1 B_2 - 1}{1 - B_2 \gamma_{10}} \cdot \frac{B_2 \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta(B_1 B_2 - 1)} \quad (30)$$

односно

$$M_1 = M_1^0 M_1(\xi) + M_1^1 M_2(\xi) \quad (31)$$

бидејќи е

Опорните моменти се определуваат по формулите (7) и (8). Меѓутоа, за положба на единичните моменти во краевите на првото и последното поле место константата

$B$  ќе се земе односот  $B_1 = \frac{\alpha_1}{\beta}$  или  $B_2 = \frac{\alpha_2}{\beta}$

според тоа дали единичниот момент дејствува од страната каде што е вутата или од спротивната страна.

### ИНФЛУЕНТНИ ЛИНИИ НА ДВОСТРАНО И ЕДНОСТРАНО ВКЛЕШТЕНА ГРЕДА

Инфлуентните линии на двострано вклетена греда и еднострано вклетена греда се специјални случаи на равенките (17) до (20),

За двострано вклетена греда (сл. 9) вредностите на константите се:

$$\omega(\xi) = -\alpha(x) M_1(\xi) - \beta(x) M_2(\xi) + \omega_0(\xi)$$

$$\omega'(\xi) = -\alpha'(x) M_1(\xi) - \beta'(x) M_2(\xi) + \omega'_0(\xi)$$

$$M(\xi) = -(1-x) M_1(\xi) - x M_2(\xi) + M_0(\xi).$$

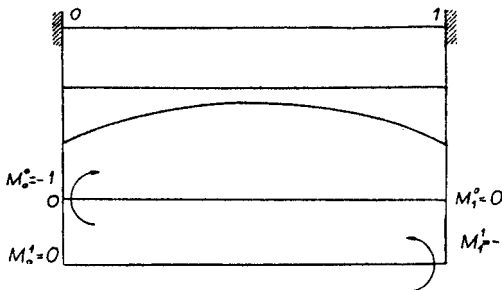
$$Q(\xi) = \frac{M_1(\xi)}{l} - \frac{M_2(\xi)}{l} + Q_0(\xi).$$

$M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  се инфлуентни линии на моментите на вклетувањето во левиот однос-

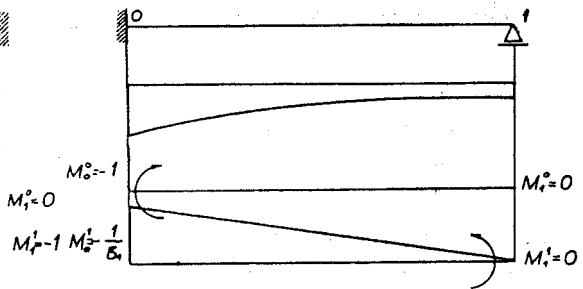
$$M_0^0 = -1, \quad M_1^0 = 0, \quad M_0^1 = 0, \quad M_1^1 = -1$$

Од равенките (17) до (20) со замена на тие вредности и суперпозиција со соодветните равенки на инфлуентните линии за проста греда, се добиваат тие во следниот вид:

но десниот крај на гредата со двострани вуту.



Сл. 9



Сл. 10

За еднострано вклетшена греда во левиот крај (сл. 10), вредностите на константите се:

$$M_0^0 = -1, \quad M_1^0 = -0, \quad M_0^1 = -\frac{1}{B_1}, \quad M_1^1 = 0$$

па според тоа равенките на инфлуентните линии го имаат следниот вид:

$$\omega(\xi) = -\alpha(x)M_1(\xi) - \frac{\alpha(x)}{B_1}M_2(\xi) + \omega_0(\xi).$$

$$\omega'(\xi) = -\alpha'(x)M_1(\xi) - \frac{\alpha'(x)}{B_1}M_2(\xi) + \omega'_0(\xi).$$

$$M(\xi) = -(1-x)M_1(\xi) - \frac{1}{B_1}(1-x)M_2(\xi) + M_0(\xi)$$

$$Q(\xi) = \frac{M_1(\xi)}{l} + \frac{1}{B_1} \frac{M_2(\xi)}{l} + Q_0(\xi)$$

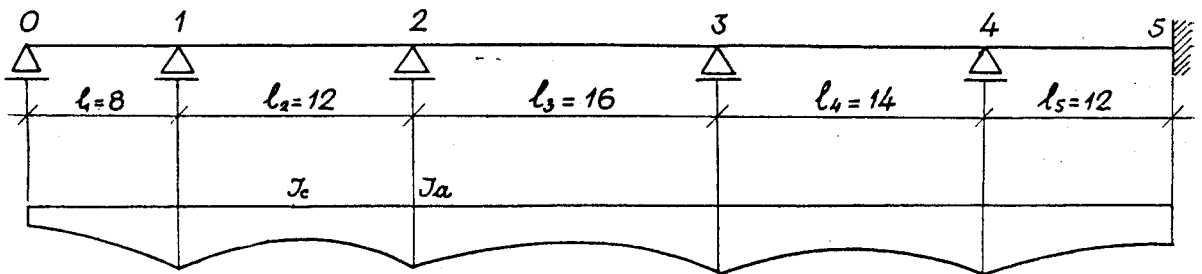
$M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  се инфлуентните линии на моментите на вклетшувањето на греда со

еднострана вута во левиот крај.

