

Lösung des Aufgabenstellers.

Der Ansatz $x = a^2 + uab - vb^2$ nebst $y = a^3 + Ua^2b - Vb^3$ mit von a, b unabhängigen u, v, U, V liefert eine Entwicklung $y^2 - x^3 = Aa^5b + Ba^4b^2 + Ca^3b^3 + Da^2b^4 + Eab^5 + Fb^6$. Man hat sie mit dem $y^2 - x^3$ der gegebenen Gleichung zu vergleichen:

$$\begin{aligned} A = 2U - 3u &= 0 & D = -2UV - 3v^2 + 2u^2 + u^2v &= 2u - 1 \\ B = U^2 + 3v - 3u^2 &= 0 & E = -3uv^2 &= -2v - u - 2 \\ C = -2V + 6uv - u^3 &= 2 & F = V^2 + v^3 &= v + 1. \end{aligned}$$

Dieses Gleichungssystem besitzt genau die Lösung $u = 2, U = 3, v = V = 1$. Daher ist bei obigem Ansatz eindeutig $x = a^2 + 2ab - b^2$ nebst $y = a^3 + 3a^2b - b^3$. Die Einsetzprobe klappt hier offenbar.

Lit.: Nieuw archief voor wiskunde 1974, Problem 380.

357. Proposed by D. D. Adamović, University of Belgrade.

Construct a real function which is continuous and strictly increasing in a finite closed interval and is not absolutely continuous in this interval.

Solution by N. Ivanovski, University, Skoplje.

Let c be the Cantor ternary function (see Halmos: Measure theory, p. 83).

For every t in $[0, 1]$ we write $f(t) = \frac{1}{2}(t + c(t))$, where c is the Cantor function. Then f is strictly increasing and continuous, since the Cantor function is increasing and continuous.

Moreover, $f(0) = 0, f(1) = 1$, and $f'(t) = \frac{1}{2}$ a. e. on $[0, 1]$, since $c'(t) = 0$, a. e. on $[0, 1]$.

We have

$$\int_0^1 f'(t) dt = \int_0^1 \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} < 1 = f(1) - f(0)$$

which implies that f is not absolutely continuous.

Also solved by the proposer.

358. Досјавио Б. Милисављевић, Машински факултет, Нови Сад.

Ако су a, b, c странице троугла и r_a, r_b, r_c полупречници споља уписаних кругова, тада важи следећа неједнакост:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \leq \frac{r_b + r_c}{b + c} + \frac{r_c + r_a}{c + a} + \frac{r_a + r_b}{a + b}$$

Једнакост је онда када је троугао једнакостраничан.

Lösung von I. Paasche.

In neutralen Stücken R, r, s lautet die Behauptung nach etwas Zwischenrechnung $3\sqrt{3}/2 \leq as_a r^{-1}(b+c)^{-1} + \dots = \dots = s(6R+4r)(s^2+2Rr+r^2)^{-1}$. In orthonormierten kartesischen Koordinaten r, s nebst $R=1$ umschließt die Ellipse mit der Gleichung $3\sqrt{3}/2 = s(6+4r)(s^2+2r+r^2)^{-1}$ in der Tat im 1. Quadranten der r, s -Ebene den einschlägigen Teil des BOTTEMA-Deltoids. Im einzelnen