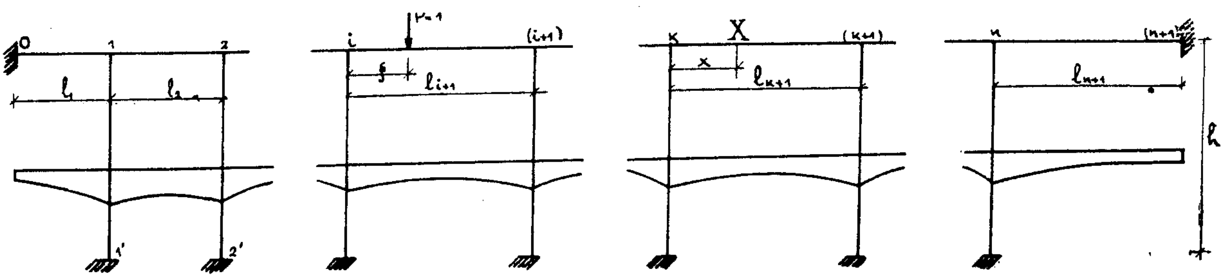
БИТРАКОВ ДИМИТАР

ИНФЛУЕНТНИ ЛИНИИ НА КОНТИНУАЛНА РАМКА СО ПРОМЕНЛИВ НАПРЕЧЕН ПРЕСЕК

Разгледуваме непоместлива континуална рамка на n-столбови со вклештени ригли. Рамката е со симетрични вути, двострани во средните ригли, а еднострани во крајните (сл. 1).



Сл. 1.

Нумерирањето на јазлите ќе го извршиме одлево надесно означувајќи го првиот јазол со индекс 1, наредниот со 2 итн, а последниот со n. Левиот и десниот крај на рамката ги означуваме со индексите 0 и $(n+1)$. Должините на риглите со l и соодветниот индекс на јазелот во десниот крај од риглата, а висините на столбовите ќе ги означуваме соодветно со h_1, $h_2 \ldots\ldots\ldots h_n$.

Нека е пресекот x во полето $k-(k+1)$. Растојанието на пресекот X во полето $k-(k+1)$ од левиот крај е изразено со односот меѓу растојанието од пресекот до левиот крај и должината на риглата, тој однос е означен со x.

Во полето $i-(i+1)$ од рамката нека дејствува единична сила P на растојание ξ од левиот крај. Со ξ е означено редуцираното растојание од левиот крај на полето $i-(i+1)$ до силата P, т. е. пак со односот меѓу растојанието на силата од левиот крај и должината на риглата $i-(i+1)$. Во понатамошниот текст под растојание ќе се подразбира редуцираното растојание.

Со $a_{k\,k+1}$, b_k, $a_{k+1\,k}$ ги означуваме константите на риглата $k-(k+1)$ соодветно на левиот и десниот крај, а константите на столбот $k-k'$ со a_{kk}', b_{kk}', $a_{k}'{}_{k}$. Инфлуентните линии на моментите на вклештувањето на двестрано вклештена греда со должина и вути какви ги има риглата $k-(k+1)$ ги означуваме со $\mathbf{M}_{kk+1}(\xi)$ и $\mathbf{M}_{k+1k}(\xi)$.

При определувањето на инфлуентните линии на статичките и деформационите големини во пресекот X од континуалната рамка ќе се користиме со методата на деформации, па спрема тоа за нивното определување ќе биде потребно да се определат инфлуентните линии на аглите за кои се завртуваат јазлите, а откако ќе се определат тие, инфлуентните линии на приклучните моменти врз риглите.

Равенката за рамнотежа на јазлите (примерно за k-тиот јазол)

$$d_k \varphi_k + b_k \varphi_{k-1} + b_{k+1} \varphi_{k+1} + \mathbf{M}_{kk-1}(\xi) - \mathbf{M}_{kk+1}(\xi) = 0 \tag{1}$$

каде што е $d_k = a_{kk-1} + a_{kk+1} + a_{kk}'$ ќе ни биде појдовна при определувањето на инфлуентните линии.

Инфлуентните линии на аглите на завртувањето $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \ldots\ldots \varphi_n$ ќе се определат со примената на равенката (1) на секој јазол од конструкцијата што доведува до следниов систем од n-линеарни равенки:

$$\begin{aligned}
&d_1 \varphi_1 + b_2 \varphi_2 &&= 0\\
&b_2 \varphi_1 + d_2 \varphi_2 + b_3 \varphi_3 &&= 0\\
&\quad b_3 \varphi_2 + d_3 \varphi_3 + b_4 \varphi_4 &&= 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &&\\
&\qquad b_i \varphi_{i-1} + d_i \varphi_i + b_{i+1} \varphi_{i+1} &&= -\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\\
&\qquad\quad b_{i+1} \varphi_i + d_{i+1} \varphi_{i+1} + b_{i+2} \cdot \varphi_{i+2} &&= \mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &&\\
&\qquad\qquad b_n \varphi_{n-1} + d_n \varphi_n &&= 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Детерминантата на системот нека е D, а $D_{ik\,i} D_{i+1\,k}$ нека се алгебарските комплементи на детерминантата D што соодветствуваат на елементите од i-тата и $(i+1)$ — та врста, а k-тата колона.

Аглите φ_k и φ_{k+1} за кои се завртуваат јазлите k и $(k+1)$ ќе бидат изразени во видот:

$$\begin{aligned}
\varphi_k &= -\frac{D_{ik}}{D}\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi) + \frac{D_{i+1\,k}}{D}\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\\
\varphi_{k+1} &= -\frac{D_{i\,k+1}}{D}\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi) + \frac{D_{i+1\,k+1}}{D}\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi).
\end{aligned} \tag{3}$$

Од познатите врски

$$M_{k\,k+1} = a_{k\,k+1}\varphi_k + b_{k+1}\varphi_{k+1}$$

$$M_{k+1\,k} = b_{k+1} \cdot \varphi_k + a_{k+1\,k} \cdot \varphi_{k+1}.$$

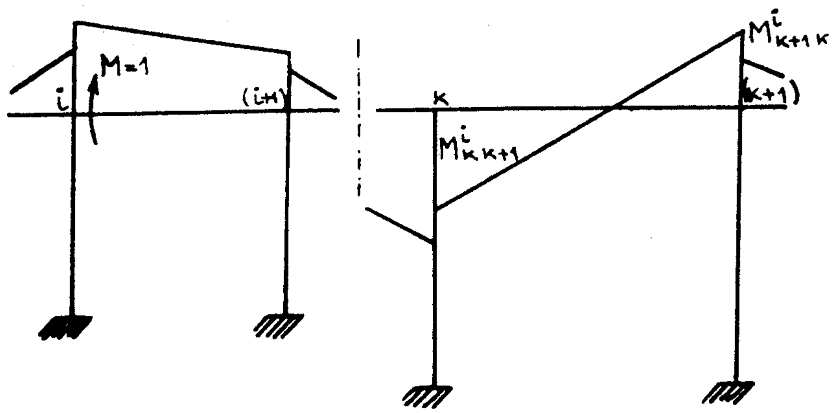
(претпоставуваме дека силата не е во полето $k-(k+1)$), по средувањето се добиваат инфлуентните линии на прикључните моменти на риглата $k-(k+1)$ во вид:

$$\begin{aligned}
M_{k\,k+1}(\xi) &= \left(-a_{k\,k+1}\frac{D_{ik}}{D} - \frac{D_{i\,k+1}}{D}b_{k+1}\right)\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi) + \left(a_{k\,k+1}\frac{D_{i+1\,k}}{D} + b_{k+1}\frac{D_{i+1\,k+1}}{D}\right)\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\\
M_{k+1\,k}(\xi) &= \left(b_{k+1}\frac{D_{ik}}{D} + a_{k\,k+1}\frac{D_{i\,k+1}}{D}\right)\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi) - \left(b_{k+1}\frac{D_{i+1\,k}}{D} + a_{k\,k+1}\frac{D_{i+1\,k+1}}{D}\right)\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)
\end{aligned} \tag{4}$$

