$a_i(x)$ $(i=0, 1, 2, \ldots, n-1)$ на равенката (2) фигурираат и коефициентите $f(x)$ и $g(x)$ на равенката (1).

Од две од овие n равенки лесно се добиваат коефициентите $f(x)$ и $g(x)$ во функција од $a_i(x)$ $(i=0, 1, 2, \ldots, n-1)$, бидејќи тие влегуваат линеарно во равенките. Од преостанатите $n-2$ равенки, ако во нив се внесат изразите за $f(x)$ и $g(x)$, се добиваат условите што треба да ги исполнуваат коефициентите $a_i(x)$ за корените на равенката (2) да бидат партикуларни интеграли на диференцијалната равенка (1).

1. Нека земеме $n=2$; во овој случај равенката (2) станува

$$F(x,y)=y^2+a_0 y+a_1=0, \tag{1.1}$$

а равенката (9), со оглед на тоа дека

$$\frac{\partial F}{\partial x}=a_0' y+a_1', \quad \frac{\partial F}{\partial y}=2y+a_0,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}=a_0'' y+a_1'', \quad \frac{\partial^2 F}{dx\,\partial y}=a_0', \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}=2$$

станува

$$\begin{aligned} &8gy^4+(12a_0 g-4a_0' f)y^3-(4a_0''+4a_1''-4a_0'^2+2a_0'+4a_1' f+\\ &+4a_0 a_0' f-6a_0^2 g)\,y^2-(4a_0 a_0''+4a_0 a_1''-2a_0 a_0'^2+4a_0 a_1' f+\\ &+a_0^2 a_0' f-a_0^3 g)\,y-(a_0^2 a_1''-2a_0 a_0' a_1'+2a_1'^2+a_0^2 a_1' f)=0. \end{aligned} \tag{1.2}$$

За левата страна на (1.2) да биде делива со левата страна на (1.1) треба да биде идентички исполнета релацијата

$$\begin{aligned} &[a_0''(a_0^2-4a_1)+a_0'(a_0^2-4a_1)f+a_0(a_0^2-4a_1)g]\,y+a_1''(a_0^2-4a_1)+\\ &+2(a_1'^2-a_0 a_0' a_1'+a_0'^2 a_1)+a_1'(a_0^2-4a_1)f+2a_1(a_0^2-4a_1)=0. \end{aligned}$$

Од оваа релација, за $a_0^2-4a_1 \neq 0$, го добиваме системот равенки

$$a_0' f+a_0 g=-a_0'',$$

$$a_1' f+2a_1 g=\frac{2(a_0 a_0' a_1'-a_1'^2-a_0'^2 a_1)}{a_0^2-4a_1}-a_1'',$$

од каде за $f(x)$ и $g(x)$ ги добиваме (4) и (5).

2. Нека земеме $n=3$; во овој случај равенката (2) станува

$$F(x, y)\equiv y^3+a_1 y+a_2=0, \tag{2.1}$$

а равенката (9), со оглед на тоа дека

$$\frac{\partial F}{\partial x} = a_1'y + a_2', \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 3y^2 + a_1,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = a_1''y + a_2'', \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = a_1', \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 6y$$

станува

$$\begin{aligned} & -27gy^7 + (9a_1'f - 27a_1g + 9a_1'')\,y^5 + (9a_2'f + 9a'')\,y^4 \\ (2.2) \quad & + (6a_1a_1'f - 9a_1^2g + 6a_1a_1'')\,y^3 + (6a_1a_2'f + 6a_1'a_2' + 6a_1a_2'')\,y^2 + \\ & + (a_1^2a_1'f - a_1^3g + 6a_2'^2 - 2a_1a_1'^2 + a_1^2a_1'')\,y + a_1^2a_2'f - 2a_1a_1'a_2' + a_1^2a_2'' = 0. \end{aligned}$$

За левата страна на равенката (2.2) да биде делива со левата страна на равенката (2.1) треба да биде идентички исполнета релацијата

$$\begin{aligned} & (6a_1'a_2' - 9a_1'a_2f - 9a_1''a_2 - 3a_1a_2'' - 3a_1a_2'f - 27a_1a_2g)\,y^2 + \\ & + (6a_2'^2 + 4a_1^2a_1'f + 8a_1^3g + 4a_1^2a_1'' - 2a_1a_1'^2 - 9a_2a_2'f - 9a_2a_2'' - 27a_2^2g)y + \\ & + (a_1^2a_2'f + 3a_1a_1'a_2f + 9a_1^2a_2g + 3a_1a_1''a_2 - 2a_1a_1'a_2' + a_1^2a_2'') = 0. \end{aligned}$$

Од оваа релација следува системот равенки:

$$\begin{aligned} & (9a_1'a_2 + 3a_1a_2')\,f + 27a_1a_2g = 6a_1'a_2 - 9a_1''a_2 - 3a_1a_2'', \\ & (9a_2a_2' - 4a_1^2a_1')\,f + (27a_2^2 - 8a_1^3)\,g = 6a_2'^2 + 4a_1^2a_1'' - 2a_1a_1'^2 - 9a_2a_2'', \\ & (a_1^2a_2' + 3a_1a_1'a_2)f + 9a_1^2a_2g = 2a_1a_1'a_2' - 3a_1a_1''a_2 - a_1^2a_2''. \end{aligned}$$

Бидејḱи за $a_1 \neq 0$, првата равенка од овој систем е идентична со третата, за $f(x)$ и $g(x)$ ги добиваме (7) и (8).

На крај да забележиме дека сите резултати од цитираните трудови можат да се добијат ако $a_1(x)$ и $a_2(x)$ соодветно се изберат.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Д. Перчинкова-В'чкова: За една специјална диференцијална равенка од II ред (Билтен на Друштвото на математичарите и физичарите од НР Македонија, т. VI, Скопје 1955, стр. 22—29).

[2] Д. Перчинкова-В'чкова: За една диференцијална равенка од II ред (Билтен на Друштвото на математичарите и физичарите од НР Македонија, т. IX — Скопје 1958, стр. 11—13).

[3] Д. С. Митриновиḱ: Зборник математичких проблема, т. I, трето издание, Београд 1962, стр. 414—415.

[4] P. M. Vasić: Sur une équation différentielle du second ordre, Publications da la faculté d'Electrotechnique de l'Université à Belgrade, serie: mathématiques et physique, №=73 (1962) p. 9—11.

Ilija A. Šapkarev

ALGEBRAISCHE INTEGRIRUNG DER LINEAREN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ZWEITER ORDNUNG

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird gezeigt dass die zwei Wurzeln der algebıaischen Gleichung (3) bezichungsweise der drei Wurzeln der algebraischen Gleichung (6) particulare Intergrale der Differentialgleichung (1) sind, wenn die Koeffizienten $f(x)$ und $g(x)$ der Differentialgleichung (1) mit (4) und (5) beziechungsweise mit (7) und (8) gegeben sind.

Die Methode, die zu diesen Ergebnissen führt, lasst sich auch auf das Problem von der algebraisehen Integrierbakeit der Differentialgleichung(1) durch algebraische Gleichungen hoheren Grades anwenden.