#### ПРИМЕР: КОНТИНУАЛНА ГРЕДА НА ПЕТ ПОЛИЊА СО ВКЛЕШТЕН ДЕСЕН КРАЈ

Употребата на равенките (17) до (20) за определување на инфлуентните линии е покажана на една континуална греда преко

пет полиња со вклетшен десен крај (сл. 11) Вутите се параболични, двострани во средните полиња, а во крајните еднострани.



Сл. 11

Димензиите на континуалната греда, податоците за вутите и вредностите на константите за континуалната греда се средени во табелата I.

ТАБЕЛА I

Поле	Должина на полето	Должина на вутата	$\lambda = \frac{lv}{l}$	$n = \frac{J_c}{J_a}$	$\bar{\alpha}_1$	$\bar{\alpha}_2$	$\bar{\beta}$	$B_1$	$B_2$	$B$
0—1	8	8	1,00	0,05	0,058	0,241	0,068	0,853	3,544	—
1-2, 2-3, 3-4	12, 16, 14	6, 8, 7	0,50	0,05	0,123	—	0,094	—	—	1,308
4—5	12	12	1,00	0,05	0,058	0,241	0,068	0,853	3,544	—

Во табелата II се дадени вредностите за  $\eta_1$  и  $\eta_2$  за определување на инфлуентните линии на  $M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$ , посебно за полето 0—1 (I и II ред), за полињата 1—2, 2—3,

3—4 (III и IV ред) и за полето 4—5 (V и VI ред).

По определувањето на фокусните односи со равенките:

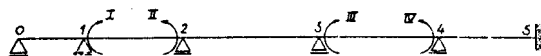


$$\gamma_{k+1} = B_{k+1} + \frac{\beta_k}{\beta_{k+1}} \left( B_k - \frac{1}{\gamma_{k-1k}} \right), \quad \gamma_{k+1k} = B_{k+1} + \frac{\beta_{k+2}}{\beta_{k+1}} \left( B_{k+2} - \frac{1}{\gamma_{k+2k+1}} \right)$$

чиј вредности се:  $\gamma_{01} = \infty, \gamma_{12} = 1,720, \gamma_{23} = 1,852, \gamma_{34} = 2,185, \gamma_{45} = 2,223$   
 $\gamma_{10} = 2,685, \gamma_{21} = 2,360, \gamma_{32} = 1,926, \gamma_{43} = 1,662, \gamma_{54} = 3,544$

опорните моменти ќе ги определиме со помоќта на формулите (7) и (8), само за четири положби на единичните моменти. Положбите се дадени на (сл. 12). За другите шест положби опорните моменти ги определуваме врз основа на особините изнесени погоре.

За употреба е најзгодно ако вредностите на константите се нанесат како во приложена скица.



Сл. 12

ТАБЕЛА II

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\eta_1$	0,063	0,093	0,098	0,090	0,074	0,055	0,039	0,024	0,013	0,006	0,001	0,000
$\eta_2$	0,022	0,073	0,136	0,194	0,235	0,259	0,259	0,240	0,200	0,146	0,078	0,000
$\eta_1$	0,080	0,147	0,199	0,225	0,215	0,178	0,124	0,072	0,036	0,014	0,002	0,000
$\eta_2$	0,002	0,014	0,036	0,072	0,124	0,178	0,215	0,225	0,199	0,147	0,080	0,000
$\eta_1$	0,078	0,146	0,200	0,240	0,259	0,259	0,235	0,194	0,136	0,073	0,022	0,000
$\eta_2$	0,001	0,006	0,013	0,024	0,039	0,055	0,074	0,090	0,098	0,093	0,063	0,000

Во примеров ќе ги определиме инфлуентните линии за само некои големини за одделни карактеристични пресеци од континуалната греда.

Инфлуентна линија на моментот во средината на полето 1—2.

Посебно ќе ги определуваме равенките за положба на силата во одделните полиња, па според тоа инфлуентната линија ќе биде

$$M(\xi) = M_1(\xi) [M_1^0(1-x) + M_2^0x] + M_2(\xi) [M_1^1(1-x) + M_2^1x] \quad (33)$$

Внесувајќи ги вредностите  $M_1^0 = -0,372, M_2^0 = 0,158, M_1^1 = -0,135, M_2^1 = -0,318, x = 0,5,$   
 $M_1(\xi) = 8\eta_1, M_2 = 8\eta_2$  (I и II ред) се добива:

$$M(\xi) = -0,856\eta_1 - 0,732\eta_2 \quad (33)$$

б) силата е во полето 1—2. Од истата формула со замена  $i = 1, i + 1 = 2, k = 1, k + 1 = 2$  се добива:

$$M(\xi) = M_1(\xi) [M_1^1(1-x) + M_2^1x] + M_2(\xi) [M_1^2(1-x) + M_2^2x]$$

односно

$$M(\xi) = -4,802\eta_1 - 4,512\eta_2 \quad (34)$$

бидејќи е  $M_1^1 = -0,682, M_2^1 = -0,135,$   
 $M_1^2 = -0,344, M_2^2 = -0,408, x = 0,5, M_1(\xi) =$   
 $= 12\eta_1, M_2(\xi) = 12\eta_2$  (III и IV ред).