Од овие равенки се гледа дека за определување на инфлуентните линии на тие моменти потребно е да се определат вредностите на сите алгебарски комплементи и вредноста на детерминантата и соодветно се заменуваат спрема положбата на силата врз конструкцијата и положбата на пресекот.

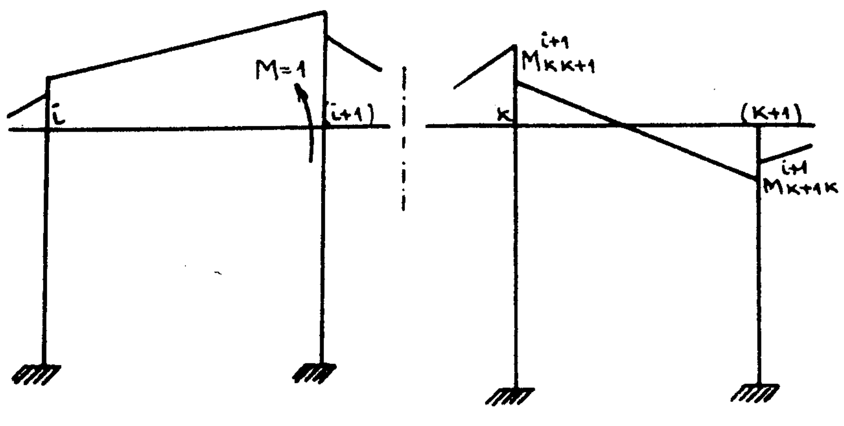
Но последниве изрази се незгодни за понатамошното користење во изведувањето на инфлуетните линии. Затоа нив ќе ги трансформираме во друг вид воведувајќи други константи, кои како и алгебарските комплементи зависат само од димензиите на рамката и видот на вутите.

Нека е M^{i}_{kk+1} приклучниот момент над левиот крај на риглата $k-(k+1)$ што го предизвикува единичен момент во левиот крај од риглата $i-(i+1)$, а $M^{i}_{k+1\,k}$ приклучен момент над десниот крај од таа ригла што го предизвикува истиот момент (сл. 2).



Сл. 2.

Аналогно нека M^{i+1}_{kk+1} и $M^{i+1}_{k+1\,k}$ се приклучните моменти во левиот односно во десниот крај од риглата $k-(k+1)$ што ги предизвикува единичен момент во десниот крај на риглата $i-(i+1)$ (сл. 3).



Сл. 3.

Лесно може да се види дека е:

$$M^{i}_{k\,k+1} = -a_{k\,k+1}\frac{D_{ik}}{D} - \frac{D_{i\,k+1}}{D}b_{k+1} \qquad M^{i+1}_{k\,k+1} = a_{k\,k+1}\frac{D_{i+1\,k}}{D} + b_{k+1}\frac{D_{i+1\,k+1}}{D}$$

$$M^{i}_{k+1\,k} = b_{k+1}\frac{D_{ik}}{D} + a_{k\,k+1}\frac{D_{i\,k+1}}{D} \qquad M^{i+1}_{k+1\,k} = -b_{k+1}\frac{D_{i+1\,k}}{D} - a_{k\,k+1}\frac{D_{i+1\,k+1}}{D} \tag{5}$$

па спрема тоа изразите за приклучните моменти над риглата $k-(k+1)$ го добиват следниов вид, што е многу зgоден за понатамошното изведување на инфлуентните линии:

$$M_{k\,k+1}(\xi)=M^{i}_{k\,k+1}\,\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)+M^{i+1}_{k\,k+1}\,\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi). \qquad (6)$$

$$M_{k+1\,k}(\xi)=M^{i}_{k+1\,k}\,\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)+M^{i+1}_{k+1\,k}\,\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi). \qquad (7)$$

Видот на опорните моменти над другите ригли е еднаков со видот на равенките (6) и (7) при соодветни долни индекси на константите за положбата на пресекот. Промената на положбата на силата доведува до промена на индексите горе на константите и во изразите $\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)$ и $\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)$. во равенките (6) и (7). Бидејќи овие моменти се изразени во функцијата на растојанието ξ на силата P од опората i, за променливо ξ равенките (6) и (7) при соодветни индкси ги изразуваат инфлуентните линии на сите моменти на риглите.

Користејќи се со добиените изрази за инфлуентните линии на опорните моменти, ќе ја изведеме равенката на инфлуентната линија на угибот во пресекот x од риглата $k-(k+1)$.

Риглата $k-(k+1)$ одвоено од конструкцијата претставува слободно потпрена греда натоварена во нејзините краеви со моментите $M_{k\,k+1}(\xi)$ и $M_{k+1\,k}(\xi)$.

Угибот во пресекот x на простата греда натоварена со моментите $M_{k\,k+1}(\xi)$ и $M_{k+1\,k}(\xi)$ во нејзините краеви е

$$\omega(\xi)=\alpha(x)\,M_{k\,k+1}(\xi)+\beta(x)\,M_{k+1\,k}(\xi) \qquad (8)$$

$\alpha(x)$ и $\beta(x)$ се аглите за кои се завртува левиот односно десниот крај на простата греда со должина l_{k+1} и еднакви вути какви што ги има риглата $k-(k+1)$ под влијание на единичната сила на растојанието x од левиот крај.

Со замена на вредностите (6) и (7) во равенката (8) за константна вредност на x, а променливо ξ, се добива инфлуентната линија на угибот во пресекот x од полето $k-(k+1)$, за положбата на силата во риглата $i-(i+1)$ во следниов вид:

$$\omega(\xi)=\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^{i}_{k\,k+1}\,\alpha(x)+M^{i}_{k+1\,k}\,\beta(x)\right]+\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M^{i+1}_{k\,k+1}\,\alpha(x)+M^{i+1}_{k+1\,k}\,\beta(x)\right] \qquad (9)$$

Инфлуентната линија за угибот во пресек од која било друга ригла за разни положби на силата се добиваат од равенката (9) кога до неа ќе се заменат соодветните индекси. Горните индекси i, $(i+1)$ ја определуваат риглата каде што се наоѓа силата, а долните индекси k, $(k+1)$ ги определуваат краевите на риглата каде што се бара влијанието. Со равенката (9) се опфатени, според тоа, инфлуентните линии на угибот во кој било пресек од која било ригла на рамката, а за положба на силата во која била ригла од неа.

