ПРИМЕДБА ПОВОДОМ ЈЕДНОГ ПОСТУПКА ЗА ОБРАЗОВАЊЕ ПАРЦИЈАЛНИХ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА

РАНКО БОЈАНИЋ

У радовима [1] и [2] посматра се у најопштијем случају проблем образовања парцијалних диференцијалних једначина елиминацијом произвољних функција $F_k(t)$ односно $f_k(t)$ из релација

(1) $$Z = \sum_{k=1}^{n} F_k(a_k X + b_k Y),$$

(2) $$z = \prod_{k=1}^{n} f_k(a_k X + b_k Y),$$

где су $X = X(x)$ и $Y = Y(y)$ две дате функције. Из другог од тих радова види се да се једначина чије је решење дато обрасцем (1) добија доста једноставном елиминацијом функција $F_k(t)$ и њихових извода из релациіа које се добијају диференцирањем обрасца (1) довољан број пута. Насупрот томе, одговарајући проблем елиминације функција $f_k(t)$ из релација које се добијају диференцирањем обрасца (2) је много сложенији и обухвата највећи део рада (2).

У овој примедби желимо да покажемо да се тај проблем непосредно своди на претходни. Наиме, логаритмовањем обрасца (2) добијамо да је

$$\lg z = \sum_{k=1}^{n} \lg f_k(a_k X + b_k Y) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} F_k^*(a_k X + b_k Y) = Z.$$

Према томе, из једначине коју задовољава Z, која се као што смо напоменули добија релативно лако, једноставном сменом $Z = \lg z$ добићемо једначину чије је решење z.

Другим речима, ако се зна једначина чије је решење дато обрасцем (1) и ако се у тој једначини изврши смена $Z = \lg z$, добиће се једначина чије је решење дато обрасцем (2).

Колико се на тај начин поједностављује проблем образовања парцијалне једначине чије је решење облика (2) најбоље се види из следећег примера. Елиминацијом функција $F_1(t)$ и $F_2(t)$ из

$$Z = F_1(X+Y) + F_2(X-Y)$$

добија се једначина ([2], стр. 56)

$$\frac{R}{X'^2} - \frac{T}{Y'^2} - \left(\frac{X''}{X'^3} P - \frac{Y''}{Y'^3} Q\right) = 0. \tag{3}$$

Да би смо добили једначину чије је решење функција

$$z = f_1(X+Y) f_2(X-Y), \tag{4}$$

на основу претходнога довољно је да у једначини (3) извршимо смену $Z = \lg z$. Тада је наиме

$$P = \frac{1}{z} p, \quad Q = \frac{1}{z} q, \quad R = -\frac{1}{z^2} p^2 + \frac{1}{z} r, \quad T = -\frac{1}{z^2} q^2 + \frac{1}{z} t,$$

па се једначина (3) непосредно своди на једначину ([2], стр. 54)

$$\frac{r}{X'^2} - \frac{t}{Y'^2} - \left(\frac{X''}{X'^3} p - \frac{Y''}{Y'^3} q\right) = \frac{1}{z}\left(\frac{p^2}{X'^2} - \frac{q^2}{Y'^2}\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Перчинкова-Вчкова, Sur deux équations aux dérivées partielles ayant une structure intéressante. Bull. de la Soc. Royale des Sc. de Liège, t. 25, p. 3, (1956).

[2] Д. Перчинкова-Вчкова, Формирање на една класа парцијални диференцијални равенки, Годишен Зборник, Природно-математички оддел т. 8, 51—64, (1955) № 4.

R. Bojanić

REMARQUE SUR UN PROCÉDÉ DE FORMATION DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

(Résumé)

Dans les travaux [1] et [2] on considère dans le cas le plus général, le problème de la formation des équations aux dérivées partielles par une élimination des fonctions $F_k(t)$ et $f_k(t)$ de formules

$$Z=\sum_{k=1}^{n} F_k(a_k X+b_k Y), \tag{1}$$

$$z=\prod_{k=1}^{n} f_k(a_k X+b_k Y), \tag{2}$$

où $X=X(x)$ et $Y=Y(y)$. Tandis que la formation de l'équation aux dérivées partielles ayant comme solution la fonction Z définie par (1) est assez simple, le problème correspondant pour la fonction z définie par (2) est beaucoup plus difficile. La plus grande partie des travaux cités est consacrée à ce dernier problème.

Le but de cette remarque est de montrer qu'en réalité il n'existe ici qu'un seul problème, celui de la formation d'une équation aux dérivées partielles dont la solution est de la forme (1). Ceci resulte évidemment de

$$\lg z=\sum_{k=1}^{n} \lg f_k(a_k X+b_k Y)=$$

$$=\sum_{k=1}^{n} F_k^*(a_k X+b_k Y)=Z.$$