Равенката треба да се суперпонира со

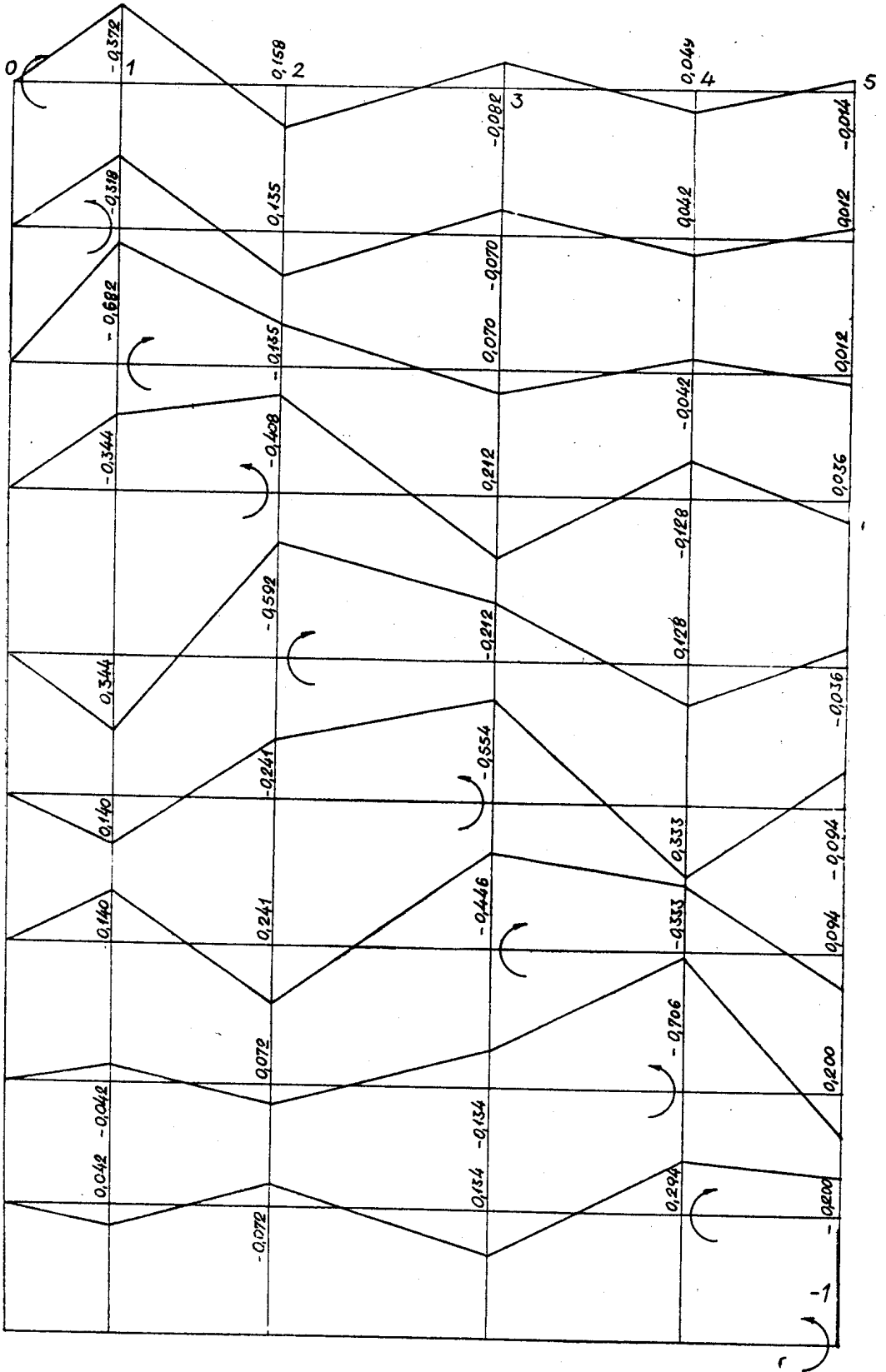
аналитички претставена со пет равенки. За определување на инфлуентната линија на моментот ќе се користиме со равенката (19).

а) силата е во полето 0—1.

Од равенката (19) со замена  $i = 0, i + 1 = 1, k = 1, k + 1 = 2$  се добива следната равенка за инфл. линија за момент во пресек X во полето 1—2, кога силата е во полето 0—1.

инфл. линија на моментот во пресекот X сметајќи го полето 1—2 за проста греда.