Равенките на инфлуентните линии на другите три големини: нагибот, моментот и трансферзалната сила во пресекот x од риглата $k-(k+1)$ за положбата на силата во риглата $i-(i+1)$ ги даваме без изведување:

$$\omega'(\xi)=\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^{i}_{k\,k+1}\,\alpha'(x)+M^{i}_{k+1\,k}\,\beta'(x)\right]+\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M^{i+1}_{k\,k+1}\,\alpha'(x)+M^{i+1}_{k+1\,k}\,\beta'(x)\right] \qquad (10)$$

$$M(\xi)=\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^{i}_{k\,k+1}(1-x)+M^{i}_{k+1\,k}\,x\right]+\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M^{i+1}_{k\,k+1}(1-x)+M^{i+1}_{k+1\,k}\,x\right] \qquad (11)$$

$$Q(\xi)=\frac{1}{l_{k+1}}\left\{\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[-M^{i}_{k\,k+1}+M^{i}_{k+1\,k}\right]+\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[-M^{i+1}_{k\,k+1}+M^{i+1}_{k+1\,k}\right]\right\} \qquad (12)$$

При соодветни индекси со нив исто така се опфатени инфлуентните линии на соодветните големини за било кој пресек од рамката за сите положби на силата P.

Посебно ќе го разгледаме случајот кога е и силата во риглата $k-(k+1)$. Изразите за приклучните моменти сега според познатите врски:

$$M_{k\,k+1}=\alpha_{k\,k+1}\,\varphi_k+b_{k+1}\,\varphi_{k+1}-\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi)$$

$$M_{k+1\,k}=b_{k+1}\,\varphi_k+a_{k\,k+1}\,\varphi_{k+1}+\mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi).$$

го добиваат видот:

$$M_{k\,k+1}(\xi) = M_{k\,k+1}^{k}\,\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi) + M_{k\,k+1}^{k+1}\,\mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi) - \mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi)$$

$$M_{k+1\,k}(\xi) = M_{k+1\,k}^{k}\,\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi) + M_{k+1\,k}^{k+1}\,\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi) + \mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi),$$

па спрема тоа равенката на инфлуентната линија на угибот го добива видот:

$$\omega(\xi) = \mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{k}\,\alpha(x) + M_{k+1\,k}^{k}\,\beta(x)\right] + \mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{k+1}\,\alpha(x) + M_{k+1\,k}^{k+1}\,\beta(x)\right] +$$

$$+ \alpha(x)\,\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi) + \mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi)\,\beta(x)$$

Суперпонирајќи ја со равенката на инфлуентната линија на угибот во пресекот x на двестрано вклештената греда (димензии и вути на риглата $k-(k+1)$:

$$-\alpha(x)\,\mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi) - \beta(x)\,\mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi) + \omega_0(\xi)$$

во која со $\omega_0(\xi)$ е означена инфлуентната линија на угибот во истиот пресек на простата греда со исти димензии и вути, се добива:

$$\omega(\xi) = \mathbf{M}_{k\,k+1}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{k}\,\alpha(x) + M_{k+1\,k}^{k}\,\beta(x)\right] + \mathbf{M}_{k+1\,k}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{k+1}\,\alpha(x) + M_{k+1\,k}^{k+1}\,\beta(x)\right] + \omega_0(\xi). \quad (13)$$

Оттука следува заклучокот дека во случај кога се силата и пресекот во иста ригла, кон равенката (9) треба да се додаде инфлуентната линија на угибот во пресекот x на простата греда со еднакви вути какви што ги има риглата $k-(k+1)$. Се докажува дека тоа важи и при определувањето на инфлуентните линии на другите големини.

Равенките (10), (11) и (12) се суперпонираат со соодветните големини: инфлуентната линија на нагибот, моментот и трансферзалната сила во разгледуваниот пресек, сметајќи ја риглата $k-(k+1)$ за проста греда,

Равенките на инфлуентните линии (9) до (12) се изведени за положбата на силата и пресекот во две средни ригли со двестрани вути. Но се покажува дека нивниот вид останува неизменет и во случаите кога силата или пресекот се наоѓа во првата односно последната ригла или пак и силата и пресекот се во една од крајните ригли кои се со еднострани вути. Во овој случај, инфлуентните линии на моментите на вклештувањето на двестрано вклештената греда $\mathbf{M}_{01}(\xi)$, $\mathbf{M}_{10}(\xi)$; $\mathbf{M}_{n\,n+1}(\xi)$, $\mathbf{M}_{n+1\,n}(\xi)$ се однесуваат на гредата со еднострана вута во десниот односно левиот крај, а $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ се однесуваат исто така на проста греда со еднострана вута од десната односно левата страна.

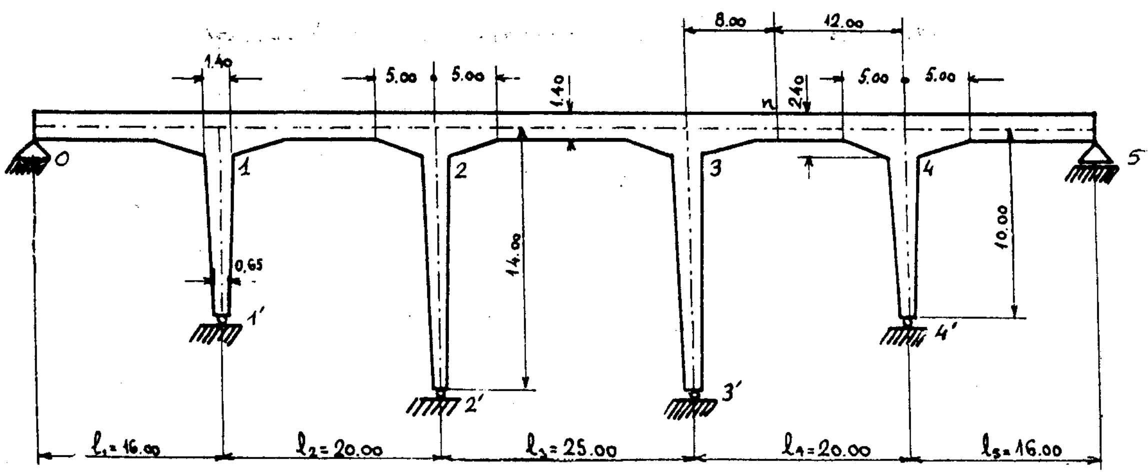
Ќе напоменеме накрај дека, ако конструкцијата завршува со зглоб, равенките (9) до (12) во ништо не ќе се променат. Влијанието на зглобот ќе биде изразено само преку вредностите на константите.

