

## МАТЕМАТИЧКЕ ГРУПЕ ЗА УЧЕНИКЕ СРЕДЊИХ ШКОЛА\*

Д. С. МИТРИНОВИЋ

I. После ослобођења ту и тамо основане су научне групе чији је задатак био да се баве једним одређеним школским предметом. Те групе нису имале јасно постављене циљеве и престајале су често да постоје не постигавши никакав резултат вредан пажње. То је сасвим разумљиво, јер је установа таквих група код нас нова. Да би научне групе имале успеха, требало би методици организовања и рада тих група посветити посебну пажњу и израдити специјалне приручнике за сваки предмет.

Овде ће бити речи о научним групама које се односе на математику, и ми ћемо их у даљем излагању звати *математичке групе*, јер нам такав назив изгледа прикладнији и реалнији.

За наставу књижевности, историје, природних наука и неких других предмета карактеристично је да сами ученици, по својој иницијативи, допуњавају градиво које се у школи обрађује. То постижу читањем књижевних часописа, студија из књижевности и историје, дела која научно популаризују природне науке итд. Допуњавање се постиже и на друге начине: гледањем филмова, посећивањем изложби и музеја, слушањем предавања на народним универзитетима, итд.

*Насујрош шоме, математичка култура стиче се, гошово искључиво, на часовима математике, којих у једној школској години има просечно око штошину.*

Кад се има на уму да за тако мали број часова треба обрадити програмом прописано градиво, оценити неколико пута све ученике, јасно је да се у току средњошколског образовања стиче сасвим непотпуна и недовољна математичка култура, боље рећи никаква. Међутим, данас је математичка култура неопходна за правилан развој будућих стручњака у разним научним гранама, а поготову у оним где је математика неопходни апарат.

---

\* Предавање одржано 31 јануара 1950 члановима Друштва математичара и физичара НР Македоније.

По правилу средњошколска математичка настава је таква да ученици добијају утисак као да је целокупна математика садржана у материјалу што се обрађује у средњој школи. Таква настава није добра. За време средњошколског образовања ученици треба да стекну уверење да се математика стално развија, да у математици постоји велики број нерешених питања, да се из дана у дан појављују нови проблеми које постављају техничке и друге науке и чије решење зависи од развоја математике. Сем тога ученици треба да осете лепоту математике. Добра математичка настава доприноси да ученици заволе математику у тој мери да се са извесним одушевљењем и упорношћу посвећују студирању математике или наука у којима се математика примењује. Недостаци у настави, објективни и субјективни, могу се у знатној мери смањити образовањем математичких група чији би задаци били углавном следећи:

1° продубљивање средњошколског програма;

2° стицање знања ван програма које стоји у ближој или даљој вези са програмом;

3° развијање интереса у целој школи за студирање математичких наука.

Горе наведени задаци могу се остварити на разне начине. Навешћемо ове форме рада:

1° читање реферата самих ученика о питањима којима је циљ повишавање математичке културе и формирање правилних погледа на научна питања;

2° читање реферата наставника о сличним питањима;

3° издавање математичких зидних новина;

4° приређивање такмичења месног и републиканског карактера на којима би се решавали задаци знатно тежи од оних који се дају у редовној настави у средњој школи;

5° састанци на којима би се дискутовали тежи задаци;

6° повремено стварање математичке атмосфере у једној школи у току неколико дана, што се може постићи истрацањем на зидовима мисли великих математичара и социолога и одржавањем разних предавања за све ученике највиших разреда, нарочито из историје математике, итд.

У математичке групе требало би примати ученике који су показали извесно интересовање за математику, који имају неопходно знање и који су спремни да активно учествују у раду. Када је већ група образована, нови чланови групе примали би се тек онда када извесно време проведу као кандидати, док би чланови који су се показали неактивни имали бити елиминисани. Пожељно је да групе буду мале, рецимо да обухватају од 7—10 чланова. У једној школи, ако за то има услова, требало би образовати више група. Сваку групу ваљало би да води један наставник коме је стало до ширења и култивисања математичких наука.

Врло је корисно да се у једном месту састају групе из разних школа.