в) силата е во полето 2—3. За положба на силата во полето 2—3, равенката на инфлуентната линија го има видот:



$$M(\xi) = M_1(\xi)[M_1^2(1-x) + M_2^2x] + M_2(\xi)[M_1^3(1-x) + M_2^3x]$$

односно видот:

$$M(\xi) = -1,584 \eta_1 - 0,808 \eta_2 \quad (35)$$

бидејќи е  $M_1^2 = 0,344$ ,  $M_2^2 = -0,592$ ,  $M_1^3 = 0,140$ ,  $M_2^3 = -0,241$ ,  $x = 0,50$ ,  $M_1(\xi) = 16 \eta_1$ ,  $M_2(\xi) = 16 \eta_2$  (III и IV ред).

г) силата е во полето 3—4. Инфлуентната линија го има видот:

$$M(\xi) = M_1(\xi)[M_1^3(1-x) + M_2^3x] + M_2(\xi)[M_1^4(1-x) + M_2^4x]$$

односно видот

$$M(\xi) = 0,707 \eta_1 + 0,210 \eta_2 \quad (36)$$

бидејќи е  $M_1^3 = -0,140$ ,  $M_2^3 = 0,241$ ,  $M_1^4 = -0,042$ ,  $M_2^4 = 0,072$ ,  $x = 0,50$ ,  $M_1(\xi) = 14 \eta_1$ ,  $M_2(\xi) = 14 \eta_2$  (III и IV ред).

д) силата е во полето 4—5. Бидејќи е  $i = 4$ ,  $i + 1 = 5$ ,  $k = 1$ ,  $k + 1 = 2$ , равенката на инфлуентната линија го добива видот:

$$M(\xi) = M_1(\xi)[M_1^4(1-x) + M_2^4x] + M_2(\xi)[M_1^5(1-x) + M_2^5x]$$

односно

$$M(\xi) = -0,180 \eta_1 \quad (37)$$

бидејќи е  $M_1^4 = 0,042$ ,  $M_2^4 = -0,072$ ,  $M_1^5 = 0$ ,  $M_2^5 = 0$ ,  $x = 0,50$ ,  $M_1(\xi) = 12 \eta_1$ ,  $M_2(\xi) = 12 \eta_2$  (V и VI ред)

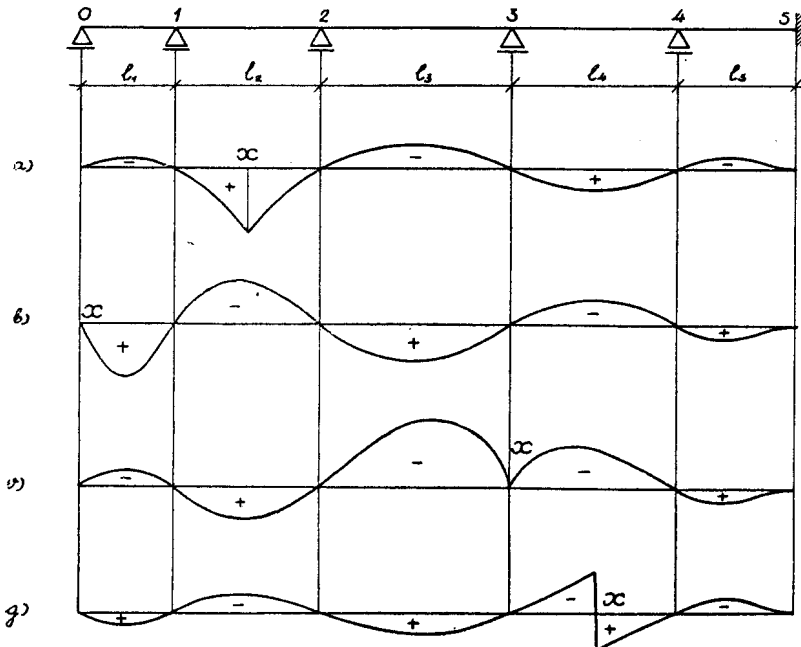
Според равенките (33), (34), (35), (36) и (37) вредностите на табелата II, пресметувањето е изведено до крај во табелата III. Пресметани се ординатите на инфлуентната линија за секој 12-ти дел од распоните (сл. 13а)

Во приложените табели IV, V, VI се определени инфлуентните линии на други големини и тоа:

Во табелата IV е определена инфл. линија на нагибот во левата опора (сл. 13б).

Во табелата V е определена инфлуентната линија на опорниот момент на третата опора (сл. 13в).

Во табелата VI е определена инфлуентната линија на трансверзалната сила во средината на полето 3—4. (сл. 13г).