Од гореизнесеното следува дека за определување на инфлуентните линии потребно е само да се знаат вредностите на константите. За да се имаат сите константи неопходни за определувањето на инфлуентните линии на сите големини за рамка на $(n+1)$ поле, потребно би било да се определат опорните моменти од единичните моменти на број $2n+2$. Користејќи се со особините што тие дијаграми ги имаат, потребно е да се пресметаат опорните моменти само за n згодно избрани положби на единичните моменти. При симетричните конструкции тој број се сведува на $n/2$.

Пример: Непоместлива континуална рамка со променлив напречен пресек

За рамката претставена на сл. 4 ќе ги пресметаме инфлуентните линии на моментот во полето 3—4 на растојание $x = 8{,}00$ метри и за опорниот момент M_{21}.

Димензиите на рамката, податоците за вутите се средени во табелата I.



Сл. 4.

Табела I

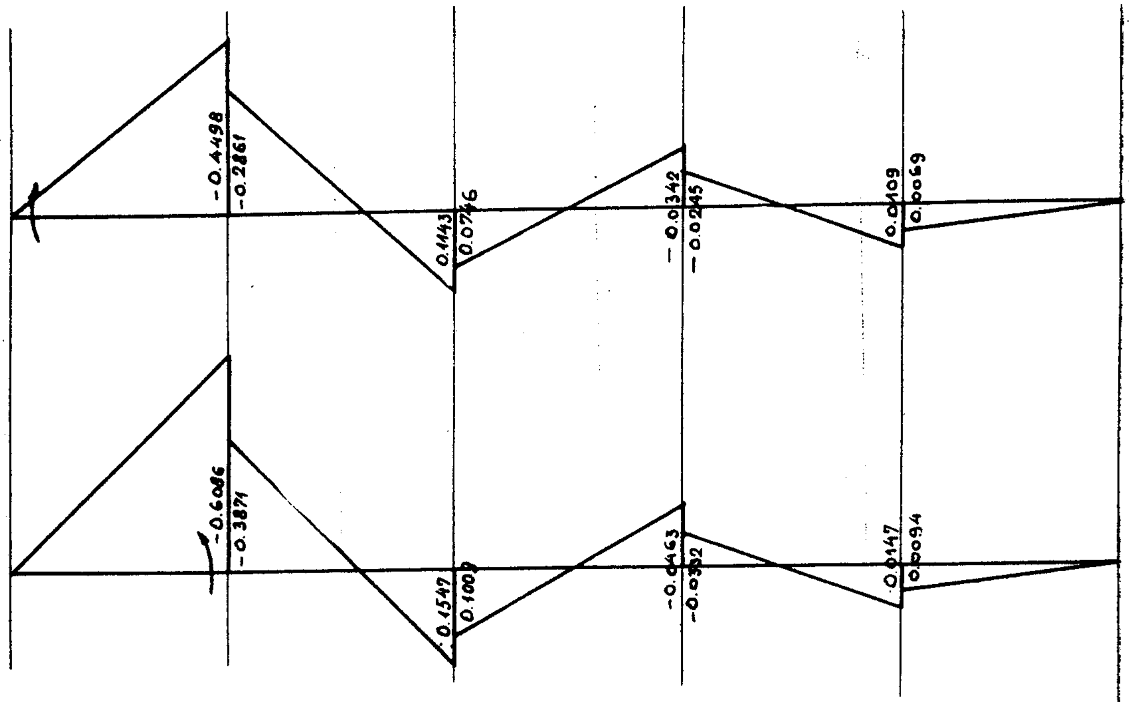
ригла столб.	должина на равенката	должина на вутата	$\lambda = \frac{h}{l}$	$n = \frac{J_c}{J_a}$	α_1	α_2	β.
0—1	16,00	5,00	0,313	0,200	0,2027	0,3298	0,1498
1—2	20,00	5,00	0,250	0,200	0,2216	0,2216	0,1443
2—3	25,00	5,00	0,200	0,200	0,2408	0,2408	0,1519
3—4	20,00	5,00	0,250	0,200	0,2216	0,2216	0,1443
4—5	16,00	5,00	0,313	0,200	0,2027	0,3298	0,1498
1—1'	10,00	5,00	1,00	0,100	0,0573	0,1816	0,0504
2—2'	14,00	1	1,00	0,100	0,0573	0,1816	0,0504
3—3'	14,00		1,00	0,100	0,0773	0,1816	0,0504
4—4'	10,00		1,00	0,100	0,0773	0,1816	0,0504

Во табелата II се дадени вредностите на η_1 и η_2 за определување инфлуентните линии $M_{01}(\xi)$ и $M_{10}(\xi)$ (I и II ред), M_{12} и M_{21} (III и IV ред) M_{23} и M_{32} (V и VI ред), M_{34} и M_{43} (VII и VIII ред), M_{45} и M_{54} (IX и X ред).