У случају кад у једној средњој школи нема услова да се образује математичка група, корисно би било да наставник математике заинтересује једног или више ученика за математичке науке, да их упути на литературу ради проширења знања, и да с њима, с времена на време, продискутује о прочитаној литератури.

Може се поставити питање да ли има ученика који би имали иоле слободног времена и жеље за проширивање знања из математике. Одговор је афирмативан. Таквих ученика има и наставници често из недостатка другог корисног материјала задају талентованијим и заинтересованим ученицима извештачене задатке за чије је решење потребно утрошити доста времена, али који не користе повишењу потребне математичке културе. Обрађивањем тема сличних онима које ће ниже бити наведене, попунило би се математиком слободно време оних ученика који желе да се посвете математичким и техничким наукама.

II. Да би математичке групе имале успеха, веома је важан правилан избор тема које ће групе разрађивати заједно са наставником - руководиоцем. Тако, на пример, могле би доћи у обзир ове теме:

1. *Детерминанте другог и трећег реда и њихова примена на решавање линеарних једначина.*

Лит.: Р. Кашанин, Математика I, стр. 6—26.

2. *Израчунавање збирова ( $n =$  природан број).*

I.  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2,$

$1^3 + 2^3 + \dots + n^3,$

.....

II.  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1),$

$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + n(2n+1),$

.....

Лит.: М. Севдић, Математичка читанка, стр. 231—236;

М. Ебрић, Математички лист, књ. II, 1932—1933, стр. 139—142.

3. *Пермутације, комбинације, варијације.*

Лит.: Д. Данић, Основи комбинаторике, стр. 1—25.

4. *Основи рачуна веровашноће.*

Лит.: Д. Данић, Основи комбинаторике, стр. 29—68;  
С. Давидовић, Алгебра, стр. 71—77.

5. *Ариџмеџичка, геомџтриска и хармониска средина; њихови односи и ѓримена.*

Лит.: С. Божовић, Математички весник, свеска 2, 1935, стр. 30—36.

6. *Матџематџичка индукџија.*

Лит.: Ђ. Курџпа, Математичка читанка, стр. 306—310;  
В. Давац, Математ. лист, књ. I, 1931—1932, стр. 29—32;  
М. Попадић, Математичка индукџија, Посебна издања Филозофског факултета Универзитета у Скопљу, природно-математички отсек, књ. 2, 1950, 29 страна.

7. *Неодрџене једначине.*

Лит.: Ки се љов, Алгебра, стр. 173—187.

8. *Неједнакосџи. Графичко и рачунско решавање неједначина.*

Лит.: Г. Невјажский, Неравенства, Москва, 1947, Учпедгиз, 204 стране.

9. *Графичко решавање једначина III и IV стџеена.*

Лит.: Ј. Карамата, Виша алгебра I, стр. 101—120; стр. 152—176;  
Р. Кашанин, Математика I, стр. 834—837.

10. *Графичко решавање џрансценденџних једначина.*

[Овде би могле доћи у обзир, на пример, ове једначине:

$$\log x = Ax^2 + Bx + C, \quad \sin x = Ax^2 + Bx + C, \quad a^x = Ax + B, \dots,$$

где су  $A, B, C, a$  нумеричке константе].

Лит.: Р. Кашанин, Математика I, стр. 834—837.

11. *Посредно црџање графика функција.*

[Тако, на пример, полазећи од графика функције  $\sin x$  приближно нацртати графике ових функција

$$\pm \sqrt{\sin x}, \quad \log \sin x, \quad \frac{1}{\sin x}, \quad \sin^2 x, \dots$$

Исто тако, полазећи од графика функције  $ax^2+bx+c$ , нацртати графике функција

$$\frac{1}{ax^2+bx+c}, \quad \pm \sqrt{ax^2+bx+c}, \quad (ax^2+bx+c)^2, \dots]$$

Лит.: Г. Вујаклија, Математички лист, књ. II, 1932—1933, стр. 93—96, 121—125.

**12. Елементарно изналажење максимума и минимума.**

Лит.: Ј. Карамата, Математички лист, књ. I, 1931—1932, стр. 70—76;

Р. Кашанин, Математички лист, књ. I, 1931—1932, стр. 80—84.