Тл. 13

Т А Б Е Л А III

Иафлуентна линија на моментот во средината од полето 1—2

$$\left(k = 1, k + 1 = 2, x = \frac{1}{2}\right)$$

	$i = 0$		$i + 1 = 1$		$M(\xi) = -0,856 \eta_1 - 0,732 \eta_2$								(I и II ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-0,856 \eta_1$	0,000	0,054	0,080	0,084	0,077	0,063	0,047	0,033	0,020	0,011	0,005	0,001	0,000	
$-0,732 \eta_2$	0,000	0,016	0,053	0,099	0,142	0,172	0,189	0,189	0,176	0,146	0,107	0,057	0,000	
$-M(\xi)$	0,000	0,070	0,133	0,183	0,219	0,235	0,236	0,222	0,196	0,157	0,112	0,058	0,000	

	$i = 1$		$i + 1 = 2$		$M(\xi) = -4,802 \eta_1 - 4,512 \eta_2$								(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-4,802 \eta_1$	0,000	0,392	0,720	0,975	1,103	1,054	0,872	0,608	0,353	0,176	0,069	0,010	0,000	
$-4,512 \eta_2$	0,000	0,009	0,063	0,162	0,325	0,559	0,803	0,970	1,015	0,898	0,663	0,361	0,000	
$M_0(\xi)$	0,000	0,504	0,996	1,500	1,992	2,496	3,000	2,496	1,992	1,500	0,996	0,504	0,000	
$M(\xi)$	0,000	0,103	0,213	0,463	0,564	0,883	1,325	0,918	0,624	0,426	0,264	0,133	0,000	

	$i = 2,$		$i + 1 = 3.$		$M(\xi) = -1,584 \eta_1 - 0,808 \eta_2$								(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-1,584 \eta_1$	0,000	0,159	0,292	0,395	0,446	0,426	0,353	0,246	0,143	0,071	0,028	0,004	0,000	
$-0,808 \eta_2$	0,000	0,002	0,013	0,029	0,058	0,100	0,144	0,174	0,182	0,161	0,119	0,064	0,000	
$-M(\xi)$	0,000	0,161	0,305	0,424	0,504	0,526	0,497	0,420	0,325	0,232	0,147	0,058	0,000	

	$i = 3,$		$i + 1 = 4$		$M(\xi) = 0,707 \eta_1 + 0,210 \eta_2$								(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$0,707 \eta_1$	0,000	0,056	0,104	0,141	0,159	0,152	0,126	0,088	0,051	0,025	0,010	0,001	0,000	
$0,210 \eta_2$	0,000	0,000	0,003	0,007	0,015	0,026	0,037	0,045	0,047	0,042	0,031	0,017	0,000	
$M(\xi)$	0,000	0,056	0,107	0,148	0,174	0,178	0,163	0,133	0,098	0,067	0,041	0,018	0,000	

	$i = 4$		$i + 1 = 5$		$M(\xi) = -0,180 \eta_1$								(V и VI ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-0,180 \eta_1$	0,000	0,014	0,026	0,036	0,040	0,038	0,032	0,022	0,013	0,006	0,002	0,000	0,000	
$-M(\xi)$	0,000	0,014	0,026	0,036	0,040	0,038	0,032	0,022	0,013	0,006	0,002	0,000	0,000	

Т А Б Е Л А IV

Инфлуентна линија на нагибот на левата опора

$$(k = 0, k + 1 = 1, x = 0)$$

$i = 0, i + 1 = 1$													$\alpha' (0) = 0,241 l_1/EJ_c = 1,928/EJ_c.$			
													$\beta' (0) = 0,068 l_1/EJ_c = 0,544/EJ_c.$			
$EJ_c \omega'(\xi) = -1,619 \eta_1 - 1,384 \eta_2$													(I и II ред)			
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
$-1,619 \eta_1$	0,000	0,102	0,150	0,158	0,145	0,120	0,089	0,063	0,039	0,021	0,009	0,002	0,000			
$-1,384 \eta_2$	0,000	0,030	0,101	0,188	0,268	0,325	0,358	0,358	0,332	0,277	0,202	0,108	0,000			
$\omega'_0(\xi)$	0,000	1,075	1,754	2,112	2,221	2,163	1,978	1,722	1,408	1,075	0,723	0,358	0,000			
$EJ_c \omega'(\xi)$	0,000	0,943	1,503	1,766	1,808	1,718	1,431	1,301	1,037	0,784	0,512	0,248	0,000			
$i = 1, i + 1 = 2$													$EJ_c \omega'(\xi) = -4,452 \eta_1 - 2,246 \eta_2$		(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
$-4,452 \eta_1$	0,000	0,356	0,654	0,886	1,002	0,957	0,792	0,552	0,320	0,160	0,062	0,009	0,000			
$-2,246 \eta_2$	0,000	0,004	0,031	0,081	0,161	0,278	0,400	0,483	0,505	0,447	0,330	0,180	0,000			
$-EJ_c \omega'(\xi)$	0,000	0,360	0,685	0,967	1,163	1,235	1,192	1,035	0,825	0,607	0,392	0,189	0,000			
$i = 2, i + 1 = 3$													$EJ_c \omega'(\xi) = 2,994 \eta_1 + 1,218 \eta_2$		(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
$2,994 \eta_1$	0,000	0,239	0,440	0,596	0,674	0,644	0,533	0,371	0,215	0,108	0,042	0,003	0,000			
$1,218 \eta_2$	0,000	0,002	0,017	0,044	0,088	0,151	0,217	0,262	0,274	0,242	0,179	0,007	0,000			
$EJ_c \omega'(\xi)$	0,000	0,241	0,457	0,640	0,762	0,795	0,750	0,633	0,489	0,350	0,221	0,100	0,000			
$i = 3, i + 1 = 4$													$EJ_c \omega'(\xi) = -1,066 \eta_1 - 0,3198 \eta_2$		(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
$-1,066 \eta_1$	0,000	0,085	0,157	0,212	0,240	0,229	0,190	0,132	0,077	0,038	0,015	0,002	0,000			
$-0,3198 \eta_2$	0,000	0,001	0,004	0,011	0,023	0,040	0,057	0,069	0,072	0,064	0,047	0,025	0,000			
$-EJ_c \omega'(\xi)$	0,000	0,086	0,161	0,223	0,263	0,269	0,247	0,201	0,149	0,102	0,062	0,027	0,000			
$i = 4, i + 1 = 5$													$EJ_c \omega'(\xi) = 0,2741 \eta_1$		(V и VI ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
$-0,2741 \eta_1$	0,000	0,021	0,040	0,055	0,066	0,071	0,071	0,064	0,053	0,037	0,020	0,006	0,000			
$EJ_c \omega'(\xi)$	0,000	0,021	0,040	0,055	0,066	0,071	0,071	0,064	0,053	0,037	0,020	0,006	0,000			