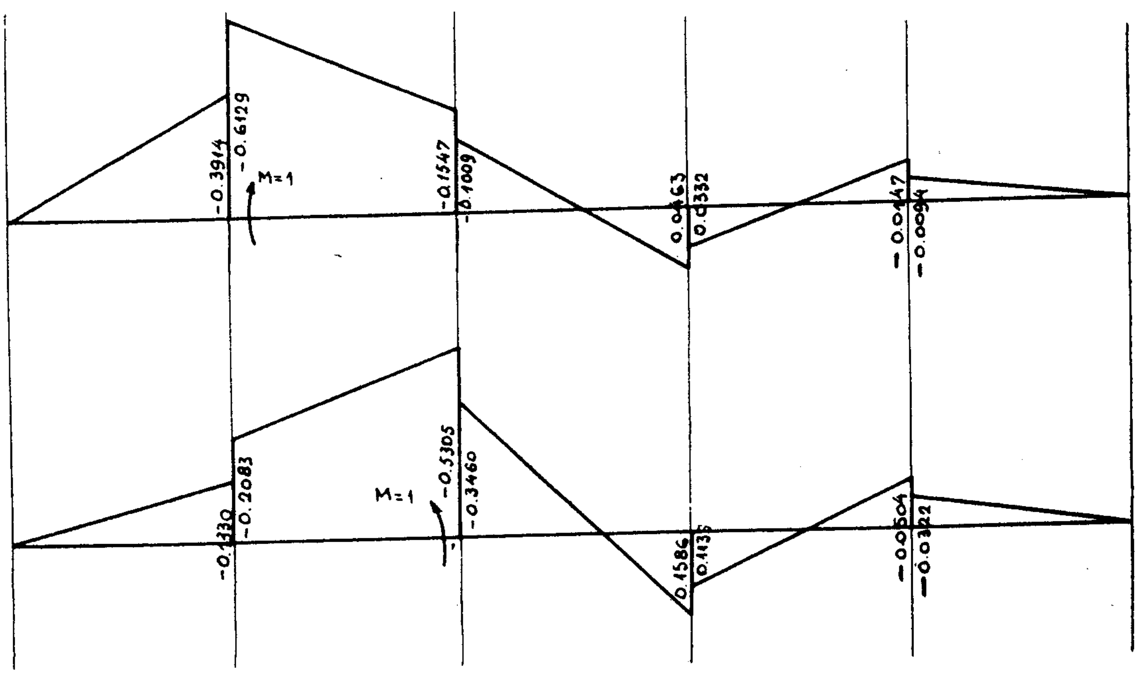
Табела II

ред.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	η_1	0,069	0,111	0,132	0,135	0,123	0,103	0,077	0,050	0,027	0,011	0,002	0,000
II	η_2	0,010	0,034	0,068	0,106	0,144	0,176	0,197	0,202	0,184	0,141	0,078	0,000
III	η_1	0,078	0,140	0,181	0,194	0,182	0,153	0,115	0,074	0,040	0,017	0,003	0,000
IV	η_2	0,003	0,017	0,040	0,074	0,115	0,153	0,182	0,194	0,181	0,140	0,078	0,000
V	η_1	0,076	0,136	0,177	0,188	0,176	0,149	0,112	0,074	0,040	0,017	0,003	0,000
VI	η_2	0,003	0,017	0,040	0,074	0,112	0,149	0,176	0,188	0,177	0,136	0,076	0,000
VII	η_1	0,078	0,140	0,181	0,114	0,182	0,153	0,115	0,074	0,040	0,017	0,003	0,000
VIII	η_2	0,003	0,007	0,040	0,074	0,115	0,153	0,182	0,194	0,181	0,140	0,078	0,000
IX	η_1	0,078	0,141	0,184	0,202	0,197	0,176	0,144	0,106	0,068	0,034	0,010	0,000
X	η_2	0,002	0,011	0,027	0,050	0,177	0,103	0,123	0,135	0,132	0,111	0,069	0,000

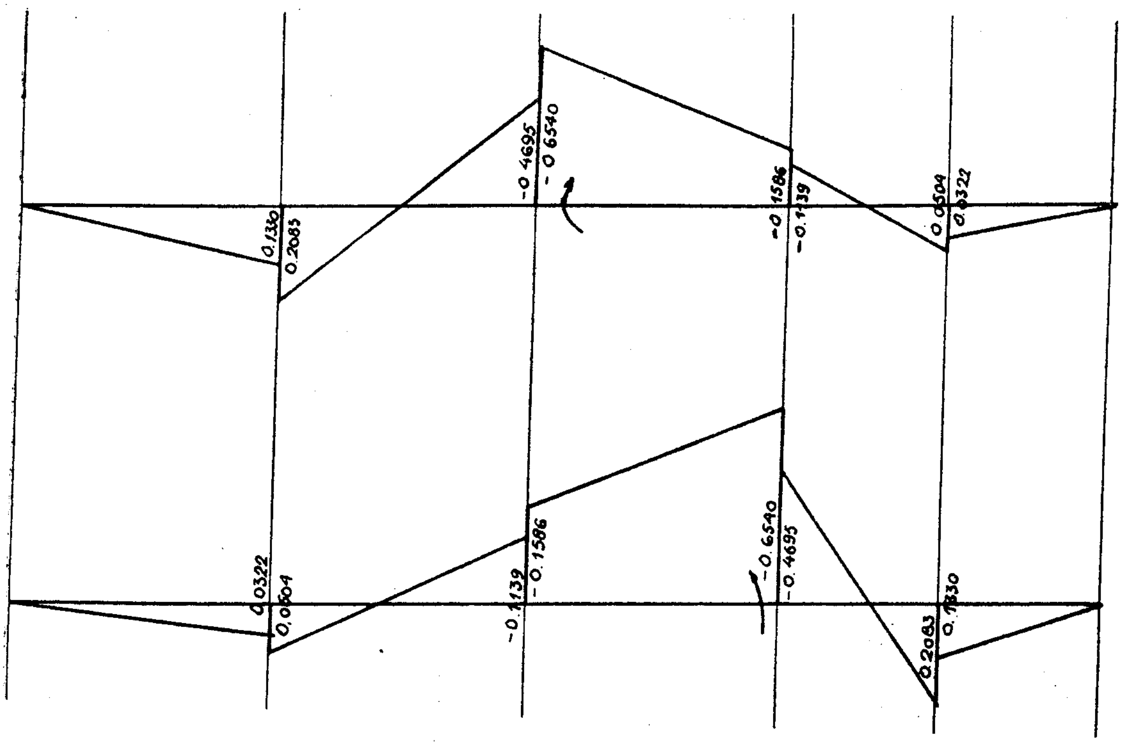
Пред се́ ги определуваме дијаграмите на константиге што ќе ни служат за определување на инфлуентните линии на сите статички и деформациони големини во било кој пресек од рамката. Нив во конкретниов пример ги пресметуваме само за две положби на единичните моменти, а другнте ги цртаме спрема особините што тие ги



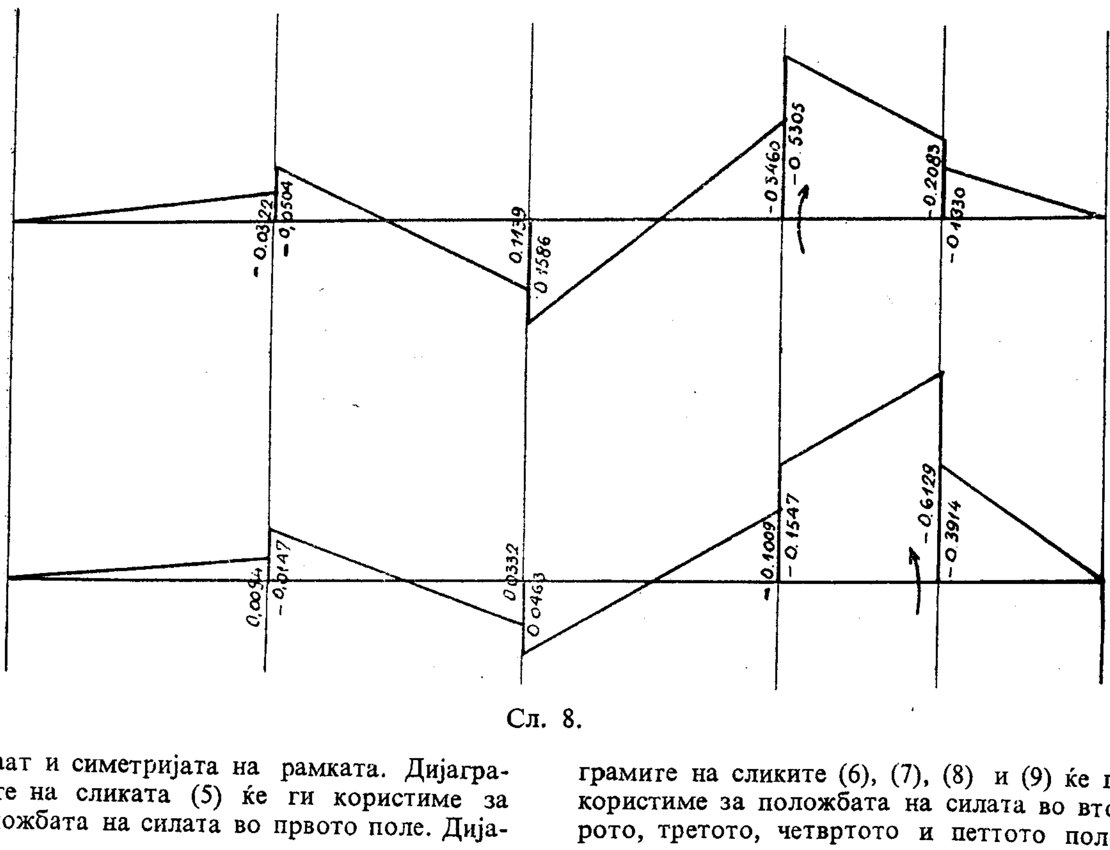
Сл. 5.