**13. Појам броја.**

Лит.: А. Хинчин, Основни појмови, стр. 7—26.

**14. О прим бројевима.**

Лит.: Ђ. Курепа, Математичка читанка, стр. 39—42;

Н. Чудакoв, Математическое просвещение, Москва, выпуск 6, 1936, стр. 16—22. (Овај чланак има информативан карактер и даје преглед о томе шта је било познато до 1936 о простим бројевима).

**15. Голдбахoв проблем.**

Лит.: Г. Берман, Число и наука о нем, Огиз, Москва — Ленинград, 1948, стр. 156—162.

**16. Појам границе.**

Лит.: А. Хинчин, Основни појмови, стр. 27—39;

К. Комерелл, Das Grenzgebiet der elementaren und höheren Mathematik, 1936, Koehler Verlag, Leipzig, V + 249 S. (Прва глава, стр. 1—108, односи се на граничне вредности у елементарној математици).

**17. О функцији.**

Лит.: М. Радојчић, Математички весник, свеске 7—8, 1940, стр. 1—9;

А. Хинчин, Основни појмови, стр. 40—54.

**18. О зависности међу величинама у задацима.**

Лит.: М. Петровић, Чланци, стр. 1—9.

**19. Квадратура круга.**

Лит.: В. Вранић, Математичка читанка, стр. 155—167;

М. Петровић, Чланци, стр. 30—36.

20. *Елементарне трансформације у геометрији.*

[На пример инверзија].

Лит.: P. Smith et A. Gale, *Éléments de Géométrie analytique, deuxième édition française*, Paris, Vuibert, 1941, p. 282—325. (Овај одељак о елементарним трансформацијама ваљало би превести);

K. Kommerell, *Das Grenzgebiet der elementaren und höheren Mathematik*, 1936, Koehler Verlag, Leipzig, V+249 S. (Друга глава ове интересантне књиге, стр. 109—200, која заслужује да се преведе, говори о геометриским трансформацијама).

21. *Интересантне теореме из геометрије троугла.*

[Еулер-ова права, Феурбах-ов круг, итд.]

Лит.: В. Ниче, Математичка читанка, стр. 297—305;

F. G.-M, *Exercices de Géométrie*, Paris, huitième édition, 1931, XXIV+1302 pages. [Ово је у ствари енциклопедија геометрије троугла која је снабдевена геометриским лексиконом (стр. 1270—1280), списком историских проблема и теорема (стр. 1270—1280), потпуним библиографским индексом (стр. 1287—1290) и биографским индексом (стр. 1290—1298)].

22. *Проучавање Еуклидових елемената.*

Лит.: Еуклидови елементи, превод и коментар А. Билимовића. До сада је изишло: I књига, 1949, стр. 66; II књига, 1950, стр. 29; Научна књига, Београд.

23. *Образовање једначина кривих линија.*

[Касинијева линија, вितिце Марије Ањези, спирале, цисоиде, итд.].

Лит.: Р. Кашанин, Математика I, стр. 170—174.

24. *Нумерички рачун.*

Лит.: В. В. Мишковић, Математички лист, књ. II, 1932—1933, стр. 11—14, 45—52.

25. *Проблем трију шела.*

Лит.: Ж. Марковић, Математичка читанка, стр. 310—319.

26. *Fermat-ов проблем.*

Лит.: М. Херцигоња, Математичка читанка, стр. 167—177.

27. *Марин Гешалдић.*

Лит.: М. Севдић, Математичка читанка, стр. 248—254.

## 28. Руђер Бошковић.

Лит.: М. Севдић, Математичка читанка, стр. 255—265.

## 29. F. Viète.

Лит.: Н. Салтиков, Математички лист, књ. II, стр. 169—174.

## 30. L. Euler.

Лит.: Б. Гнеденко, Очерки, стр. 72—83.

## 31. Н. Лобачевски.

Лит.: М. Херцигоња, Н. И. Лобачевскиј, Хрватско природословно друштво, Загреб, 1947, 64 стране;

Б. Гнеденко, Очерки, стр. 87—100.