ТАБЕЛА V

Инфлуентна линија на опорниот момент на третата опора

$$(k = 2, k + 1 = 3, x = 1)$$

$i = 0, i + 1 = 1$		$M_3(\xi) = -0,656 \eta_1 - 0,560 \eta_2$												(I и II ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
$-0,656 \eta_1$	0,000	0,041	0,061	0,064	0,059	0,048	0,036	0,026	0,016	0,008	0,004	0,001	0,000		
$-0,560 \eta_2$	0,000	0,012	0,040	0,076	0,108	0,131	0,145	0,145	0,134	0,112	0,082	0,044	0,000		
$-M_3(\xi)$	0,000	0,053	0,101	0,140	0,167	0,179	0,181	0,171	0,150	0,120	0,086	0,045	0,000		

$i = 1, i + 1 = 2$		$M_3(\xi) = 0,840 \eta_1 + 2,544 \eta_2$												(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
$0,840 \eta_1$	0,000	0,067	0,123	0,167	0,189	0,180	0,149	0,104	0,060	0,030	0,012	0,002	0,000		
$2,544 \eta_2$	0,000	0,005	0,036	0,091	0,183	0,315	0,453	0,547	0,572	0,506	0,374	0,203	0,000		
$M_3(\xi)$	0,000	0,072	0,159	0,258	0,372	0,495	0,602	0,651	0,632	0,536	0,386	0,205	0,000		

$i = 2, i + 1 = 3$		$M_3(\xi) = -3,392 \eta_1 - 8,864 \eta_2$												(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
$-3,392 \eta_1$	0,000	0,271	0,499	0,675	0,763	0,729	0,603	0,421	0,244	0,122	0,047	0,007	0,000		
$-8,864 \eta_2$	0,000	0,018	0,124	0,319	0,638	1,099	1,578	1,906	1,994	1,764	1,303	0,709	0,000		
$-M_3(\xi)$	0,000	0,289	0,623	0,994	1,401	1,828	2,181	2,327	2,238	1,886	1,350	0,716	0,000		

$i = 3, i + 1 = 4$		$M_3(\xi) = -6,224 \eta_1 - 1,876 \eta_2$												(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11		
$-6,224 \eta_1$	0,000	0,498	0,915	1,238	1,400	1,338	1,108	0,772	0,448	0,224	0,087	0,012	0,000		
$-1,876 \eta_2$	0,000	0,004	0,026	0,067	0,135	0,233	0,334	0,403	0,422	0,373	0,276	0,150	0,000		
$-M_3(\xi)$	0,000	0,502	0,941	1,305	1,535	1,571	1,442	1,175	0,870	0,597	0,363	0,162	0,000		

$i = 4, i + 1 = 5$		$M_3(\xi) = 1,608 \eta_1$												(V и VI ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
$1,608 \eta_1$	0,000	0,125	0,235	0,322	0,386	0,416	0,416	0,378	0,312	0,219	0,117	0,035	0,000		
$M_3(\xi)$	0,000	0,125	0,235	0,322	0,386	0,416	0,416	0,378	0,312	0,219	0,117	0,035	0,000		

ТАБЕЛА VI

Инфлуентна линија на трансферзалната сила во средината од полето 3—4

$$(k = 3, k + 1 = 4 \quad x = 0,50)$$

$i = 0, i + 1 = 1$		$Q(\xi) = 0,0748 \eta_1 + 0,064 \eta_2$											(I и II ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$0,0748 \eta_1$	0,000	0,005	0,007	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	
$0,064 \eta_2$	0,000	0,001	0,005	0,009	0,012	0,015	0,017	0,017	0,015	0,013	0,009	0,005	0,000	
$Q(\xi)$	0,000	0,006	0,012	0,016	0,018	0,020	0,021	0,020	0,017	0,014	0,009	0,005	0,000	