Сл. 6.

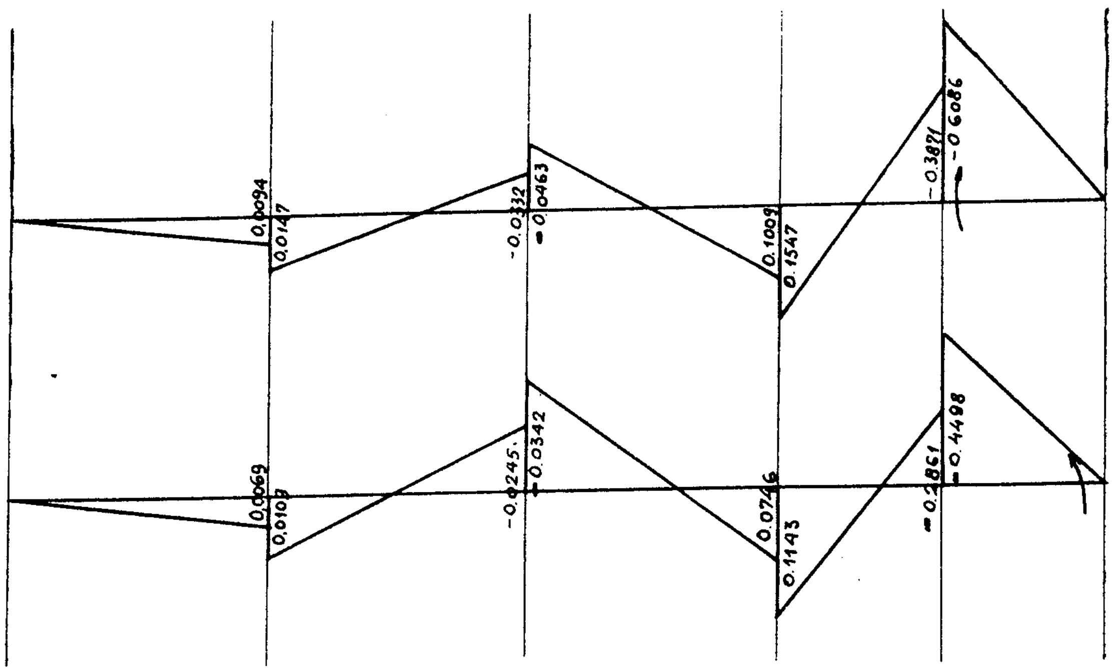


Сл. 7.



Сл. 8.

имаат и симетријата на рамката. Дијаграмите на сликата (5) ќе ги користиме за положбата на силата во првото поле. Дијаграмите на сликите (6), (7), (8) и (9) ќе ги користиме за положбата на силата во второто, третото, четвртото и петтото поле.



Сл. 9.

Инфлуентната линија за моментот во полето 3—4 ќе ја добиеме од равенката (11). Посебно ќе ги определуваме инфлуентните линии за положбата на силата во одделните полиња, па според тоа инфлуентната линија ќе биде претставена со пет равенки.

а) силата е во полето 0—1. Од равенката (11) со замена $i=0,\ i+1=1,\ k=3.\ k+1=4$ се добива следнава равенка:

$$M(\xi)=\mathbf{M}_{01}(\xi)\left[M_{34}^{0}(1-x)+M_{43}^{0}\,x\right]+\mathbf{M}_{10}(\xi)\left[M_{34}^{1}(1-x)+M_{43}^{1}\,x\right]$$

Внесувајќи ги вредностите на константите $M_{34}^{0}=-0{,}0245;\ M_{43}^{0}=0{,}0109$

$$M_{34}^{1}=-0{,}0332;\ M_{43}^{1}=0{,}0147;\ x=0{,}4;\ \mathbf{M}_{01}(\xi)=16\,\eta_1;\ \mathbf{M}_{10}(\xi)=16\,\eta_2$$

се добива:

$$M(\xi)=-0{,}1670\,\eta_1-0{,}1411\,\eta_2.$$

б) силата е во полето 1—2.

Од истата равенка, со замена на $i=1,\ (i+1)=2;\ k=3\,(k+1)=4$, се добива

$$M(\xi)=\mathbf{M}_{12}(\xi)\left[M_{34}^{1}(1-x)+M_{43}^{1}\,x\right]+\mathbf{M}_{21}(\xi)\left[M_{34}^{2}(1-x)+M_{43}^{2}\right]$$

односно

$$M(\xi)=0{,}280\,\eta_1+0{,}964\,\eta_2$$

бидејќи е: $M_{34}^{1}=0{,}0332;\ M_{43}^{1}=-0{,}0147;\ M_{34}^{2}=0{,}1139;\ M_{43}^{2}=-0{,}0504;$

$$x=0{,}4;\ \mathbf{M}_{12}(\xi)=20\,\eta_1;\ \mathbf{M}_{21}(\xi)=20\,\eta_2.$$

в) силата е во полето 2—3. Равенката на инфлуентната линија го добива видот:

$$M(\xi)=\mathbf{M}_{23}(\xi)\left[M_{34}^{2}(1-x)+M_{43}^{2}\,x\right]+\mathbf{M}_{32}(\xi)\left[M_{34}^{3}(1-x)+M_{43}^{3}\,x\right]$$

односно видот

$$M(\xi)=-1{,}2025\,\eta_1-4{,}9600\,\eta_2$$

Константите сега ги имаат следниве вредности: $M_{34}^{2} = -0{,}1139$; $M_{43}^{2} = 0{,}0504$

$$M_{34}^{3} = -0{,}4695;\ M_{43}^{3} = 0{,}2083;\ x = 0{,}4;\ \mathbf{M}_{23}(\xi) = 25\,\eta_1;\ \mathbf{M}_{32}(\xi) = 25\,\eta_2.$$

г) силата е во полето 3—4.

Инфлуентната линија го има видот:

$$M(\xi) = \mathbf{M}_{34}(\xi)\left[M_{34}^{3}(1-x) + M_{43}^{3}\,x\right] + \mathbf{M}_{43}(\xi)\left[M_{34}^{4}(1-x) + M_{43}^{4}\,x\right]$$

односно видот:

$$M(\xi) = -8{,}032\,\eta_1 - 6{,}760\,\eta_2$$

Константите ги имаат следниве вредности: $M_{34}^{3} = -0{,}5305$; $M_{43}^{3} = -0{,}2083$

$$M_{34}^{4} = -0{,}1547;\ M_{43}^{4} = -0{,}6129;\ x = 0{,}4;\ \mathbf{M}_{34}(\xi) = 20\,\eta_1,\ \mathbf{M}_{43}(\xi) = 20\,\eta_2.$$

Равенката треба да се суперпонира со инфлуентната линија на моментот во пресекот сметајќи го полето 3—4 за проста греда.