III. После набрајања низа тема сматрамо да је потребно да учинимо ове примедбе:

1° овај чланак је намењен, у првом реду, наставницима и из тога разлога дата је и литература која није лако доступна<sup>1)</sup> ученицима. Али наставници треба да упућују ученике на народне и градске библиотеке и да их навикавају да се служе како домаћом тако и иностраном математичком литературом;

2° не претендујемо на комплетност литературе на нашим језицима која је наведена за сваку тему, али треба инсистирати код ученика да се не задовољавају само једним чланком приликом састављања реферата. Овде наведена литература треба да се сматра само као полазна тачка;

3° ученицима би ваљало давати теме за које би они и самостално нашли потребну литературу. Такве би, на пример, биле ове теме:

- а) Метаморфоза конусних пресека;
- б) Основи векторске алгебре<sup>2)</sup>;
- в) Ефективно израчунавање логаритама;
- г) Раствављање рационалних разломака на просте елементе;
- д) Хорнеров поступак у алгебри;

<sup>1)</sup> Библиотека Математичког института у Скопљу има све књиге поменуте у овом чланку, а то је вероватно случај и са другим библиотекама у центрима наших република.

<sup>2)</sup> F. A. Willers објавио је недавно књигу: *Elementar-Mathematik. ein Vorkurs zur Höheren Mathematik*, Dresden, 1948, 260 S. У овој књизи је на приступачан начин обрађена векторска алгебра. Willers-ов курс је од интереса за све оне пред које се поставља питање шта треба да донесе из средње школе један свршени матурант, да би успешно могао да студира на факултетима техничке велике школе. С обзиром на то да је Willers професор Техничке велике школе у Дрездену и признати научни радник у области практичне анализе, веома је значајно да се наши заинтересовани стручњаци упознају са овом књигом која заслужује да се преведе.

f) Верижни разломци;

g) Парадокси и проблеми са скривеном грешком итд.

Остављамо да се можда другом приликом осврнемо и на друге форме делатности математичких група (видне новине, такмичење у решавању задатака, итд.).

На крају, хоћемо да обратимо пажњу на чланак:

К. М. Щербина, Математическије кружки в средней школе, који је објављен у часопису: *Математика в школе*, Москва, 1940, свеска 3, стр. 38—47. Овај чланак садржи врло користан и интересантан материјал и заслужује да се преведе у изводу. Он нам је корисно послужио приликом редиговања нашег чланка.

#### СКРАЋЕНИЦЕ:

1. Лит.: Литература.

2. Б. Гнеденко, Очерки = Б. Гнеденко, Очерки по историји математике в России, Огиз, Москва - Ленинград, 1946, 247 страна.

3. С. Давидовић, Алгебра = С. Давидовић, Алгебра за више разреде средњих школа, књига II, друго издање, 1928, 105 стр.

4. Д. Данић, Основи комбинаторике = Д. Данић, Основи комбинаторике и начела науке о вероватноћи, Београд, 1921, 68 стр.

5. Ј. Карамата, Виша алгебра I = Ј. Карамата, Виша алгебра I, литографисана предавања средили Б. Ивановић и Б. Вујошевић, издање Удружења студената математике (без ознаке године издања), Београд, 192 стране.

6. Р. Кашанин, Виша математика I = Р. Кашанин, Виша математика I, треће издање, Научна книга, Београд, 1949, 847 страна.

7. А. Кисељов, Алгебра = А. Кисељов, Алгебра, II део, Знање, Београд, 1948, 230 страна. Превели с руског П. Живојновић и П. Владић.

8. Математичка читанка = Математичка читанка у редакцији М. Севдића, Загреб, 1947, 323 стране.

9. Математички весник = Математички весник Удружења студената математике на Београдском универзитету, Београд.

10. Математички лист = Математички лист за средњу школу, Београд.

11. М. Петровић, Чланци = Михаило Петровић, Чланци, у редакцији В. Дајовића, Београд, Научна книга, 1949, 112 стр.

12. А. Хинчин, Основни појмови = А. Хинчин, Основни појмови математике и математичке дефиниције у средњој школи (превела са руског Милица Илић-Дајовић), издање Друштва математичара и физичара НРС, Београд, 1948, 54 стране.