$i = 1, i + 1 = 2$		$Q(\xi) = -0,0959 \eta_1 - 0,2914 \eta_2$											(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-0,0959 \eta_1$	0,000	0,008	0,014	0,019	0,022	0,020	0,017	0,012	0,007	0,003	0,001	0,000	0,000	
$-0,2914 \eta_2$	0,000	0,000	0,004	0,010	0,021	0,036	0,052	0,063	0,065	0,058	0,043	0,023	0,000	
$-Q(\xi)$	0,000	0,008	0,018	0,029	0,043	0,056	0,069	0,075	0,072	0,061	0,044	0,023	0,000	

$i = 2, i + 1 = 3$		$Q(\xi) = 0,388 \eta_1 + 1,013 \eta_2$											(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$0,388 \eta_1$	0,000	0,031	0,057	0,077	0,087	0,083	0,069	0,048	0,028	0,014	0,001	0,000	0,000	
$1,013 \eta_2$	0,000	0,002	0,014	0,036	0,073	0,125	0,180	0,217	0,228	0,201	0,149	0,081	0,000	
$Q(\xi)$	0,000	0,033	0,071	0,113	0,160	0,208	0,249	0,265	0,256	0,215	0,150	0,081	0,000	

$i = 3, i + 1 = 4$		$Q(\xi) = 0,113 \eta_1 - 0,572 \eta_2$											(III и IV ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$0,113 \eta_1$	0,000	0,009	0,016	0,022	0,025	0,024	0,020	0,014	0,008	0,004	0,001	0,000	0,000	
$-0,572 \eta_2$	0,000	0,001	0,008	0,020	0,041	0,071	0,102	0,123	0,129	0,114	0,084	0,058	0,000	
$Q_0(\xi)$	0,000	-0,083	-0,166	-0,250	-0,333	-0,416	$+\frac{0,500}{-0,500}$	+0,416	0,333	0,250	0,166	0,083	0,000	
$Q(\xi)$	0,000	-0,075	-0,158	-0,248	-0,349	-0,463	$-\frac{0,582}{+0,418}$	0,307	0,212	0,140	0,083	0,025	0,000	

$i = 4, i + 1 = 5$		$Q(\xi) = -0,367 \eta_1$											(V и VI ред)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$-0,367 \eta_1$	0,000	0,029	0,053	0,073	0,088	0,095	0,095	0,086	0,071	0,050	0,027	0,008	0,000	
$-Q(\xi)$	0,000	0,029	0,053	0,073	0,088	0,095	0,095	0,086	0,071	0,050	0,027	0,008	0,000	

ЛИТЕРАТУРА

1 Dr. Ing. Habil. Richard Guldán. Okvirne konstrukcije i kontinualni nosači, Beograd, 1952.  
 2 И. М. Рабинович, Основы строительной механики стержневых систем, Москва, 1956

3 Битраков Димитар, Користење на моментите од  $m$ -ти ред за определување на инфлуентните линии на континуална греда, Зборник на Техничкиот факултет, Скопје, 1959—1961, т 4, 43—62.

# EINFLUSSLINIEN DER DURCHLAUFTRÄGER MIT VERÄNDERLICHEN QUERSCHNITTE

## ZUSAMMENFASSUNG

In der Arbeit [3] wurden die Gleichungen der Einflusslinien für Durchlaufträger mit konstanten Trägheitsmoment abgeleitet.

Dasselbe wird hier für veränderliche Querschnitte durchgeführt. Wegen Vereinfachung wird Durchlauf-

träger gemäss Abl. 1, mit in allen Feldern gleichen  $J_c$ ,  $J_a$  und  $\lambda$  genommen.

Die bekannten Ausdrücke der Stützmomente für den  $i$  und  $(i + 1)$  Auflager infolge wandernder Kraft  $P = 1$  (im Felde  $i - (i + 1)$ )

$$M_i = \frac{\gamma_{i+1} \alpha(\xi) - \beta(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1})}$$

$$M_{i+1} = \frac{\gamma_{i+1} \beta(\xi) - \alpha(\xi)}{\beta_{i+1} (1 - \gamma_{i+1} \gamma_{i+1})} \quad (6)$$

könnten wie folgt umgeformt werden:

$$M_i = M_i^i M_1(\xi) + M_i^{i+1} M_2(\xi) \quad M_{i+1} = M_{i+1}^i M_1(\xi) + M_{i+1}^{i+1} M_2(\xi)$$

Der untersuchende Schnitt ist im Feld  $k - (k + 1)$ . Dort sind die Stützmomente:

$$M_k = M_k^i M_1(\xi) + M_k^{i+1} M_2(\xi) \quad M_{k+1} = M_{k+1}^i M_1(\xi) + M_{k+1}^{i+1} M_2(\xi) \quad (14-15)$$