д) силата е во полето 4—5. Равенката на инфлуентната линија го добива видот:

$$M(\xi) = \mathbf{M}_{45}(\xi)\left[M_{34}^{4}(1-x) + M_{43}^{4}\,x\right] + \mathbf{M}_{54}(\xi)\left[M_{34}^{5}(1-x) + M_{43}^{5}\,x\right]$$

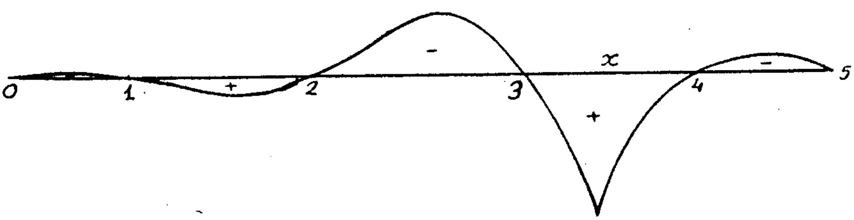
односно

$$M(\xi) = -0{,}9923\,\eta_1 - 0{,}7338\,\eta_2.$$

Од сл. 9. за константите ги добиваме следниве вредности: $M_{34}^{4} = 0{,}1547$

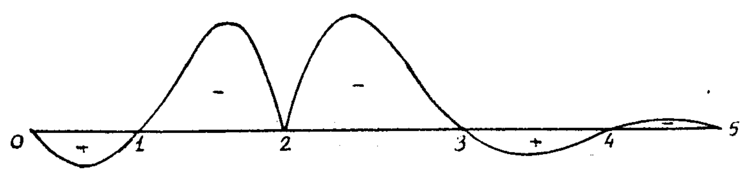
$$M_{43}^{4} = -0{,}3871;\ M_{34}^{5} = 0{,}1143;\ M_{43}^{5} = 0{,}2861;\ x = 0{,}4;\ \mathbf{M}_{45}(\xi) = 16\,\eta_1,\ \mathbf{M}_{54}(\xi) = 16\,\eta_2$$

Пресметувањето на ординатите на инфлуентните линии за секој дванаестти дел од распоните е спроведено во табелата III. Графички инфлуентната линија е прикажана на сл. 10.



Сл. 10

Во табелата IV се пресметани на ординатите на инфлуентната линија на опорниот момент M_{21}. Графички таа е претставена на сл. 11.



Сл. 11

Инфлуентна линија на моментот во пресекот x од полето 3—4

$(k=3,\ k+1=4,\ x=0{,}4)$

$i=0,\ (i+1)=1.$

$$M(\xi)=-0{,}1670\,\eta_1-0{,}1411\,\eta_2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-0{,}1670\,\eta_1$	0,012	0,019	0,022	0,023	0,020	0,017	0,013	0,008	0,005	0,002	0,000	0,000
$-0{,}1411\,\eta_2$	0,001	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,028	0,029	0,026	0,020	0,011	0,000
$-M(\xi)$	0,013	0,024	0,032	0,038	0,040	0,042	0,041	0,037	0,031	0,022	0,011	0,000

$i=1,\ (i+1)=2$

$$M(\xi)=0{,}280\,\eta_1+0{,}964\,\eta_2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$0{,}280\,\eta_1$	0,022	0,039	0,050	0,054	0,051	0,043	0,032	0,021	0,011	0,004	0,001	0,000
$0{,}964\,\eta_2$	0,003	0,016	0,038	0,071	0,111	0,147	0,175	0,187	0,174	0,135	0,075	0,000
$M(\xi)$	0,025	0,055	0,088	0,125	0,162	0,190	0,207	0,208	0,185	0,139	0,076	0,000

$i=2,\ (i+1)=3$

$$M(\xi)=-1{,}2025\,\eta_1-4{,}9600\,\eta_2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-1{,}2025\,\eta_1$	0,091	0,163	0,213	0,226	0,212	0,179	0,135	0,089	0,048	0,020	0,004	0,000
$-4{,}960\,\eta_2$	0,015	0,084	0,198	0,367	0,555	0,739	0,873	0,932	0,878	0,674	0,377	0,000
$-M(\xi)$	0,106	0,247	0,411	0,593	0,767	0,918	1,008	1,021	0,926	0,694	0,381	0,000

$i=3,\ (i+1)=4$

$$M(\xi)=-8{,}032\,\eta_1-6{,}760\,\eta_2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-8{,}032\,\eta_1$	0,626	1,124	1,454	1,558	1,462	1,229	0,924	0,594	0,321	0,136	0,024	0,000
$-6{,}760\,\eta_2$	0,020	0,115	0,270	0,500	0,777	1,034	1,230	1,311	1,224	0,946	0,527	0,000
$M_0(\xi)$	1,000	2,000	3,000	4,000	4,668	4,001	3,334	2,667	2,000	1,334	0,667	0,000
$M(\xi)$	0,354	0,761	1,276	1,942	2,429	1,738	1,180	0,762	0,455	0,252	0,116	0,000

$i=4,\ (i+1)=5$

$$M(\xi)=-0{,}9923\,\eta_1-0{,}7338\,\eta_2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-0{,}9923\,\eta_1$	0,077	0,140	0,182	0,200	0,195	0,175	0,143	0,105	0,067	0,034	0,010	0,000
$-0{,}7338\,\eta_2$	0,001	0,008	0,020	0,037	0,056	0,076	0,090	0,099	0,097	0,081	0,050	0,000
$-M(\xi)$	0,078	0,148	0,202	0,237	0,251	0,251	0,233	0,204	0,164	0,115	0,060	0,000

Табела IV

Инфлуентна линија на опорниот момент M_{21}

$(k=1,\ k+1=2,\ x=1)$

$i=0,\ (i+1)=1$ (I и II ред)

$M_{21}(\xi)=1{,}8288\ \eta_1+2{,}4752\ \eta_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$1{,}8288\ \eta_1$	0,126	0,203	0,241	0,247	0,225	0,188	0,141	0,091	0,049	0,020	0,007	0,000
$2{,}4752\ \eta_2$	0,025	0,084	0,168	0,262	0,356	0,436	0,488	0,500	0,455	0,349	0,193	0,000
$M_{21}(\xi)$	0,151	0,287	0,409	0,509	0,581	0,624	0,629	0,591	0,504	0,369	0,200	0,000

$i=1,\ (i+1)=2$

$M_{21}(\xi)=-3{,}0940\ \eta_1-10{,}6100\ \eta_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-3{,}094\ \eta_1$	0,241	0,433	0,560	0,600	0,563	0,473	0,356	0,229	0,124	0,052	0,009	0,000
$-10{,}610\ \eta_2$	0,032	0,180	0,424	0,785	1,220	1,625	1,931	2,058	1,920	1,485	0,827	0,000
$-M_{21}(\xi)$	0,273	0,613	0,984	1,385	1,783	2,096	2,287	2,287	2,044	1,537	0,836	0,000

$i=2,\ (i+1)=3$

$M_{21}(\xi)=-11{,}7375\ \eta_1-2{,}8475\ \eta_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-11{,}7375\ \eta_1$	0,892	1,596	2,077	2,207	2,066	1,749	1,315	0,868	0.469	0,199	0,035	0,000
$-2{,}8475\ \eta_2$	0,009	0,048	0.114	0,211	0,319	0,424	0,501	0,535	0,504	0,387	0,216	0,000
$-M_{21}(\xi)$	0,901	1,644	2,191	2,418	2,385	2,163	1,816	1,403	0,973	0,586	0,251	0,000

$i=3,\ (i+1)=4$

$M_{21}(\xi)=2{,}278\ \eta_1+0{,}664\ \eta_2$

	1	p	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$2{,}278\ \eta_1$	0,178	0,319	0,412	0,442	0,414	0,348	0,262	0,168	0,091	0,039	0,007	0,000
$0{,}664\ \eta_2$	0,002	0,011	0,026	0,049	0,076	0,101	0,121	0,129	0,120	0,093	0,052	0,000
$M_{21}(\xi)$	0,180	0,330	0,438	0,491	0,490	0,449	0,383	0,297	0,211	0,132	0,059	0,000

$i=4,\ (i+1)=5$

$M_{21}(\xi)=-0{,}5312\ \eta_1-0{,}3920\ \eta_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-0{,}5312\ \eta_1$	0,041	0,075	0,098	0,107	0,105	0,093	0,076	0,056	0,036	0,018	0,005	0,000
$-0{,}3920\ \eta_2$	0,001	0,004	0,010	0,020	0,030	0,040	0,048	0,053	0,052	0,044	0,027	0,000
$-M_{21}(\xi)$	0,042	0,079	0,108	0,127	0,135	0,133	0,124	0,109	0,088	0,062	0,032	0,000

DIMITAR BITRAKOV

EINFLUSSLINIEN DER DURCHLAUFENDEN RAHMEN MIT VERÄNDERLICHEM QUERSCHNITT

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine Behandlung zur Bestimmung der Einflusslinien des durchlaufenden Rahmen mit veränderlichem Querschnitt dargestellt. Nach der Deformationsmethode, und durch die Einführung der Konstanten $M^i_{k\,k+1}$, $M^i_{k+1\,k}$, $M_{k\,k+1}^{i+1}$, $M_{k+1\,k}^{i+1}$, ergibit sich die Einflusslinie der Durchbigung im Schnitt X vom Feld $k-(k+1)$ und für die Lage der Kraft im Feld $i-(i+1)$ aus der Gleichung:

$$\omega(\xi) = \mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^i_{k\,k+1}\,\alpha(x) + M^i_{k+1\,k}\,\beta(x)\right] + \mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{i+1}\,\alpha(x) + M_{k+1\,k}^{i+1}\,\beta(x)\right] \tag{9}$$

Die Einflusslinien der anderen drei Grössen: Drehwinkel, Moment und Querkraft sind durch die Gleichungen:

$$\omega'(\xi) = \mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^i_{k\,k+1}\,\alpha'(x) + M^i_{k+1\,k}\,\beta'(x)\right] + \mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{i+1}\,\alpha'(x) + M_{k+1\,k}^{i+1}\,\beta'(x)\right] \tag{10}$$

$$M(\xi) = \mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[M^i_{k\,k+1}\,(1-x) + M^i_{k+1\,k}\,x\right] + \mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{i+1}\,(1-x) + M_{k+1}^{i+1}\,x\right] \tag{11}$$

$$Q(\xi) = \frac{1}{l_{k+1}}\left\{\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)\left[-M^i_{k\,k+1} + M^i_{k+1\,k}\right] + \mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)\left[M_{k\,k+1}^{i+1} + M_{k+1\,k}^{i+1}\right]\right\} \tag{12}$$

gegeben.

In den Gleichungen (9) bis (12) bedeutet:

$i-(i+1)$ – das linke bzw. rechte Ende des durch die Einzelkraft balasteten Riegels.

$k-(k+1)$ – das linke bzw. rechte Ende, wo sich der Durchschnitt X befindet.

l_{i+1}, l_{k+1} Die Spannweiten der Riegel $i-(i+1)$ und $k-(k+1)$.

ξ Abstand vom linken Ende des Riegels bis Angrifpunkt der Kraft P durch l_{i+1} geteilt.

x Abstand vom linken Ende des Riegels $k-(k+1)$ bis zum Durchschnitt X durch l_{k+1} geteilt.

$\alpha(x)$, $\beta(x)$ Auflagerdrehwinkel des einfachen Balkens infolge wanderner Einzelkraft.

$\alpha'(x)$, $\beta'(x)$ Auflagerdrehwinkel des gleichen Feldes infolge $M=1$ im Abstand x.

$M^i_{k\,k+1}$, $M^i_{k+1\,k}$ Die Stabendmomente in k und $(k+1)$ infolge des Einzelmoments am linken Ende des Riegels $i-(i+1)$.

$M_{k\,k+1}^{i+1}$, $M_{k+1\,k}^{i+1}$ Die Stabendmomente in k und $(k+1)$ infolge des Einzelmoments am linken Ende des Riegels $i-(i+1)$.

$\mathbf{M}_{i\,i+1}(\xi)$, $\mathbf{M}_{i+1\,i}(\xi)$ Einflusslinien fur Momente eines beidseitigeingespanntet Balkens gleicher verhältnisse wie die Riegel $i-(i+1)$.

Zur Bestimmung der Einflusslinien der statischen und Deformationsgrössen ist es notwendig, dass die erwähnten Konstanten vorher bestimmt und nach der Durchschnitts und Kraftlage in den Gleichungen ersetzt werden. Sollten sich die Kraft und der Durchschnitt im gleichen Feld befinden, dann ergeben sich die Einflusslinien durch die Supperposition der Gleichungen (9) bis (12) mit den entsprechenden Einflusslinien eines einfachen Balkens.

Die Form der Gleichungen bleibt unverändert, wenn die Endriegel mit einseitigen Vouten sind. In diesem Falle sind die Ausdrucke $\mathbf{M}_{01}(\xi)$ und $\mathbf{M}_{10}(\xi)$ bzw. $\mathbf{M}_{n\,n+1}(\xi)$ und $\mathbf{M}_{n+1\,n}(\xi)$ die Einflusslinien für die Momente des zweiseitig eingespannte Balkens mit einseitiger Voute; mit denselben Beziehungen wie bei dem Riegel $0-1$ bzw $n-(n+1)$.

Die Anwendung der Gleichungen ist zur Bestimmung der Einflusslinien des Feldmoment im Durchschnitt X $(x=0{,}4)$ des Riegels $3-4$ und des Stabendmoment M_{21} vom unverschieblichen Rahmentragwerk dargestellt. Die Konstanten und Ergebnisse sind in den vorliegenden Skizzen und Tabellen III und IV gegeben.