Das Grundsystem ist eine Reihe einfachen Balken (wie bei Clapeyron). Die Durchbiegung im Schnitt  $X$

eines einfachen Balkens belastet durch  $M_k$  und  $M_{k+1}$  ist gleich

$$\omega(x) = \alpha(x) M_k + \beta(x) M_{k+1} \quad (16)$$

und weil sind  $M_k$  und  $M_{k+1}$  gleich den Gleichungen (14-15), Einflusslinie für Durchbiegung im Schnitt  $X$  im Feld  $k - (k + 1)$  ist:

$$\omega(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i \alpha(x) + M_{k+1}^i \beta(x)] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} \alpha(x) + M_{k+1}^{i+1} \beta(x)] \quad (17)$$

Die Einzelkraft  $P$  ist wie bereits erwähnt im Feld  $i - (i + 1)$ .

Die entsprechende Einflusslinie für die andere drei Grössen: Drehwinkel, Moment und Querkraft sind wie folgt:

$$\omega'(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i \alpha'(x) + M_{k+1}^i \beta'(x)] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} \alpha'(x) + M_{k+1}^{i+1} \beta'(x)] \quad (18)$$

$$M(\xi) = M_1(\xi) [M_k^i (1-x) + M_{k+1}^i x] + M_2(\xi) [M_k^{i+1} (1-x) + M_{k+1}^{i+1} x] \quad (19)$$

$$Q(\xi) = \frac{M_1(\xi)}{l_{k+1}} [-M_k^i + M_{k+1}^i] + \frac{M_2(\xi)}{l_{k+1}} [-M_k^{i+1} + M_{k+1}^{i+1}] \quad (20)$$

In der Gleichungen (17) bis (20) bedeutet:  $i$ ,  $(i + 1)$  linker bzw. rechter Auflager des durch Einzelkraft  $P$  belasteten Feldes.

$k$ ,  $(k + 1)$  dasselbe für das Feld wo der Schnitt  $X$  sich befindet.

$l_{i+1}$ ,  $l_{k+1}$  die Spannweiten.

$\xi$  — Abstand von linken Auflager bis Angriffspunkt der Kraft  $P$  dividiert mit  $l_{i+1}$ .

$x$  — Abstand von linken Auflager bis Schnitt dividiert mit  $l_{k+1}$ .

$\alpha(x)$  und  $\beta(x)$  Auflagerdrehwinkel des einfachen Balkens Balkens  $k - (k + 1)$  infolge wandernder Einzelkraft.

$\alpha'(x)$  und  $\beta'(x)$  Auflagerdrehwinkel des gleichen Feldes infolge  $M = 1$  im Abstand  $x$ .

$M_1(\xi)$  und  $M_2(\xi)$  Einflusslinien für die Einspannmomente im Feld  $i - (i + 1)$ .

$M_k^i$  und  $M_{k+1}^i$  Stützmomente in  $k$  und  $(k + 1)$  infolge Einzelmoment am Auflager  $i$ .

$M_k^{i+1}$  und  $M_{k+1}^{i+1}$  die gleichen Momente infolge Einzelmoment am Auflager  $(i + 1)$ .

Die Konstanten  $M_k^i$ ,  $M_{k+1}^i$ ,  $M_k^{i+1}$ ,  $M_{k+1}^{i+1}$  für alle Werte  $i$  und  $k$  von 0 bis  $(n+1)$  werden mit den Formeln (7) bis (8) gerechnet und die Verhältniszahlen

für die Momente mit den Gleichungen (4). Mit  $B$  ist das Verhältnis der Stabfestwerte der beiden Enden eines Balkens bezeichnet.

Befindet sich die Kraft und der Schnitt im gleichen Feld, werden die Einflusslinien durch Superposition der Gleichungen (17) bis (20) mit den entsprechenden Einflusslinie des einfachen Balkens.

Die Formen der Gleichungen (17) bis (20) bleiben unverändert wenn die Endfelder mit einseitigen Vouten versehen sind. In diesem Fall sind die Ausdrücke  $M_1(\xi)$  und  $M_2(\xi)$  Einflusslinien für Momente eines beidseitig eingespannter Balkens gleicher Verhältnisse wie Feld  $0 - 1$  bzw.  $n - (n+1)$ .

Bei Bestimmung der Verhältniszahlen für Momente ( $\gamma_{12}$  bzw.  $\gamma_{n, n-2}$ ) solcher Konstruktionen wird statt  $B$  das Verhältnis  $B_1$  genommen. Dasselbe wird auch in den Gleichungen (7) bis (8) getan.

Die Einflusslinien für die Schnittkräfte sowie Verformungsgrössen ein- und beidseitig eingespannten Balkens sind Besonderfälle der Gleichungen (17) bis (20).

Die Anwendung der Gleichungen (17) bis (20) ist an einem Durchlaufträger mit fünf Feldern und mit eingespanntem rechten Ende gezeigt. Die Konstanten und die Resultate sind in der beiliegenden Skizze und Tabellen gegeben.